

Numerično modeliranje mešanja v posodi z Rushtonovim mešalom

Numerical Modeling of Mixing in a Vessel with a Rushton Impeller

Matjaž Hriberšek - Matej Zadravec

Prispevek obravnava numerično modeliranje mešanja newtonske tekočine v mešalni posodi, v kateri je nameščeno turbinsko Rushtonovo mešalo. Obravnavan je ustaljeni turbulentni tokovni režim, opisan s časovno povprečenim Navier-Stokesovim sistemom enačb. Numerično reševanje temelji na uporabi dvoenačbnega modela turbulence in metode končnih prostornin. Posebna pozornost je namenjena modeliranju vrtenja mešala ter izračunu mehanske moči za mešanje, kakor tudi nekaterim poenostavitvam, ki omogočajo hitrejši izračun zahtevnih diskretnih modelov.

© 2005 Strojniški vestnik. Vse pravice pridržane.

(Ključne besede: mešala Rushtonova, modeliranje numerično, tok turbulentni, razmere tokovne)

This paper presents numerical modeling of mixing a Newtonian fluid in a stirring vessel with a Rushton impeller. The stationary turbulent flow is governed by the time-averaged Navier-Stokes equations. For the numerical approach, a two-equation turbulence model with the finite-volume method was used. The focus is on impeller rotation, a determination of the stirrer power and a simplification that can lead to faster solving of complicated discreet models.

© 2005 Journal of Mechanical Engineering. All rights reserved.

(Keywords: Rushton impeller, numerical modeling, turbulent flow, flow conditions)

0 UVOD

Mešanje je eden najpogosteje uporabljenih postopkov, lahko poteka samostojno ali kot spremljevalec drugih postopkov. Najpogostejša oblika mešalne naprave v inženirski praksi je mešalna posoda. Poglavitna naloga mešanja je priprava in vzdrževanje čim bolj enakomerne porazdelitve toplote in snovi v napravi, kar omogoča prisilno gibanje tekočine, ki je posledica vnosa mehanske energije prek vrtenja mešala. Pri konstrukciji mešalne posode je najpomembnejši podatek potrebna moč za mešanje, saj je od nje odvisna izbira pogonskega sklopa, medtem ko je za določanje stopnje premešanja in mešalnega časa ter razmer pri prenosu toplote in snovi poglavitno poznavanje tokovnih razmer in mehanizmov mešanja.

Študij mešanja je še do nedavnega temeljil predvsem na znanju in izkušnjah, pridobljenih pri preizkusih na modelnih napravah. Kadar imamo na voljo ustrezno preizkusno opremo, je takšen postopek

ustrezen, saj opazujemo dogajanje v dejanskem fizikalnem sistemu. Žal ima modelno preizkušanje pravi pomen tedaj, kadar ima inženir na voljo ustrezne metode merilnega prenosa, ki mu omogočijo prenos spoznanj z modelnega merila na industrijsko merilo. Podobnostna teorija, najpogosteje uporabljan postopek v merilnem prenosu, je ena izmed možnosti, žal pogosto omejena z nasprotujočimi si pravili, kar je izrazito predvsem pri obravnavi lokalnega dogajanja v mešalni posodi ali mešanja večfaznih sistemov. Glavni problem pri merilnem prenosu ni le sprememba izmer, pač pa sprememba tokovnih razmer v mešalni posodi, tako na makro (veliki vrtinci, glavne tokovnice) kakor tudi na mikro ravni, česar podobnostna teorija seveda ne more zajeti.

Turbinsko oziroma Rushtonovo mešalo je dobilo ime po J. H. Rushtonu, ki je prvi preučeval postopek mešanja z uporabo tega mešala. Rushton in drugi ([12] in [13]) je s preizkusom podal krivulje brezrazsežnega Newtonovega števila v odvisnosti od Reynoldsovega števila za različne tipe mešal.

Zaradi velike uporabnosti mešala so bile izvedene številne meritve tokovnega polja v okolici Rushtonovega mešala. Wu in Patterson [10] ter Ranade in Joshi [11] so s pomočjo laserske Dopplerjeve anemometrije (LDA) preučevali tokovne razmere v mešalnih posodah z Rushtonovim mešalom. Wu in Patterson [10] sta se v raziskavi osredotočila na periodično obnašanje toka v okolici mešala zaradi prehoda lopatic mešala glede na preostali del mešalne posode, ter ugotovila, da ima to velik vpliv na turbulentne veličine toka. Rezultati, ki sta jih podala Ranade in Joshi [11], so bili podani s poudarkom na tokovnem polju v okolici mešala, prav tako pa sta rezultate primerjala z že do tedaj opravljenimi preizkusi. Ugotovila sta, da premer mešalne posode nima velikega vpliva na tokovno dogajanje v neposredni okolici mešala.

Raziskave, ki so jih opravili Van't Riet in drugi ([15] in [16]), so pokazale, da za vsako od lopatic Rushtonovega mešala nastaneta dva vrtinca. Prav tako pa je v teh člankih zajeto turbulentno obnašanje toka v okolici mešala.

Na področju inženirskih znanosti je v zadnjem desetletju prišlo do preboja računalniških simulacij z znanstvenega področja na področje inženirstva, kar velja tako za računalniško mehaniko kakor tudi za računalniško dinamiko tekočin (RDT). Vzrok temu je bil hkraten pospešen razvoj matematično-fizikalnih in približnih modelov ter hiter razvoj računalniške hitrosti. Ker je mešanje predvsem problem dinamike tekočin, je z razvojem računalniške dinamike tekočin, ki omogoča natančen vpogled v tokovne razmere v mešalnih posodah, postopkovni inženir tako dobil v roke (sicer zahtevno) orodje, ki v veliki meri nadomešča podobnostno teorijo. To je še posebej pomembno v primeru obravnave tokov v posodah z več mešali, Bašič [2], in pri mešanju nenevtonskih tekočin, Hriberšek [7].

Harvey in Rogers [5] sta s pomočjo Navier-Stokesovih enačb izvedla izračun tokovnega polja v mešalni posodi z Rushtonovim mešalom. Uporabila sta večblokovno računsko mrežo. Primerjala sta dva izračuna, med katerima je bila razlika v modeliranju vrtenja mešala. V prvem primeru sta uporabila model ustaljenega sklopljenega izračuna toka v rotirajočem in mirujočem območju računske mreže (lega rotirajočih delov glede na mirujoče je ves čas enaka), v drugem primeru pa neustaljen sklopljen izračun toka v rotirajočem in mirujočem območju računske mreže (zajet je medsebojni vpliv in časovno spreminjanje toka zaradi spreminjajoče se medsebojne

lege mirujočega in rotirajočega območja). Raziskavo vpliva različnih modelov za modeliranje rotirajočega območja na tokovno polje v različnih geometrijskih oblikah mešalnih posod so izvedli tudi Brucato in drugi [3].

Za overitev numeričnih izračunov so potrebni primerni preizkusi. Najugodnejša primerjava numeričnih in preizkusnih rezultatov je v primeru, ko so numerični in preizkusni model ter postopkovni parametri mešalne posode in postopka mešanja enaki. Ranade in Joshi [11] sta primerjala numerične rezultate s preizkusnimi rezultati, dobljenimi z uporabo merilne metode LDA, medtem ko sta primerjavo numeričnih rezultatov z eksperimentalnimi rezultati, dobljenimi z uporabo metode meritev hitrosti s tehniko sledenja osemenjevalnih delcev (PIV), izvedla Lee in Yianneskis [8].

Namen prispevka je podati podroben opis numeričnega modela laboratorijske mešalne posode z Rushtonovim mešalom s poudarkom najpomembnejših matematično-fizikalnih modelov. Poznavanje delovanja takšnih modelov je lahko odločilno za natančnost rezultatov računalniške simulacije, obenem pa inženirju - uporabniku ponujajo tudi boljše razumevanje delovanja standardnih programov (CFX) oziroma uporabniško prirejenih za simulacijo mešanja (CFX-Promixus [4]).

1 ZNAČILNOSTI MEŠANJA V MEŠALNIH POSODAH

Med mehanizme mešanja prištevamo konvekcijo, disperzijo in difuzijo. Konvekcija pomeni gibanje skupka snovi in njegovo raztezanje, disperzija pa razbitje skupka snovi na manjše dele, kar pospeši postopek izenačevanja lastnosti zmesi. Difuzija oziroma mikromešanje pomenita izenačevanje na molekularni ravni, ki je najpočasnejši in v primeru homogenih sistemov tudi zadnji mehanizem mešanja. Z mehanskim mešanjem vplivamo na konvekcijo in disperzijo, medtem ko na difuzijo nimamo vpliva.

Glavni del mešalne posode je mešalo, ki je namenjeno za prenos mehanske energije v kinetično energijo tekočine. Od oblike mešala je odvisno tokovno polje v mešalni posodi. Pri vzdolžnem mešalu je smer črpanja kapljevine na izstopu s področja mešala vzporedna gredi mešala. Pri prečnem mešalu izstopa kapljevina pravokotno glede na gred mešala. Pogosto ima mešalna posoda tik ob steni nameščeno določeno število tokovnih ovir, ki so

namenjene za preprečitev gibanja glavnine kapljevine v smeri vrtenja mešala. Eden od znakov takšnega nezaželenega gibanja je sosredno znižanje gladine kapljevine zaradi pojava velikega vrtinca v posodi. Poleg slabšega mešanja lahko v takšnih primerih pride do prodora zraka v kapljevino, kar lahko pomembno vpliva na potek postopka v posodi.

2 RAČUNALNIŠKA DINAMIKA TEKOČIN

Izhodišče računalniškega modeliranja dinamike tekočin je sistem ohranitvenih zakonov mase, gibalne količine, toplote in snovi v diferencialni obliki, ki velja za obravnavo zveznih teles (mehanika kontinuuma). Najbolj vsesplošna oblika ohranitvenih zakonov so enačbe Navier-Stokes, ki jih lahko uporabimo za opis laminarnega in turbulentnega toka, stisljive in nestisljive ter newtonske in nenewtonske tekočine. Omejimo se na mešanje newtonske tekočine, za katero se sistem ohranitvenih zakonov v mirujočem koordinatnem sistemu glasi:

- ohranitev mase:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

- ohranitev gibalne količine:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta v_i + g_i \quad (2)$$

V primeru mešalne posode oz. naprav z rotirajočimi deli najpogosteje uporabimo kombinacijo zapisa gibanja tekočine glede na mirujoči koordinatni sistem in glede na rotirajoči koordinatni sistem. Rotirajoči koordinatni sistem se vrti s kotno hitrostjo mešala, uporabimo pa ga za opis gibanja tekočine v neposredni okolici mešala. Glede na to, da se koordinatni sistem vrti, lahko rešujemo ohranitvene enačbe za relativno gibanje tekočine glede na gibanje koordinatnega sistema, enačba ohranitve mase je torej sedaj:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3)$$

kjer je \vec{u} relativna hitrost delca tekočine.

Tudi enačbo ohranitve gibalne količine zapišemo za relativno gibanje tekočine, vendar pa moramo sile, ki delujejo na delec tekočine zaradi gibajočega koordinatnega sistema, ustrezno modelirati z dodatnimi viri gibalne količine F_i :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i + g_i + F_i \quad (4)$$

Dodatni viri gibalne količine F_i zajemajo Coriolis-ovo (F_{cor}) in centrifugalno (F_{cfg}) silo:

- Coriolis-ova sila:

$$F_{cor} = -2 \cdot \omega \times \vec{u} \quad (5)$$

- centrifugalna sila:

$$F_{cfg} = -\omega \times (\omega \times \vec{r}) \quad (6)$$

Povezavo vrednosti hitrosti med območjem, opisanim v rotirajočem koordinatnem sistemu, in območjem, opisanim v nepremičnem koordinatnem sistemu, opravimo na meji med obema območjema, pri tem upoštevamo:

$$\vec{u} = \vec{v} - \omega \vec{r} \quad (7)$$

kjer so: \vec{u} hitrost tekočine v rotirajočem se koordinatnem sistemu, \vec{v} hitrost tekočine v mirujočem koordinatnem istemu, ω kotna hitrost vrtenja mešala in \vec{r} položajni vektor.

Preostale spremenljivke, tlak, temperatura in koncentracija ne spremenijo vrednosti na vmesni meji med območjema. Dobljene vodilne enačbe dinamike toka rešimo z uporabo približnih metod [6].

Najbolj razširjena približna metoda v RDT je metoda končnih prostornin. Integracija vodilnih enačb poteka na nivoju končnih prostornin, ki jih definiramo v okolici vsake mrežne točke. Zbir vseh končnih prostornin zavzame celotno prostornino, ki jo definirajo meje računske mreže. Pri izpeljavi diskretnega sistema algebrajskih enačb se upošteva pravilo ohranitve, kar pomeni, da je neto vtok v končno prostornino enak neto iztoku iz končne prostornine, kar zagotavlja tudi globalno ohranitev numerične sheme.

3 MODELIRANJE ROTIRANJA MEŠALA

Uporaba rotirajočega in mirujočega koordinatnega sistema je v RDT znana kot metoda večkratnega koordinatnega sistema (VKS-MFR). Prav z uporabo te metode je mogoče preučevati tokovna dogajanja v mešalnih posodah oziroma v vseh napravah, ki so sestavljene iz rotorja in statorja.

Za povezavo vrednosti hitrosti med rotirajočim in mirujočim delom moramo uporabiti ustrezno interpolacijsko metodo. Ena izmed možnosti je metoda posplošene vmesne površine mreže (PVPM-GGI) [1]. Metoda PVPM poveže mreže različnih območij na

njihovih stičnih ploskvah. V splošnem je mogoče z metodo PVPM povezati mreže, pri katerih ni skladnosti vozlišč elementov, tipov elementov, velikosti in oblike stičnih površin, oziroma uporabimo različne modele fizike toka po celotni stični ploskvi.

V našem preračunu mešalne posode je bila uporabljena sestavljena mreža s pomočjo tekoč-tekočega drsečega vmesnega prereza. Tak tip drsečega vmesnega prereza se uporablja v modelih, v katerih je opazna sprememba lege enega od območij mreže, ki ju povezuje tak drseči vmesni prerez. V našem preračunu mešalne posode je bil na drsečem vmesnem prerezu uporabljen model zamrznjen rotor [1]. Pri uporabi tega modela se lega enega od območij spreminja, toda relativna usmeritev komponent prek drsečega vmesnega prereza je nespremenljiva. Obe območiji mreže sta povezani tako, da ima vsaka določeno relativno lego skozi preračun problema, medsebojni premik pa je določen s spremembo območja po drsečem vmesnem prerezu med mrežama.

Za modeliranje geometrijske oblike modela mešalne posode je bil uporabljen programski paket ANSYS Workbench 8.1, ki združuje orodja za modeliranje in mreženje geometrijske oblike modela. Modeliranje geometrijske oblike mešalne posode se je izvajalo z uporabo mer laboratorijskega modela mešalne posode, izdelanega z namenom eksperimentalne analize tokovnih razmer v mešalni posodi (sl. 1, 2). Naš primer je bil sestavljen iz dveh ločenih geometrijskih oblik, ki sta sestavljali celoto

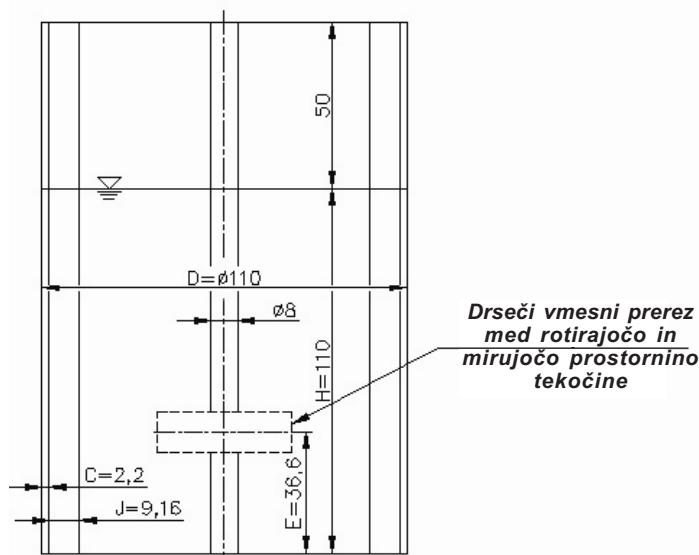
oziroma področje, katerega zapolni tekočina v mešalni posodi (sl. 3).

Geometrijsko obliko obeh modelov sestavljajo ploskve, ki morajo dajati zaključeno prostornino. Zaradi osnosimetrične geometrijske oblike mešalne posode je bilo treba modelirati le polovico mešalne posode. Z modeliranjem le polovice mešalne posode se zmanjša število elementov in s tem tudi čas preračuna, medtem ko ostane natančnost preračuna enaka.

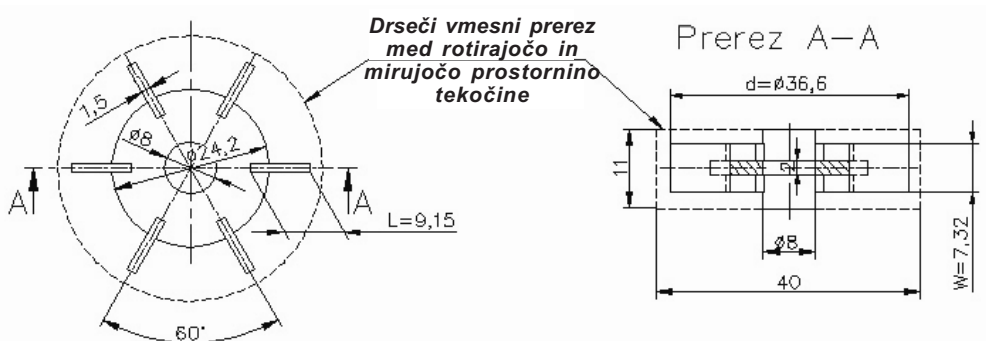
Pri modeliranju geometrijske oblike modelov so bile pregrade in lopatice rotorja modelirane s predpisano debelino in ne le kot tanke površine, kar bistveno vpliva na natančnost opisa geometrije fizikalnega problema. Mreži mirujoče in rotirajoče prostornine tekočine sta prikazani na sliki 4. Ko se mreži obeh sestavita, dobimo mrežo, ki ima 757.845 elementov in 157.341 vozlišč, ki so različnih oblik:

- tetraedrov je 701.123,
- prizm je 55.389,
- piramid je 1.333.

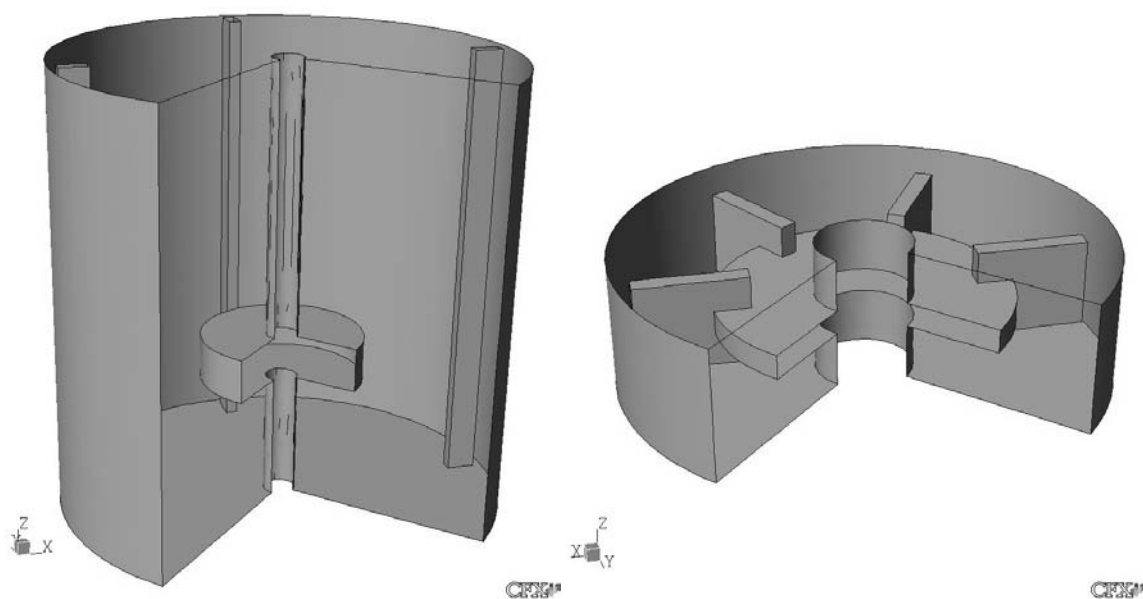
Simulacijo postopka mešanja smo izvedli kot časovno odvisno, celoten čas simulacije pa je znašal 4 sekunde, po preteku katerega so hitrosti in tlaki v tekočini dosegli ustaljene vrednosti. V začetku simulacije se rotirajoče območje vrti s 120 vrt/min, medtem ko v mirujočem delu ni nobenega gibanja tekočine. V naslednjem trenutku se začne gibanje tekočine prenašati iz rotirajočega dela tekočine oziroma vrtečega se rotorja na celotno prostornino tekočine. Preračun ohranitvenih enačb se je izvajal v časovnih korakih 0,01 sekunde, v katerih se pri vrtilni



Sl. 1. Geometrijska oblika modela mešalne posode z uporabljenimi merami za mirujočo prostornino tekočine (mere v mm)



Sl. 2. Geometrijska oblika modela mešalne posode z uporabljenimi merami za rotirajočo prostornino tekočine (mere v mm)



Sl. 3. Model mešalne posode mirujoče prostornine tekočine (levo) ter model mešalne posode rotirajoče se prostornine tekočine (desno)

frekvenci rotorja 120 vrt/min ta premakne za 1/50 vrtljaja oziroma 7,2 °C. Izveden je bil še preračun pri vrtilni frekvenci rotorja 1200 vrt/min. Preračun ohranitvenih enačb se je v tem primeru izvajal v časovnih korakih 0,005 sekunde, kjer se pri vrtilni frekvenci rotorja 1200 vrt/min rotor premakne za 1/10 vrtljaja oziroma 36 °C.

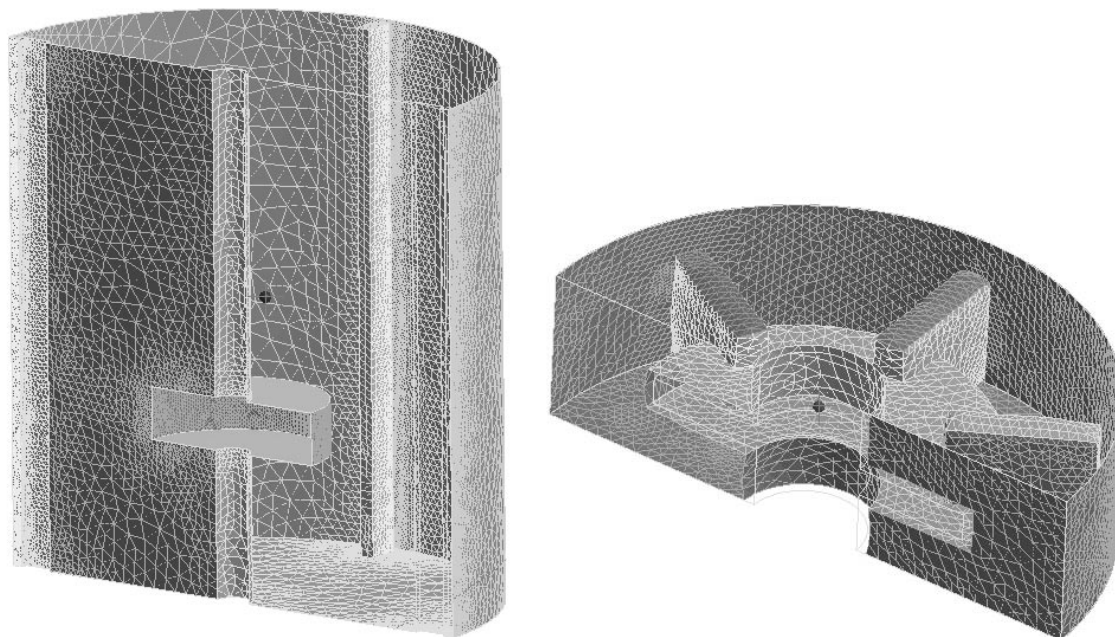
Na določenih površinah modela je treba zaradi uporabe simetrije modela mešalne posode predpisati periodične robne pogoje. Model mešalne posode je vključeval tudi preračun proste gladine, kar je zahtevalo podatke začetnih pogojev za prostorninski delež vode, prostorninski delež zraka in tlak glede na višino posode. Podani konvergenčni kriterij je bil za oba primerata preračuna 10^{-6} , kar daje zadostno natančnost rezultatov. Medij, ki je bil

uporabljen pri postopku mešanja v mešalni posodi, je bila voda. Snovske lastnosti vode so bile vzete pri temperaturi 20 °C ($\rho=998 \text{ kg/m}^3$; $\nu=1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

4 MODELIRANJE TURBULENTNEGA TOKA V MEŠALNI POSODI

Tokovno polje v napravi je odvisno od več dejavnikov, predvsem od snovskih lastnosti, hitrosti vrtenja mešala oziroma hitrosti toka tekočine ter izmer naprave. Pogosto se dogaja, da je v bližini mešala tok turbulenten, ob stenah mešalne posode laminaren, vmes pa obstaja še območje prehoda med laminarnim in turbulentnim tokom.

Pri mešanju malo viskoznih tekočin poteka mešanje najpogosteje v področju turbulentnega toka.



Sl. 4. Mreža mirujoče prostornine tekočine (levo) in rotirajoče prostornine tekočine (desno)

Zanj so značilna prostorska naključna nihanja vrednosti spremenljivk tokovnega polja, torej hitrosti, tlaka, temperature in koncentracije. Značilnost turbulence je tako vedno anizotropnost in nehomogenost. Ker je obravnava turbulence na ravni anizotropnosti in nehomogenosti, mogoča le v obliki neposredne numerične simulacije v okviru računalniške dinamike tekočin ali uporabe natančnih in občutljivih merilnih tehnik, na primer Laser-Dopplerjevih anemometrov, je treba za inženirsko analizo vpeljati določene poenostavitve.

Najpogostejši način obravnave turbulence je vpeljava predpostavke o izotropnosti in homogenosti turbulentnih veličin. V primeru homogenosti turbulence vpeljemo predpostavko, da se v vseh točkah območja pojavljajo enaka časovno povprečena odstopanja oziroma enake lastnosti turbulentnega tokovnega polja. Predpostavka o izotropnosti turbulence v neki točki pomeni enak potek odstopanj v vseh smereh okoli izbrane točke. Najintenzivnejše je turbulentno tokovno polje v neposredni bližini mešala. V tem področju lahko uporabimo predpostavko o homogenosti in izotropnosti turbulentnega polja, torej je uporaba modelov na podlagi turbulentne viskoznosti primerna. Z razdelitvijo spremenljivk toka na časovno povprečne vrednosti in odstopanje od teh vrednosti (oscilirajoči del), lahko enačbo ohranitve gibalne količine zapišemo v obliki, podobni zapisu za

laminarni tok, tokrat za časovno povprečne vrednosti \bar{v}_i :

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_i \bar{v}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \Delta \bar{v}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{v_i' v_j'}) + g_i + F_i \quad (8)$$

Enačba ohranitve gibalne količine turbulentnega toka (8) se razlikuje od enačbe ohranitve gibalne količine laminarnega toka (4) za člen $\rho \overline{v_i' v_j'}$, ki se imenuje člen Reynoldsovih oziroma turbulentnih napetosti in opisuje medsebojni vpliv sprememb hitrosti:

$$\overline{\rho v_i' v_j'} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + \left(\rho \nu_T \left[\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right] \right) \quad (9)$$

V zgornji enačbi smo vpeljali turbulentno viskoznost ν_T , ki z viskoznostjo ν pomeni dejansko viskoznost:

$$(10)$$

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_T$$

Vpeljava turbulentne viskoznosti, oz. gradientnega modela opisa Reynoldsovih napetosti, je ugodna z računskega vidika, saj moramo določiti samo vrednost turbulentne viskoznosti, natančnost modela pa je v veliki meri odvisna od načina izračuna turbulentne viskoznosti.

Najpreprostejši diferencialni model na podlagi turbulentne viskoznosti, ki upošteva prenos turbulentnih veličin v toku, je model $k-\epsilon$ in njegove izvedenke. Osnova modela $k-\epsilon$ je izračun dveh

karakterističnih veličin turbulentnega polja, turbulentne kinetične energije k in njenega raztrosa ε , ki ju določimo z rešitvijo dveh prenosnih enačb:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \varepsilon \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k + C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (12).$$

Števila $C_{1\varepsilon} = 1,44$, $C_{2\varepsilon} = 1,92$, $\sigma_k = 1$ in $\sigma_\varepsilon = 1,3$ so empirične stalnice, določene za primer popolnoma razvitega turbulentnega toka, medtem ko je člen P_k nastanek turbulentne kinetične energije. Modeliranje turbulentnega toka ob trdnih stenah je bila izvedena z uporabo zidnih funkcij [1].

Na podlagi izračuna teh veličin izračunamo vrednost turbulentne viskoznosti:

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (13),$$

kjer je $C_\mu = 0,09$. Iz izraza (13) je razvidno, da predpostavlja model k - ε homogenost, saj uporabimo enak izraz povsod v računskem območju, in izotropnost, saj je turbulentna viskoznost skalar in torej ni odvisna od smeri opazovanja.

5 MOČ ZA MEŠANJE IN PRETOČNO ŠTEVILO

Tokovne razmere v mešalni posodi smo preračunali s programskim paketom CFX 5.7. Uporabljeni so bili štirje vzporedno vezani računalniki Pentium 4 (2,4GHz) z 1GB Ram delovnega pomnilnika. Pregled rezultatov je bil izveden s programskim paketom CFX-Post, ki je del programskega paketa CFX 5.7. Simulacija tokovnih razmer v mešalni posodi prvega primera se je odvijala pri vrtilni frekvenci rotorja 120 vrt/min. Reynoldsovo število za ta primer je enako:

$$\text{Re}_{120} = \frac{n_{120} \cdot d^2}{\nu} = 2653 \quad (14).$$

V drugem primeru se je rotor vrtel z vrtilno frekvenco 1200 vrt/min. Reynoldsovo število za ta primer pa je:

$$\text{Re}_{1200} = \frac{n_{1200} \cdot d^2}{\nu} = 26526 \quad (15).$$

Mešanje v mešalni posodi zahteva najmanjšo moč za pogon mešala P_p . Moč P_p dobimo na temelju seštevka mehanske moči za vrtenje mešala P in moči

P_{izg} , potrebne za premagovanje izgub pri prenosu moči med pogonskim strojem in mešalom, kamor prištevamo izgube v ležajih, sklopki in tesnilih:

$$P_p = P + P_{\text{izg}} \quad (16).$$

Moč za mešanje je mogoče izračunati z znanim vrtilnim momentom iz enačbe:

$$P = M \cdot \omega = M \cdot 2 \pi n \quad (17).$$

Moč za mešanje je zmnožek vrtilnega momenta in vrtilne frekvence. Vrtilni moment na disku z lopaticami je v paketu CFX mogoče prebrati s pomočjo funkcije Calculator [1], ki je vgrajena v programski paket CFX-Post. Prebrana vrednost vrtilnega momenta na disku z lopaticami za prvi in drugi primer preračuna sta:

$$M_{120} = 1,6779 \cdot 10^{-4} \text{ Nm} \quad (18)$$

in

$$M_{1200} = 2,6782 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \quad (19).$$

Moči za mešanje, ki sledita iz enačbe (17), sta tako:

$$P_{120} = M_{120} \cdot 2 \pi n_{120} = 2,1085 \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad (20)$$

in

$$P_{1200} = M_{1200} \cdot 2 \pi n_{1200} = 3,3656 \text{ W} \quad (21).$$

Z uporabo izračunanih moči za mešanje izračunamo brezrazsežni števili moči oz. Newtonovi števili, ki sta podani z enačbama:

$$Ne_{120} = \frac{P_{120}}{\rho \cdot n_{120}^3 \cdot d^5} = 4,02 \quad (22)$$

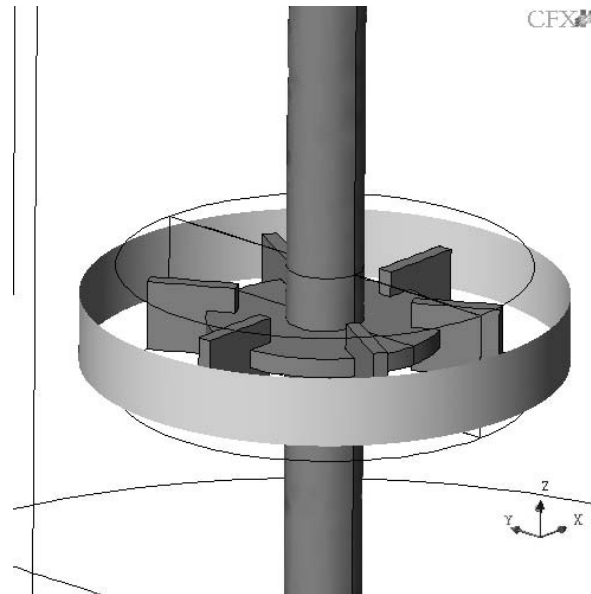
in

$$Ne_{1200} = \frac{P_{1200}}{\rho \cdot n_{1200}^3 \cdot d^5} = 6,4 \quad (23).$$

Izračunani Newtonovi števili primerjamo s preizkusno dobljenimi vrednostmi. Preizkusna vrednost števila moči je za prvi primer $N_{e120, \text{eksp}} = 4,29$ [17] in za drugi primer $N_{e1200, \text{eksp}} = 6,22$ [13]. Tako je odstopanje numerično izračunane vrednosti od preizkusno dobljenih vrednosti brezrazsežnega števila moči v prvem primeru 6% in v drugem primeru 3%.

Poleg števila moči je pomemben podatek tudi pretočno število, ki je podano z enačbo:

$$N_Q = \frac{Q}{n \cdot d^3} \quad (24).$$



Sl. 5. Površina, na kateri je izračunan povprečni pretok tekočine Q .

V enačbi za pretočno število se pojavi pretok tekočine Q , ki ga prispeva lopatica rotorja (sl.5). Povprečna masna pretoka tekočine na izstopni površini iz lopatice sta enaka:

$$Q_{120} = 8,634 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s} \quad (25)$$

in

$$Q_{1200} = 7,777 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s} \quad (26).$$

Iz enačbe (24) se tako preračunata pretočni števili:

$$N_{Q120} = \frac{Q_{120}}{n_{120} \cdot d^3} = 0,881 \quad (27)$$

in

$$N_{Q1200} = \frac{Q_{1200}}{n_{1200} \cdot d^3} = 0,792 \quad (28).$$

Izračunani pretočni števili sta primerljivi z preizkusno ugotovljenimi vrednostmi za Rushtonovo mešalo [10]. V osnovi pretočnih števil lahko tudi ocenimo čas premešanja tekočine [9] oz. čas homogenizacije:

$$t_m = \frac{5 \cdot V}{N_Q \cdot n \cdot d^3} \quad (29).$$

Za prvi primer znaša čas premešanja približno 60 sekund, medtem ko je čas premešanja v drugem primeru nekako 6 sekund. Natančen izračun časa homogeniziranja je mogoč tudi v okviru izračuna RDT, vendar pa je za to potrebno izračunati dodatno prenosno enačbo za neko izbrano sestavino.

6 TOKOVNE RAZMERE

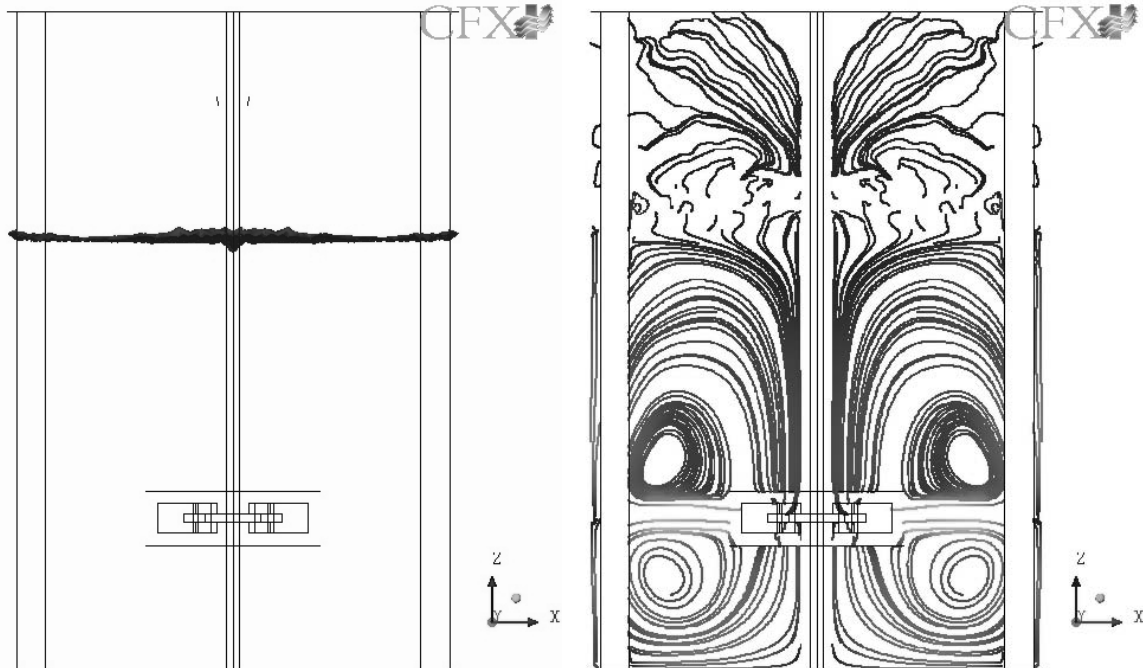
Pri analizi tokovnih razmer v mešalni posodi z Rushtonovim mešalom je znano, da je njegovo tokovno polje prečno. Na sliki 6 so prikazane tirnice delcev v tokovnem polju v mešalni posodi, ki imajo značilno prečni potek. V tokovnem polju je mogoče zaslediti dva globalna vrtinca, enega nad in enega pod ravnino rotorja.

Vektorji tokovnega polja pri različnih vrtilnih frekvencah, iz katerih je razvidna smer gibanja toka tekočine, so prikazani na sliki 7. Vektorji hitrostnega polja so na izstopu iz lopatice usmerjeni navzgor, kar se ujema z eksperimentalno dobljenimi rezultati [8]. Usmerjenost hitrostnih vektorjev navzgor se z oddaljevanjem od roba lopatice zmanjšuje, na določeni oddaljenosti od roba lopatice se vektorji poravnajo v vodoravni smeri oziroma se usmerijo navzdol.

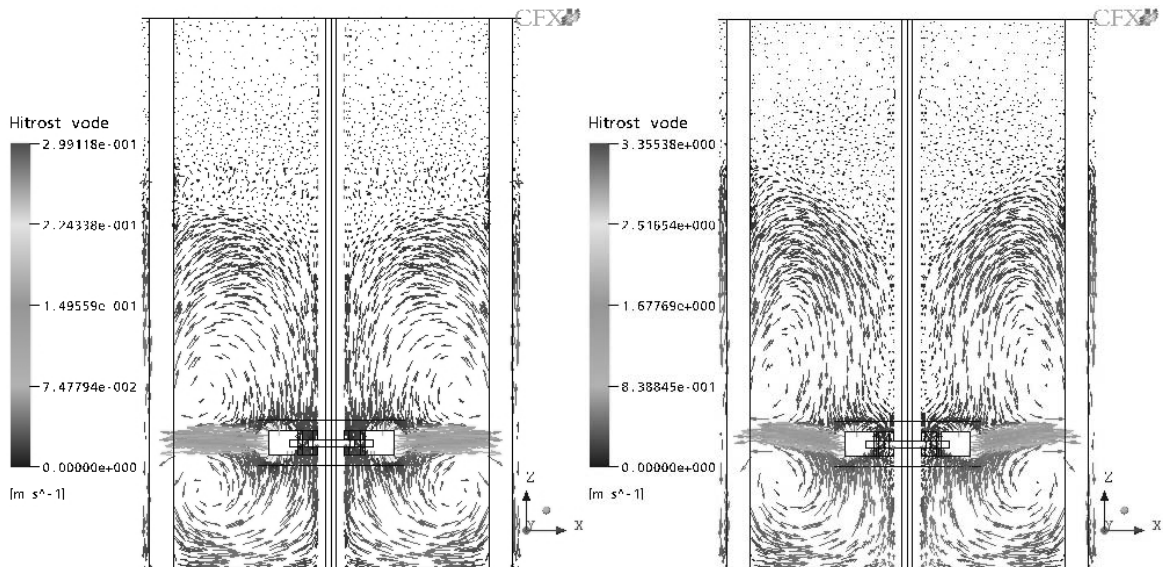
Največje hitrosti tekočine se pojavijo na izstopnem robu lopatice. Hitrostna profila na izstopnem robu lopatice sta prikazana na sliki 8. Hitrostni profil na izstopnem robu lopatice Rushtonovega mešala ima obliko parabole.

S slike 9 je razvidno vrtinčenje toka za pregradami, kar pospeši mešanje toka tekočine in prepreči nezaželeno kroženje toka tekočine po obodu posode, seveda pa poveča potrebno mešalno moč.

Rezultat preračuna RDT je tudi tlačno polje v mešalni posodi. Slika 10 prikazuje tlačno polje v



Sl. 6. Prosta gladina vode v mešalni posodi (levo) in tirnice delcev v radialnem tokovnem polju mešalne posode z Rushtonovim mešalom (desno) pri 120 vrt/min

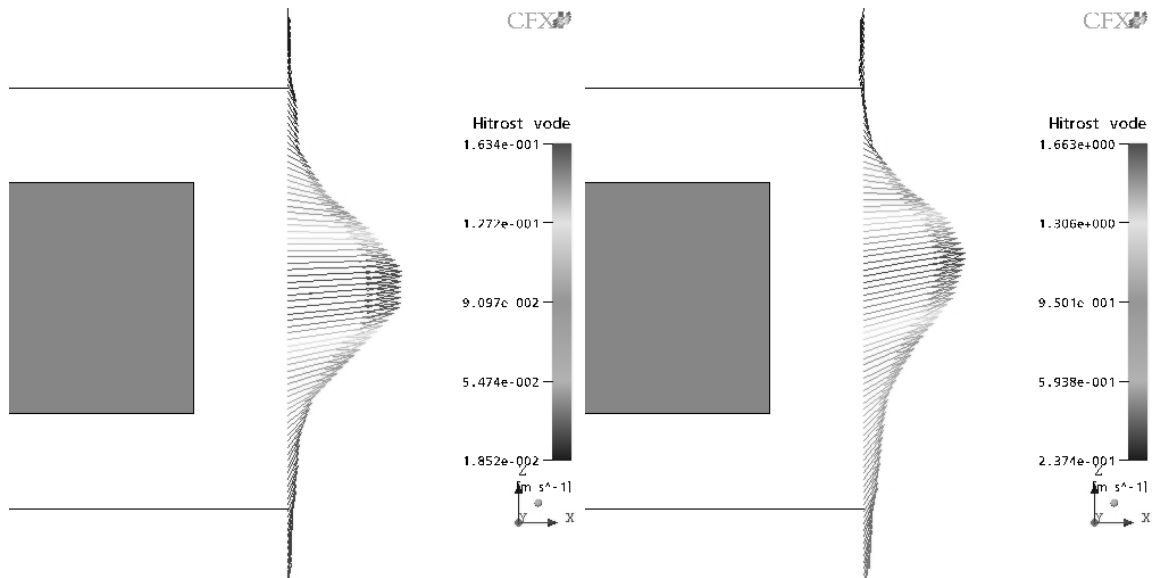


Sl. 7. Vektorji tokovnega polja v mešalni posodi z Rushtonovim mešalom pri 120 vrt/min (levo) in pri 1200 vrt/min (desno)

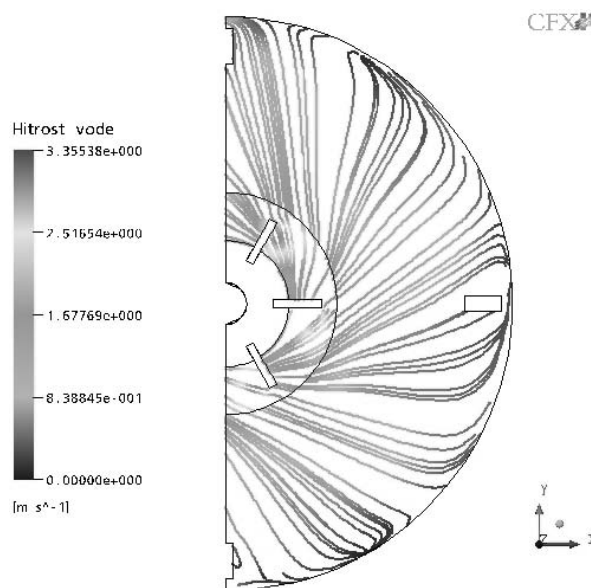
prečnem prerezu mešalne posode na višini 36,6 mm. Največji tlaki se pojavijo v okolici robov lopatice. Pričakovati je bilo, da bodo tlaki v drugem primeru, ko je vrtilna frekvenca dosti večja kakor v prvem primeru, večji. S slik je razvidno, da je porazdelitev

tlačnega polja v drugem primeru podobna kakor v prvem primeru, le da so vrednosti tlakov v drugem primeru večje.

Turbulenca je najizrazitejša v okolici lopatic Rushtonovega mešala in se z oddaljevanjem od teh



Sl. 8. Profil absolutnih hitrosti na izstopnem robu iz lopatice Rushtonovega mešala pri 120 vrt/min (levo) in pri 1200vrt/min (desno)

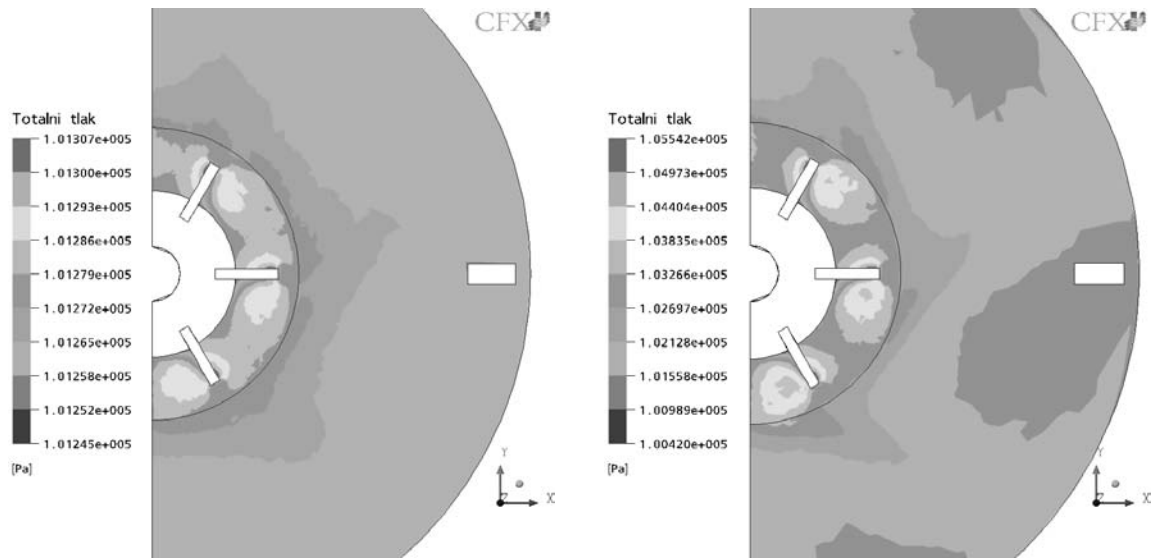


Sl. 9. Tokovnice v prečnem prerezu mešalne posode na višini $H_b = 36,6$ mm pri 1200vrt/min

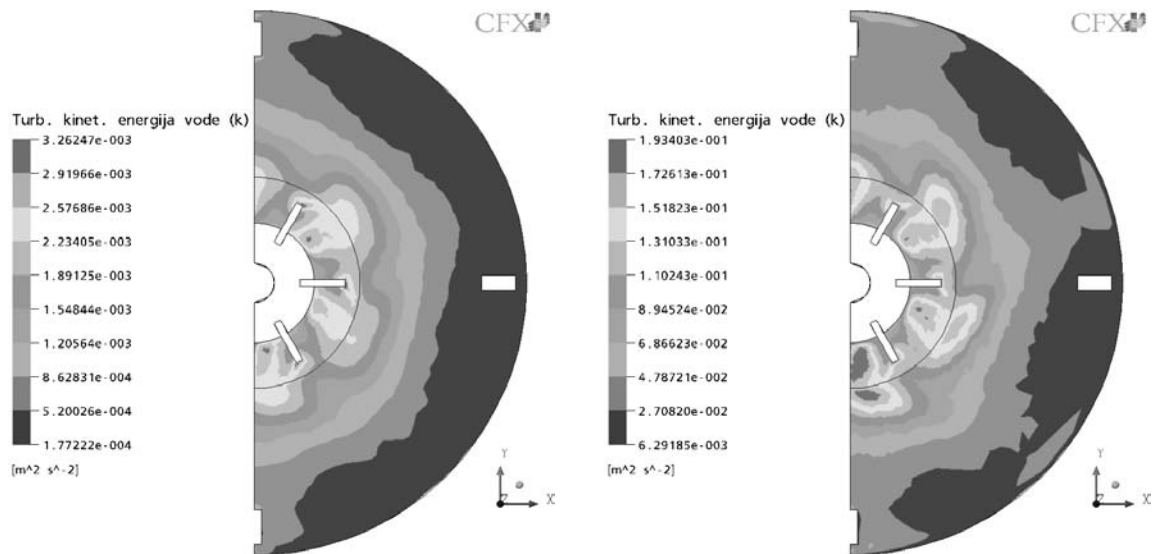
zmanjšuje. S slike 11 so razvidne vrednosti turbulentne kinetične energije na sredini višine lopatice ($z/D = 0,3$). Največje vrednosti turbulentne kinetične energije se pojavijo na vrhu lopatic in za lopaticami, kjer se pojavljajo vrtinci. V prvem primeru, kjer je vrtilna frekvenca rotorja manjša, se pojavijo tudi manjše vrednosti turbulentne kinetične energije kakor v drugem primeru, ko je vrtilna frekvenca večja.

7SKLEPI

Numerično modeliranje mešanja v mešalni posodi z Rushtonovim mešalom je bilo izvedeno z uporabo metode VKS in dvoenačbnega modela turbulence. Izračunani so bili hitrostni profili na izstopnem robu iz lopatice, značilno tokovno polje mešala, mešalna moč,



Sl. 10. Tlačno polje v prečnem prerezu mešalne posode na višini $H_b = 36,6\text{ mm}$ pri 120 vrt/min (levo) in pri 1200 vrt/min (desno)



Sl. 11. Turbulentna kinetična energija k v okolici mešala na višini $H_b = 36,6\text{ mm}$ pri 120 vrt/min (levo) in pri 1200 vrt/min (desno)

pretočno število mešala, tlačne razmere v okolici mešala in porazdelitev turbulentne kinetične energije. Rezultati se zelo dobro ujemajo z preizkusnimi izsledki [9], [10], [13] in [14].

Predstavljen približni model je torej moč uporabiti za modeliranje tokovnega polja v mešalni posodi poljubne velikosti, kar je poglobljena prednost uporabe metod RDT.

8 LITERATURA

- [1] ANSYS-CFX-5.7 (2004) *AEA Technology*.
- [2] Bašič S., Hriberšek M., Škerget L. (2002) CFD based determination of mixing power of beet sugar molasses - water mixture. *CHISA 2002*, Praga.
- [3] Brucato A., Ciofalo M., Grisaf F., Micale G. (1998) Numerical prediction of flow fields in baffled stirred vessels: A comparison of alternative modelling approaches. *Chem. Engng. Sci.*, 53(21), 1998, 3653-3684.
- [4] CFX-ProMixus (2001) *AEA Technology*.
- [5] Harvey III A. D. Rogers S. E. (1996) Steady and unsteady computation of impeller-stirred reactors. *AIChE Journal*, 42(10), 1996, 2701-2712.
- [6] Hriberšek M. (2005) Procesna tehnika I. del: Osnove, mešanje, sušenje. *Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo*, Maribor.
- [7] Hriberšek M., Bašič S., Maučec J. (2003) CFD based determination of mixing power of beet sugar molasses-water mixture. *Proceedings of 6th Italian conference on Chemical and Process engineering*. (Chemical Engineering transactions, vol. 3), str. 1529-1534. ICheAP 6, 8.-11. June, Pisa, Italy.
- [8] Lee K. C., Yianneskis M. (1998) Turbulence properties of the impeller stream of a Rushton turbine. *AIChE Journal*, 44(1), 1998, 13-24.
- [9] Nienow A.W. (1998) Hydrodynamics of stirred bioreactors. *Applied Mechanics Review.*, 51, 1998, 3-32.
- [10] Wu H., Patterson G.K. (1989) Laser-doppler measurements of turbulent flow parameters in a stirred tank. *Chem. Engng. Sci.*, 44, 1989, 2207-2221.
- [11] Ranade V.V., Joshi J.B. (1990) Flow generated by a disc turbine (Part I, Part II). *Trans. IChemE.*, 68(Part A), 1990, 19-50.
- [12] Rushton J.H., Costich E.W., Everett H.J. (1950) Power characteristic of mixing impellers – Part I. *Chem. Eng. Prog.*, 46(8), 1950, 395-404.
- [13] Rushton J.H., Costich E.W., Everett H.J. (1950) Power characteristic of mixing impellers – Part II. *Chem. Eng. Prog.*, 46(9), 1950, 467-476.
- [14] Rutherford K., Lee K.C., Mahmoudi S.M.S., Yianneskis M. (1996) Hydrodynamic characteristics of dual Rushton impeller stirred vessels. *AIChE Journal*, 42(2), 1996, 332-346.
- [15] Van't Riet K., Smith John M. (1975) The trailing vortex system produced by Rushton turbine agitators. *Chem. Eng. Sci.*, 30, 1975, 1093-1105.
- [16] Van't Riet K., Bruijn W., Smith John M. (1976) Real and pseudo-turbulence in the discharge stream from a Rushton turbine. *Chem. Eng. Sci.*, 31, 1976, 407-412.
- [17] Zlokarnik M. (2001) *Stirring - Theory and practice*. Springer, New York.

Naslov avtorjev: prof.dr. Matjaž Hriberšek
 Matej Zadravec
 Univerza v Mariboru
 Fakulteta za strojništvo
 Smetanova 17
 2000 Maribor
 matjaz.hribersek@uni-mb.si
 matej.zadravec@uni-mb.si

Prejeto: 28.4.2005
 Received:

Sprejeto: 16.11.2005
 Accepted:

Odrpito za diskusijo: 1 leto
 Open for discussion: 1 year