© Strojniški vestnik 49(2003)9,469-475
ISSN 0039-2480
UDK 657.471
621.96:67.08
Kratki znanstveni prispevek (1.03)
© Journal of Mechanical Engineering 49(2003)9,469-475
ISSN 0039-2480
UDC 657.471
621.96:67.08
Short scientific paper (1.03)

# Optimizacija postopka razreza materiala

## Optimization of the Cutting-Stock Process

**Peter Trkman - Miro Gradišar**

*V prispevku je v obliki celoštevilskega linearnega modela predstavljena rešitev problema zmanjšanja stroškov enorazsežnega razreza materiala v primerih, ko material, ki je trenutno na voljo v skladišču, ne zadostuje za pokritje vseh naročil in se moramo odločiti, katerim bomo dali prednost ter kakšen bo načrt razreza. Pri tem je upoštevana tudi obseg zalog v skladišču kot pomemben dejavnik, ki vpliva na stroške skladiščenja ter na oportunitetne stroške zaradi neizpolnitve naročil. Uporaba modela je prikazana na praktičnem primeru.*

**(Ključne besede: razrez materialov, optimiranje razreza, razrez enodimenzinalni, odločanje večkriterialno)**

*In this paper we deal with the problem of cost minimization in the General One-Dimensional Cutting Stock Problem in cases where the available material is not sufficient to satisfy the total demand. The decision about which order lengths will be cut and what will the cutting plan be, has to be made. The level of stock in the warehouse is taken into consideration as an important factor that affects the total inventory costs as well as the opportunity costs due to the nonfulfilment of the total order. The use of the model is demonstrated with a practical example.*

**(Keywords: material cutting, cutting-optimization, one dimensional cutting, multicriterial decision-making)**

### 0 UVOD

Problem enorazsežnega razreza se pojavlja v številnih industrijskih postopkih, pri katerih je treba razpoložljivi material v daljših kosih, na primer kovinske palice, žico, zvitke papirja itn., najprej razrezati na krajše kose, ki so potrebni v proizvodnji ali za prodajo. Cilji, ki jih pri tem skušamo doseči, so različni, običajno pa je eden pomembnejših zmanjšanje v splošnem neželenega ostanka, ki pomeni izgubo materiala.

Z različnimi oblikami tega problema v različnih vejah industrije se je v zadnjih letih ukvarjalo precej raziskovalcev, ki so razvili različne postopke za optimizacijo razreza ([1], [3] do [5], [9] in [11]). Med članki, ki opisujejo to področje, nismo našli nobenega, ki bi poleg stroškov izgube materiala obravnaval tudi druge dejavnike v primerih, ko razpoložljivi material v skladišču ne zadostuje za izpolnitev vseh trenutnih naročil.

V praksi se mora namreč podjetje običajno odločiti, kako visoko raven zalog v skladišču želi imeti. Visoka raven zalog povečuje stroške, povezane z zalogami, kakor so na primer stroški skladiščenja, stroški vezanega kapitala v zalogah, pakiranje zalog, mogoče okvare, kraje, stroški zavarovanja in podobno. Po drugi

### 0 INTRODUCTION

The one-dimensional cutting-stock problem appears in various industrial processes where it is needed to cut the available material, e. g. metal ingots, wire, paper rolls, etc., into smaller pieces, which are needed in production or for sale. The objectives of this process vary, but usually the reduction of unwanted leftover, i.e. trim loss, is one of the most important goals.

In recent years, many researchers have explored this problem in different areas. Various methods for cutting optimization were developed ([1], [3] to [5], [9] and [11]). However, none of these papers includes other factors in cases where the available material in the warehouse is not sufficient for the fulfillment of all the current orders.

In reality, the company usually has to choose the inventory level in the warehouse. A high level increases the inventory-related costs, such as warehousing costs, capital costs, packing costs, possible damages, theft, insurance and similar costs. On the other hand, higher stock levels decrease the strani pa višja raven zalog zmanjšuje verjetnost, da v določenem obdobju nekaterih naročil ne bomo mogli sproti izpolnjevati in da bo moralo podjetje nositi s tem povezane stroške. Tudi v primerih, ko je materiala dovolj, višja raven zalog poveča verjetnost, da bo mogoče najti načrt razreza z majhno izgubo, saj imamo tako na voljo večje število kombinacij pri pripravi načrta razreza.

Cilj podjetja je seveda zmanjšati celotne stroške, povezane z zalogami in razrezom. Poiskati moramo torej takšno raven zalog, ki bo privedla do najmanjše vsote stroškov držanja zalog, stroškov razreza (predvsem je tu mišljena izguba materiala) ter stroškov zaradi neizpolnitve naročil.

V nadaljevanju se ukvarjamo predvsem s primerom, ko material na zalogi ne zadošča za izpolnitev vseh naročil. Do takega primera lahko pride zaradi motenj v preskrbi z materialom ali pa zato, ker namenoma vzdržujemo zalogo konkurenčnih naročil, da bi bolje izkoristili material, ki sicer dolgoročno priteka v zadostnih količinah. Model, ki je predstavljen v nadaljevanju, omogoča, da pri odločitvi, katerim naročilom bomo dali prednost, upoštevamo stroške zalog, izgubo materiala pri razrezu in čas čakanja na izpolnitev.

Sestava tega prispevka je naslednja: v prvem poglavju je najprej opisan problem. Za ta problem v drugem poglavju predstavimo rešitev, ki jo nato prikažemo na praktičnem primeru.

## 1 PREDSTAVITEV PROBLEMA

V primerih s premalo materiala je jasno, da bodo nekatera naročila ostala neizpolnjena. V [6], ki obravnava podoben problem, je edini cilj čim manjša izguba materiala ne glede na to, katera naročila ostanejo neizpolnjena. V našem primeru pa predpostavljamo, da so nekatera naročila pomembnejša od preostalih in bi njihova morebitna neizpolnitev za podjetje pomenila večji strošek. Poleg tega upoštevamo še, koliko časa posamezno naročilo čaka na izvedbo. S tem preprečimo, da bi v primeru stalnega pomanjkanja materiala naročila z manjšo prednostjo čakala na razrez neskončno dolgo. Menimo, da so te predpostavke realne v marsikaterem praktičnem primeru. Pri reševanju problema razreza bomo torej upoštevali tri sodila: ostanek, pomembnost naročila in čas izpolnitve.

Rešitev bomo iskali podobno način kakor v [10] kjer se zmanjšajo le stroški razreza. V našem primeru pa zmanjšamo skupne oportunitetne stroške. Za vsako dolžino naročila ocenimo, kakšne prigodnostne stroške povzroči neizpolnitev posameznega kosa tega naročila. Skupni prigodnostni stroški so vsota stroškov neizpolnjenih naročil posameznih dolžin.

## 2 MODEL

Predpostavljamo, da so v skladišču palice različnih dolžin, tudi zato, ker se palice, ki jih ne razrežemo do konca, vrnejo v skladišče. Zaradi različnih dolžin palic

chance that some orders will not be met on time and the costs associated with this. Even in cases with sufficient material, a higher level of stock increases the chance that it will be possible to find a cutting-stock plan with a low trim loss as a result of the larger number of possible combinations when preparing the cutting-stock plan.

The goal of the company is to minimize the total costs connected with the inventory and the cutting process. Therefore, we need to find a stock level that will give us the minimum total costs of holding, cutting and the nonfulfilment of orders.

In this paper, we deal mainly with the case where the available stock is not sufficient to satisfy all the orders. This can happen due to a problem in procurement or because we intentionally keep some unfulfilled orders in order to better utilize the material, since the level of incoming material is sufficient in the long term. The presented model enables to take inventory costs, trim loss in the cutting process, and waiting time into account when deciding which orders will receive preferential treatment.

The structure of the paper is as follows: In the first section the problem is described. Next, the solution to the problem is presented. Finally, the model is used for a practical example.

## 1 PROBLEM DESCRIPTION

In the event of a lack of material it is clear that some orders will be left unfulfilled. The only goal in [6] that deals with a similar problem is to minimize the total trim loss without taking into account which orders are left unfulfilled. In our case we assume that some orders are more important than others, and that their nonfulfilment would lead to higher costs. The time each order has already been waiting for realization is also considered. This makes sure that orders with a low priority are not waiting for too long when there is a constant lack of material. We believe that these assumptions are realistic in many cases. Therefore, the following criteria will be used: the trim loss, the priority of each order and the waiting time.

The solving approach will be similar to that in [10], where only the cutting costs are minimized. In our case the total opportunity costs are minimized. The opportunity costs for the nonfullfilment of each order are estimated. The total opportunity costs are the sum of all the unfulfilled orders of different order lengths.

## 2 MODEL

We assume that all the stock lengths are different, partly because the stock lengths that are not cut to the end are returned to the stock. Therefore, ni mogoč postopek na podlagi vzorcev [2], zato opisani problem rešimo z uporabo celoštevilskega linearnega programiranja oziroma z metodo razveji in omeji.

Zaradi NP-polnosti problema razreza ta metoda ni primerna za večje probleme, saj čas reševanja narašča eskponentno z naraščanjem velikosti problema; največja velikost problema, ki jo še lahko rešimo optimalno, je predstavljena v [7]. Ker pa v našem primeru problem razreza rešujemo sproti s prihajanjem novih naročil, se celoten problem razdeli na več manjših delov. Vsakega od teh manjših delov lahko rešimo optimalno z uporabo omenjenega postopka, saj predpostavljamo, da velikost posameznega problema ne presega meje, pri kateri je tak postopek še učinkovit.

Ker ni vseeno, katera naročila ostanejo nenarezana, za kriterijsko funkcijo ne moremo uporabiti $\sum_{i=1}^{n}\delta_j$, tako kakor v [6]. Zato uporabimo funkcijo $\sum_{i=1}^{n}\Delta_i * s_i$, pri čemer dolžino posameznega naročila zamenjamo s prigodnostnimi stroški tega naročila. Tako dobimo izraz:

a pattern-oriented approach [2] is not feasible and the problem is solved with integer linear programming (the branch & bound method).

Due to the NP completeness of this problem, the method is not suitable for larger problems as the solution time grows exponentially with the size of the problem – the maximum size of the problem that can be solved optimally is presented in [7]. Since the cutting-stock problem is solved continually with new orders, the whole problem is divided into smaller parts. Each of these subproblems can be solved optimally, since we assume that the size of the subproblem does not exceed the limit where the branch & bound approach is still effective.

Because it matters which order lengths are left uncut, $\sum_{i=1}^{n}\delta_j$ cannot be used as the criterial function as in [6]. Therefore, we use the modified function $\sum_{i=1}^{n}\Delta_i * s_i$, where each order length is replaced with the opportunity costs of that order. So the following formula is used:

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta_i * oc_i \qquad (1).$$

Prigodnostne stroške bomo takole izračunali:

The opportunity costs will be calculated with the following formula:

$$oc_i = b_i * (1 + y * \sqrt{t_i}) * (1 + z * p_i) \qquad (2).$$

Obrazec (2) bi lahko zapisali tudi drugače, odvisno od tega, kakšno pomembnost pripisujemo posameznim dejavnikom, v našem primeru prednosti in čakalnemu času posameznega naročila. Po potrebi bi lahko v obrazec vključili tudi druge pomembne dejavnike.
Problem izrazimo z naslednjim modelom:

(1) min $\sum_{i=1}^{n}\Delta_i * oc_i$ (zmanjšaj število nenarezanih kosov, uteženo s prigodnostnimi stroški)
s pogojem, da
(2) $\sum_{i=1}^{n}(s_i * x_{ij}) < d_j \quad \forall j$ (omejitve nahrbtnika)
(3) $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} + \Delta_i = b_i \quad \forall i$ (omejitve povpraševanja - posamezne dolžine naročila ne smemo narezati več, kakor je povpraševanje po njej):
(4) $x_{ij} \geq 0$, celoštevilčni $\forall i, j$
$\Delta_i \geq 0 \quad \forall i$

Tako smo problem spremenili na običajen enokriterijski, ki ga lahko rešimo s poljubnim reševalnikom za celoštevilčno linearno programiranje.

Z obrazcem (2) smo popravili vrednost $b_i$ za faktor, ki ga določimo na podlagi dosedanjega časa čakanja na razrez in prednosti posameznega naročila. y in z sta faktorja, ki določata relativno prednost pri razrezu in s katerima lahko določamo, kaj je pri načrtu razreza pomembneje (čim manjša izguba, čim boljša izpolnitev naročil z dolgim čakalnim časom ali čim boljša izpolnitev naročil z visoko prioriteto). Višja vrednost teh uteži pomeni večjo relativno pomembnost tega faktorja. Seveda lahko določimo tudi y=z=0. V tem primeru zmanjšujemo samo izgubo materiala.

Čas čakanja se v vsakem naslednjem obdobju povečuje za 1, prigodnostni stroški pa se povečujejo s

Formula (2) can be written differently, depending on the importance of different factors, in our case the priority and the waiting time of each order. Other relevant factors can be included in the formula.
The problem is described with the following model:

(1) min $\sum_{i=1}^{n}\Delta_i * oc_i$ (minimize the number of uncut order lengths weighted with opportunity costs)
subject to
(2) $\sum_{i=1}^{n}(s_i * x_{ij}) < d_j \quad \forall j$ (the knapsack constraint)
(3) $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} + \Delta_i = b_i \quad \forall i$ (the demand constraint - more pieces than demanded should not be cut)
(4) $x_{ij} \geq 0$, integer $\forall i, j$
$\Delta_i \geq 0 \quad \forall i$

Now our problem is transformed into the usual one-criterial problem, which can be solved with a solver for integer linear programming.

With formula (2), $b_i$ is corrected with a multiplier that is calculated from the waiting time and the priority of each order. y and z are factors that determine the relative importance of those factors (trim loss, waiting time, priority). A higher value of each weight means a higher relative importance of that factor. Obviously, we could set y=z=0. In this case only the trim loss is minimized.

The waiting time is increased by 1 in each time period, while the opportunity costs increase with the root of the waiting time. The priority can be korenom časa čakanja. Prednost lahko določimo razsodno na podlagi tega, kakšno škodo bi podjetju povzročila neizpolnitev posameznega naročila. Ta škoda je lahko bodisi zastoj v nadaljnji proizvodnji zaradi pomanjkanja materiala, izguba dobička pri nadaljnji prodaji, kazen za neizpolnitev naročila, določena v pogodbi, ali kaj drugega.

Prednost je vključena iz jasnih razlogov – pomembna naročila želimo izpolniti čim prej. Čas čakanja je dodan v enačbo zato, da v primeru stalnega pomanjkanja materiala manj pomembna naročila na izpolnitev ne bi čakala neskončno dolgo.

Seveda je v enačbi za izračun prigodnostnih stroškov vključena tudi dolžina naročila. S tem zagotovimo, da model upošteva tudi izgubo materiala kot enega od dejavnikov pri optimizaciji.

V tako opredeljeno enačbo lahko po potrebi dodajamo tudi druge faktorje, ki vplivajo na to, da je izpolnitev posameznega naročila pomembnejša od preostalih, kot na primer, če bi želeli prej izpolniti daljša naročila zaradi zmanjšanja izgub pri kasnejših razrezih. Seveda pa vsako povečanje obeh uteži ali vključitev novih sodil v model povečuje izgubo materiala.

## 3 REŠITEV

Uporabo predlaganega modela razreza prikažimo na praktičnem primeru. Rešen je bil z uporabo programa MPL/CPLEX na osebnem računalniku (AMD, 1300 MHz).

determined arbitrarily, depending on the loss from the nonfulfilment of each order for the company. This loss can be a stoppage in production due to a lack of material, a loss of sales, a fine for the nonfulfilment of the contract or something else.

The reason for including priority in the equation is clear – important orders should be fulfilled as soon as possible. The waiting time is added in order to prevent less important orders waiting for too long in cases with a constant lack of material.

Of course order length is also included in the opportunity costs equation. With this it is guaranteed that the trim loss is also considered as one of the factors.

In this equation other factors that affect the importance of each particular order can be added when needed. For example, if we want to fulfill longer orders earlier in order to decrease the trim loss in later cutting-stock plans. Obviously each increase in weights or the inclusion of new factors in the model increases the final trim loss.

## 3 SOLUTION

The use of the proposed model is shown on a practical example. It was solved with the MPL/CPLEX program on a PC (AMD, 1300 MHz).

PODATKI O NAROČILIH / ORDER LENGTHS

| m | $s_i$ | $b_i$ | $t_i$ | $p_i$ | $oc_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 144 | 22 | 2 | 1 | 266,6222 |
| 2 | 194 | 11 | 2 | 1 | 359,1994 |
| 3 | 249 | 29 | 0 | 1 | 323,7000 |
| 4 | 157 | 37 | 0 | 3 | 298,3000 |

PODATKI O PALICAH V ZALOGI /STOCK LENGTHS

| n | $d_j$ |
|---|---|
| 1 | 2663 |
| 2 | 1805 |
| 3 | 2461 |
| 4 | 1963 |

IZGUBA / TRIM LOSS

| n | $t_j$ |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 4 | 0 |

REALIZACIJA /REALIZATION

| m | $b_i$ | realizacija | $\Delta_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 22 | 20 | 2 |
| 2 | 11 | 1 | 10 |
| 3 | 29 | 0 | 29 |
| 4 | 37 | 37 | 0 |

Sl. 1. *Rešitev problema enorazsežnega razreza ob upoštevanju prigodnostnih stroškov v 1. obdobju*
Fig. 1. *Solution of the general one-dimensional cutting-stock problem in period 1 (taking opportunity costs into account)*

Vrednost uteži y in z je 0,3, predstavljamo pa razrez v dveh obdobjih, ko je bilo obakrat premalo materiala. Vsi podatki o dolžinah palic, naročenih dolžinah, potrebnem številu le-teh, prednosti in čakalnem času posameznih naročil so za 1. obdobje predstavljeni na sliki 1, za 2. obdobje pa na sliki 2.

V drugem obdobju se čas čakanja pri naročilih, ki so preostala iz prvega obdobja, poveča za 1. Pojavi se novo naročilo 13 kosov dolžine 188 s prednostjo 2 in časom čakanja 0. Poleg tega v skladišče pridejo še nove dolžine palic (sl. 2).

Skupna izguba materiala je torej 27 cm (9 cm v prvem ter 18 cm v drugem obdobju). Če bi problem reševali brez upoštevanja prigodnostnih stroškov, bi prišli do izgube 0 cm, pri čemer bi v primerjavi s predstavljenimi rezultati na slikah 1 in 2 narezali nekaj več kosov naročila 3 in 5, zato pa bi slabše izpolnili naročila 1 in predvsem 4 (slednje ima med vsemi največjo prednost). Vidimo, da se je izguba materiala povečala le za nekaj centimetrov, saj 27 cm pomeni približno 0,16% celotnega materiala. To ni previsoka cena za boljšo izpolnitev preostalih dveh ciljev. S povečanjem uteži y in z bi dosegli še boljše izpolnjevanje teh ciljev pri še nekoliko večji izgubi materiala. Seveda bi lahko problem rešili tudi s povečanjem ravni zalog, vendar bi to pomenilo večje stroške, povezane s skladiščenjem.

The weights y and z are set to 0.3. We show the cutting-stock plans for two periods with a lack of material in both periods. All the data about stock lengths, order lengths, demand-per-each-order length, priority and waiting time are shown in Fig. 1 (for period 1) and Fig. 2 (for period 2).

In the second period, the waiting time for orders that were left from the previous period is increased by 1. There is a new order of 13 pieces of length 188 with priority 2 and waiting time 0. In addition, new stock lengths arrive in the warehouse (Fig. 2)

The total trim loss is therefore 27 cm (9 cm in the first period and 18 cm in the second period). If the model were to be solved without taking opportunity costs into account, the total trim loss would be 0 cm, while (in comparison with the results in fig. 1 and 2) more pieces of order lengths 3 and 5 would be cut, while less pieces of orders lengths 1, and especially 4 (with the highest priority among all orders), would be manufactured. The trim loss increased by only a few centimeters, as 27 cm is approximately 0.16% of the available material. This is not a too high price for the better fulfillment of other goals. Those goals could be even better reached with an increase in weights y and z, while the trim loss would also increase. Obviously, the problem could be solved with an increase in the inventory level. However, that would also increase other inventory costs.

PODATKI O NAROČILIH / ORDER LENGTHS

| m | $s_i$ | $b_i$ | $t_i$ | $p_i$ | $oc_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 144 | 2 | 3 | 1 | 284,4720 |
| 2 | 194 | 10 | 3 | 1 | 383,2470 |
| 3 | 249 | 29 | 1 | 1 | 420,8100 |
| 5 | 188 | 13 | 0 | 2 | 300,8000 |

PODATKI O PALICAH V ZALOGI /STOCK LENGTHS

| n | $d_j$ |
|---|---|
| 5 | 2518 |
| 6 | 1638 |
| 7 | 2019 |
| 8 | 1791 |

IZGUBA / TRIM LOSS

| n | $t_j$ |
|---|---|
| 5 | 0 |
| 6 | 0 |
| 7 | 9 |
| 8 | 9 |

REALIZACIJA /REALIZATION

| m | $b_i$ | realizacija | $\Delta_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 0 |
| 2 | 10 | 10 | 0 |
| 3 | 29 | 20 | 9 |
| 5 | 13 | 4 | 9 |

Sl. 2. *Rešitev problema enorazsežnega razreza ob upoštevanju prigodnostnih stroškov v 2. obdobju*
Fig. 2. *Solution of the general one-dimensional cutting-stock problem in period 2 (taking opportunity costs into account)*

## 4 RAZŠIRITEV MODELA

Opisani model je mogoče tako razširiti, da upoštevanje drugih dejavnikov ne gre na račun povečanja ostanka pri rezanju. Dostikrat obstaja več različnih rešitev istega problema, ki imajo enak ostanek in so torej z vidika ostanka enakovredne. Brez dodatnega sodila algoritem, po katerem deluje razveji in omeji, sam izbere eno izmed njih. Z ustreznim oblikovanjem modela lahko zagotovimo, da bo v primeru obstoja več enakovrednih rešitev izbrana tista, ki bolje zadovoljuje preostale cilje.

Če želimo zagotoviti, da se izguba ne bo povečala, mora biti razlika med prigodnostnimi stroški in dolžino posameznega naročila tako majhna, da bodo preostali dejavniki upoštevani le pri izbiri med rešitvami z enako izgubo materiala. Ta razlika mora biti torej tako majhna, da nobena rešitev A, ki ima večji ostanek kakor rešitev B, ne bo imela boljše vrednosti nove kriterijske funkcije od rešitve B. Dodatni kriteriji se bodo tako uporabili le, če bosta imeli obe rešitvi enako izgubo. Veljati mora:

$$\left(\sum_{j=1}^{m}\delta_{jA} > \sum_{j=1}^{m}\delta_{jB}\right) \Leftrightarrow \left(\sum_{i=1}^{n}\Delta_{iA} * oc_i > \sum_{i=1}^{n}\Delta_{iB} * oc_i\right) \quad (3).$$

V izrazu (3) indeks *A* pomeni rešitev A, indeks *B* pa rešitev B.

Izpolnitev pogoja (3) najlažje dosežemo tako, da faktorja y in z nastavimo tako nizko, da bo veljalo:

$$\sum_{i=1}^{n}\left|(b_i - oc_i) * s_i\right| < 1 \quad (4).$$

S tem nobena rešitev, ki upošteva le ostanek, ni slabša od kakšne druge, ki upošteva prigodnostne stroške. Zaradi celoštevilčnih vrednosti bi morala biti slabša najmanj za 1. To pa bi bilo v nasprotju s (4).

S tem smo dosegli, da med rešitvami z enako izgubo materiala izberemo tisto, ki bolje izpolnjuje dodatne pogoje. Praktični preizkusi so pokazali, da tak postopek v večini primerov privede do drugačne rešitve pri enaki izgubi materiala in nekoliko daljšem času reševanja [8] kakor pri modelu brez prigodnostnih stroškov.

## 5 SKLEP

V prispevku smo prikazali rešitev splošnega problema enorazsežnega razreza, pri katerem so palice različnih dolžin. Če zaradi prenizke ravni zalog v skladišču količina razpoložljivega materiala ne zadošča za izpolnitev vseh naročil, potem je treba sprejeti odločitev, katera naročila bodo ostala neizpolnjena. Problem bi lahko rešili s povečanjem zalog, kar pa bi povečalo druge stroške; to povečanje pa bi preseglo prihranek stroškov zaradi boljšega izpolnjevanja naročil.

## 4 MODEL EXPANSION

The described model can be expanded in such a way that the consideration of other factors does not increase the final trim loss. Often, different solutions of the same problem exist that have the same trim loss and are therefore equivalent when considering only this factor. Without additional criteria the branch & bound algorithm chose one of these solutions. With appropriate changes it can be ensured that in those cases with a more equivalent solution the model will choose the solution that best fulfils the other goals.

If we want to ensure that the trim loss will not increase in any case, the difference between the opportunity costs and each order length has to be so low that other criteria will only be taken into consideration when deciding among the solutions with equal trim loss. Therefore, this difference has to be so small that no solution A with a higher trim loss than solution B will have a lower value of the criterial function than solution B. Additional criteria will, therefore, only be used in the case where both solutions have the same trim loss. The following statement must be true:

In formula (3), index A represents solution A, index B solution B.

The fulfillment of condition (3) can most easily be ensured by setting y and z so low that the following statement will hold:

So no solution that only considers trim loss can be worse than any other solution that also takes opportunity costs into account. Due to integer values, such a solution would be worse by at least 1. That would be in direct contradiction with (4).

With this correction we achieved our goal: between the solutions with equal trim loss the solution that better fulfills other criteria is chosen. Practical experiments showed that in most cases such an approach leads to a different solution with the same trim loss and slightly longer computation time than the model without opportunity costs [8].

## 5 CONCLUSION

In this paper we described a solution to the general one-dimensional cutting-stock problem, where the stock lengths are different. If the available material is not sufficient for the fulfillment of all orders, due to a low inventory level, the decision has to be made which orders will not be fulfilled. The problem could be solved by an increase in the inventory level. However, that would enlarge other costs – this enlargement would exceed the savings due to better order fulfillment.

Zato je v prispevku predstavljena metoda, ki omogoča vključevanje različnih dejavnikov pri sprejemanju odločitve, katera naročila bodo ostala neizpolnjena. Vpeljava prigodnostnih stroškov omogoča preoblikovanje več kriterijev v enega, ki ga nato uporabimo za rešitev problema z običajnimi metodami.

Therefore, the method presented in the paper, enables us to include various factors into the decision about which orders will be left unfulfilled. The introduction of opportunity costs enables the transformation of several criteria into one that can be used for the solution of the problem with usual methods.

## 6 SIMBOLI
## 6 SYMBOLS

| | | |
|---|---|---|
| izguba pri posamezni palici | $\delta_i$ | trim loss for each stock length |
| dolžina naročila | $s_i$ | order length |
| število kosov posameznega naročila | $b_i$ | required number of pieces |
| dolžina palice | $d_j$ | stock length |
| število palic | $m$ | number of different stock lengths |
| število naročil | $n$ | number of different order lengths |
| število kosov dolžine i, ki jih odrežemo iz palice j | $x_{ij}$ | number of order lengths i to be cut from stock length j |
| število nenarezanih kosov | $\Delta_i$ | number of unfulfilled order lengths |
| prigodnostni stroški | $oc_i$ | opportunity costs |
| prednost posameznega naročila | $p_i$ | priority for each stock length |
| čas čakanja | $t_i$ | waiting time |
| utež za čas čakanja | $y$ | weight for waiting time |
| utež za prednost | $z$ | weigth for priority |

## 7 LITERATURA
## 7 REFERENCES


[1] Gass, S. (1985) Linear programming, methods and applications. *McGraw-Hill*.

[2] Gilmore, P. C., R.E. Gomory (1961) A linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research*, 9, 849-859.

[3] Gradišar, M., J. Jesenko, G. Resinovič (1997) Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computer & Operations Research*, 24, 945-953.

[4] Gradišar, M., G. Resinovič, J. Jesenko, M. Kljajić (1999) A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting. *European Journal of Operational Research*, 114, 557-568.

[5] Kopač, J. (2002) Cutting forces and their influence on the economics of machining. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 48 3, 121-132.

[6] Trkman, P., M. Gradišar (2002) Eksaktna rešitev problema enodimenzionalnega razreza. *DSI 2002 : zbornik posvetovanja*. Portorož, 17. – 19. april 2002.

[7] Trkman, P., M. Gradišar (2002) Choice of method for general one-dimensional cutting stock problem. *Proceedings of the WSEAS Int. Conferences*, Skiathos, 25. – 28. september 2002.

[8] Trkman, P. (2002) Kombinirana metoda enodimenzionalnega razreza materiala: magistrsko delo. *Ekonomska fakulteta*, Ljubljana.

[9] Vasko, F., D. Newhart, K. Stott (1999) A hierarchical approach for one-dimensional cutting stock problems in the steel industry that maximizes yield and minimizes overgrading. *European Journal of Operational Research*, 114, 72-82.

[10] Wäscher, G. (1990) An LP-based approach to cutting stock problems with multiple objectives. *European Journal of Operational Research*, 44, 175-184.

[11] Westerlund, T., I. Harjunkoski, J. Isaksson (1998) Solving a production optimization problem in a paper-converting mill with MILP. *Computers & Chemical Engineering*, 22, 563-570.



Naslov avtorjev: mag. Peter Trkman
dr. Miro Gradišar
Ekonomska fakulteta
Univerza v Ljubljani
Kardeljeva ploščad 17
1000 Ljubljana
miro.gradisar@uni-lj.si
peter.trkman@uni-lj.si

Authors' Address: Mag. Peter Trkman
Dr. Miro Gradišar
Faculty of Economics
University of Ljubljana
Kardeljeva ploščad 17
1000 Ljubljana, Slovenia
miro.gradisar@uni-lj.si
peter.trkman@uni-lj.si



Prejeto:
Received: 20.11.2002

Sprejeto:
Accepted: 12.9.2003

Odprto za diskusijo: 1 leto
Open for discussion: 1 year