

# Inverzna metoda za vodenje strjevanja čistega materiala v sferični geometriji

Mohamed Charifi\* – Rabah Zegadi

Univerza v Setifu, Inštitut za optiko in finomehaniko, Alžirija

Namen predstavljene študije je vodenje procesa strjevanja čistega materiala, popisanega z enodimenzijsko sferično geometrijo. Glavni dejavniki, upoštevani pri določanju strukture in lastnosti končnega stanja, so kinetika spremembe stanja, geometrija stika med fazami in njen razvoj.

Vodenje stika trdne in tekoče faze v procesu strjevanja je bilo simulirano po inverzni metodi v enodimenzijski sferični geometriji z ravninsko fronto. Kontrolna spremenljivka je bila temperatura na fiksni meji trdne domene. Znani podatki so začetno stanje, želeni razvoj ravninske fronte in temperatura fazne spremembe. Inverzni problem je mogoče razrešiti z dodatnimi informacijami o toplotnem toku na fronti, izpeljanem iz toplotne bilance. Vodilne enačbe toplotnega sistema popisujejo prevod toplote.

Za razrešitev problema je bila uporabljena inverzna metoda globalnega spusta, pri čemer sta bili gradientna in adjungirana enačba konstruirani s spremenljivkami, zveznimi v prostoru in času. Za karakterizacijo razlike med dinamičnim vedenjem sistema in razvitim matematičnim modelom je bil vpeljan kriterij najmanjših kvadratov. Nato je bila pridobljena adjungirana enačba za točno ocenitev kriterijskega gradienta. Optimalna rešitev je bila poiskana z iterativnim algoritmom na osnovi konjugiranega gradienta. Enačbe so bila formulirane po postopku za iskanje kriterijskega gradienta z ustrezno adjungirano enačbo. Za numerično reševanje je bila uporabljena klasična metoda končnih razlik s premično mrežo, povezano z obravnavano fizično domeno. Časovna spremenljivka je bila nato diskretizirana po brezpogojno stabilni shemi Crank-Nicolson. Zanesljivost algoritma je bila zagotovljena s posebno točno rešitvijo. Predstavljeni rezultati pokrivajo točno zgrajeno rešitev in točne podatke s šumom. Za dobro definicijo problema in stabilno rešitev za primer podatkov s šumom je bila uporabljena metoda regularizacije po Tikhonovu.

Za primer točnih podatkov brez šuma je bil uporabljen optimizacijski algoritem za določitev optimalnega vodenja, ki zagotavlja želeni razvoj fronte z utežno funkcijo in brez nje. Utežna funkcija vpliva na računski čas in na število iteracij. Izboljšani rezultati za obravnavani interval toplotnega procesa so odvisni od začetne ocene in upoštevanja zakonov prenosa toplote. Po nekaj iteracijah sta bila z visoko natančnostjo zagotovljena vodenje in toplotni tok na fiksni meji za 95 % časovnega horizonta. V preostalem času pa se pojavijo večje napake, kot je tudi pričakovano pri tovrstnih globalnih optimizacijskih metodah.

Za točne podatke s šumom je bil podatkom dodan beli šum s 5-odstotno največjo amplitudo, kar dobro ustreza realnemu stanju. Dodani šum je povzročil občutna nihanja rezultatov. Relativna napaka je bila približno 20 %. Napake so povezane s slabo definiranim inverznim problemom.

Da bi izboljšali rezultate pri dodanem belem šumu, je bila uporabljena priporočena metoda regularizacije po Tikhonovu. Pri tej metodi se doda kazenski člen, ki ohranja funkcijo  $U(t)$  v funkcijskem podprostoru in nadzoruje njeno stopnjo spreminjanja. Ta metoda izboljša točnost vodenja, ko so podatki obremenjeni s šumom. Amplitude nihanj pri regulariziranem problemu so bile občutno manjše, vodenje in toplotni tok sta se s časom stabilizirala.

Čeprav rezultati v tem članku oblikujejo koherentno celoto, bi si bilo treba v nadaljnjih raziskavah poglobljeje ogledati še nekatere druge vidike:

- Strjevanje čistega materiala v dvo- in tridimenzionalni geometriji.
- Uporaba eksperimentalnih podatkov za validacijo algoritma.
- Preučitev strjevanja zlitin.
- Upoštevanje konvekcije pri reševanju problema strjevanja.

Predstavljeni pristop omogoča vodenje strjevanja čistega materiala v enodimenzijski sferični geometriji. Simulacija vodenja v takšni geometriji po inverzni metodi je razmeroma novo raziskovalno področje.

**Ključne besede:** fazna sprememba, stik med trdno/tekočo fazo, inverzni problem, sferična geometrija