

DK 621.039.51:536.2

## Prevod toplote v tabletu keramičnega gorivnega elementa

ANDRO ALUJEVIČ

V nuklearni tehniki se strojniki srečujejo z bolj zapletenimi pojavi kakor sicer v običajni praksi. Takšni so tudi problemi prenosa toplote v gorivnih elementih, kjer moramo upoštevati temperaturno odvisnost toplotne prevodnosti in krajevno spremenljivo toplotno generacijo v cepljivem materialu.

### 1. TEORIJA

Enačba stacionarnega prevajanja toplote skozi snov z notranjo generacijo toplote (nuklearno gorivo) ima v splošnem obliko [1]:

$$\frac{\Phi}{V} + \nabla \lambda \nabla \theta = 0 \quad (1)$$

kjer pomenijo:  $\Phi$  toplotni tok [W]

$V$  prostornina [ $m^3$ ]

$\nabla$  operator nabla

$\lambda$  toplotno prevodnost [ $W/m^2\text{C}$ ]

$\theta$  temperaturo [ $^\circ\text{C}$ ]

Ce z  $r$  označimo razdaljo od osi in upoštevamo samo radialni prevod toplote, zapišemo enačbo (1) za cilindrično tabletu uranovega dioksida  $\text{UO}_2$ :

$$\frac{\Phi}{V} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( \lambda \cdot r \cdot \frac{d\theta}{dr} \right) = 0 \quad (2)$$

Z upoštevanjem dveh dejstev, ki ju sicer lahko včasih zanemarjamo, in sicer:

1. temperaturne odvisnosti toplotne prevodnosti  $\lambda(\theta)$ ,

2. krajevne spremenljivosti gostote toplotnih izvorov  $\frac{\Phi}{V} = f(r)$ ,

dobimo po integraciji enačbe (2) v mejah od  $r = 0$  do  $r = r$ :

$$\int_{\theta_0}^{\theta_r} \lambda(\theta) \cdot d\theta + \int_0^r \frac{dr}{r} \int_0^r \frac{\Phi}{V}(r) \cdot r \cdot dr = 0 \quad (3)$$

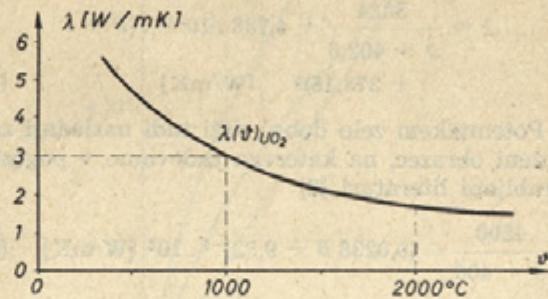
Za nadaljnji izračun  $\theta(r)$  po tej enačbi si oglejmo poteka  $\lambda(\theta)$  in  $\frac{\Phi}{V} = f(r)$  v tabletu  $\text{UO}_2$  keramičnega gorivnega elementa.

#### 1.1 Potek $\lambda(\theta)$

Krivilja temperaturne odvisnosti toplotne prevodnosti (slika 1) neobsevanega uranovega dioksida [2] kaže naravo

$$\lambda = \frac{1}{A + B \cdot \theta} \quad (4)$$

kjer sta  $A$  in  $B$  konstanti.



Slika 1

Do  $1300^\circ\text{C}$  se vrednosti po meritvah različnih raziskovalcev precej ujemajo in so naslednje [3]:

θ [°C]	λ [W/mK]					
	Hedge 74,6%TG	Feith 97,7%TG	Vogt 97,0%TG	Godfrey 93,4%TG	Storn 92,2%TG	Nishijima 95,7%TG(*)
200	3,90		6,27	5,82		6,14
300	3,50		5,52	5,24		5,55
400	3,16		4,90	4,65	4,63	4,96
500	2,87		4,35	4,18	4,17	4,40
600	2,60	4,20	4,00	3,81	3,78	3,87
700	2,38	3,90	3,67	3,48	3,46	3,44
800	2,19	3,70	3,40	3,22	3,18	3,07
900	2,02	3,50	3,20	2,98	2,95	2,74
1000	1,87	3,30	3,00	2,78	2,73	2,46
1100	1,75	3,10	2,92	2,63	2,56	2,25
1200	1,66	3,05	2,85	2,46	2,41	2,03
1300	1,60	3,00	2,76	2,34	2,30	2,02
1400	1,50	2,90	2,70		2,23	2,00
1600	1,42	2,90	2,65		2,16	2,23
1800		2,95	2,62		2,22	2,68
2000		3,00	2,60		2,39	3,47
2200			3,20		2,66	
2400					3,06	

\* TG = teoretična gostota  $\text{UO}_2 = 10,96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

Iz teh podatkov je mogoče izluščiti naslednji obrazec (do  $1300^\circ\text{C}$ ):

$$\lambda = (11,75 + 0,0235 \cdot \theta)^{-1} \cdot 10^3 \quad [\text{W/mK}] \quad (5)$$

± 3 % za neobsevani  $\text{UO}_2$  s 95 % TG.

Nad temperaturo  $1300^\circ\text{C}$  prihaja do večjega razhajanja rezultatov. Večinoma se sme predpostaviti skoraj konstantna toplotna prevodnost  $\lambda = 2,2 \text{ W/mK}$  pri temperaturah nad  $1500^\circ\text{C}$ , dasi se po nekaterih podatkih toplotna prevodnost spet nekoliko poboljša (glej tabelo).

Vpliv poroznosti  $\text{UO}_2$  na toplotno prevodnost je ocenjen z obrazcem:

$$\lambda_p = \lambda \cdot [1 - (2,5 \pm 1,5) \cdot p] \quad (6)$$

kjer je  $p$  delež poroznosti (prostornina por med kristalnimi zrni proti celotnemu volumnu tablete) in  $\lambda_p$  ustreza toplotna prevodnost poroznega materiala.

Pri obsevanem  $\text{UO}_2$  se vrednosti toplotne prevodnosti nekoliko spremenijo (rast zrn, kopiranje razcepov ipd.). Med kopico podatkov za celotno področje od 100 do 2800 °C (tališče  $\text{UO}_2$ ) precej dobro velja npr. enačba (predvsem pod 2000 °C) [3]:

$$\lambda = \frac{3824}{\vartheta + 402,6} + 4,788 \cdot 10^{-11} \cdot (\vartheta + 273,16)^3 \quad [\text{W/mK}] \quad (7)$$

Potem takem zelo dobro drži tudi naslednji zakrženi obrazec, na katerega zadevamo v pogosto uporabljeni literaturi [2]:

$$\lambda = \frac{4200}{\vartheta + 400} = (0,0238 \vartheta + 9,52)^{-1} \cdot 10^8 \quad [\text{W/mK}] \quad (8)$$

ki ga lahko imamo za najprimernejšega za naš račun (z omejitvijo pod 2000 °C).

$$1.2 \text{ Potek } \frac{\Phi}{V} = f(r)$$

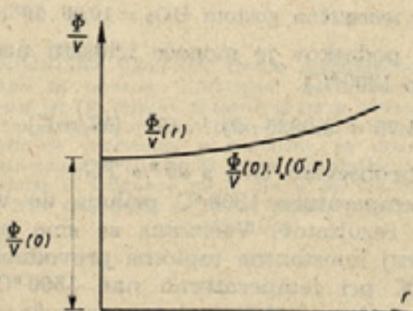
Volumenska jakost porazdeljenega toplotnega izvora  $\Phi/V$  (slika 2) je sorazmerna z nevronskim fluksom, kar velja vsaj za 87,5 % celotne v neklearnem gorivu generirane toplotne [4]. Zato lahko uporabljamo razporeditev termičnega nevronskoga fluksa v cilindrično oblikovanem gorivnem elementu:

$$n(r) = n(o) \cdot I_o(\sigma, r) \quad (9)$$

kjer pomenita  $n$  nevronski fluks ( $\text{nevtr./m}^2\text{s}$ ) in  $\sigma$  recipročno vrednost termične difuzijske dolžine ( $\text{m}^{-1}$ ),  $I_o$  pa je modificirana Besselova funkcija 1. vrste in ničtega reda.

To rešitev difuzijske enačbe v monokinetičnem približku uporabimo kot razporeditev toplotne generacije v gorivu (4):

$$\frac{\Phi}{V}(r) = \frac{\Phi}{V}(o) \cdot I_o(\sigma, r) \quad (10)$$



Slika 2

Pri tem je treba določiti vrednost koeficiente  $\sigma$ . V razni literaturi je možno npr. dobiti ustrezne metode oziroma diagrame v odvisnosti od vrste nuklearnega goriva (kovinskega urana, uranovega dioksida  $\text{UO}_2$  oziroma karbida UC), od obogativitve ( $\text{U}^{235}/\text{U}$ ) in od zunanjega premora tablet. Vendar bi to presegalo okvir ocene z vidika toplotne tehnike. Zato bomo za samo oceno vpliva depresije pri porazdelitvi gostote toplotnih izvorov v sredini tablet obravnavali štiri določene primere, namreč 0, 10, 20 in 30 % depresijo, pri tem pa bo celotna proizvedena toplota v vseh primerih enaka. Zato je pri porazdelitvi, kakršno daje enačba (10):

$$\frac{\Phi}{V}(o) = \frac{\bar{\Phi}}{V} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\sigma \cdot a}\right) \cdot I_1(\sigma \cdot a)} \quad (11)$$

kjer je  $I_1$  modificirana Besselova funkcija 1. vrste in 1. reda,  $a$  pa je zunanji polmer tablete ( $m$ ).

### 1.3 Potek $\vartheta(r)$

Z upoštevanjem izrazov (4) oziroma (8) ter (10) in (11), dobimo iz enačbe (3) obrazec:

$$\frac{1}{B} \cdot \ln \frac{A + B \cdot \vartheta}{A + B \cdot \vartheta_o} r = \frac{\Phi}{V}(o) \cdot \frac{1}{\sigma^2} \cdot [I_o(\sigma \cdot r) - 1] \quad (12)$$

Od tod izhaja končni izraz za temperaturni potek  $\vartheta_r = \vartheta(r)$ :

$$\vartheta(r) = \left( \frac{A}{B} + \vartheta_o \right) \cdot \exp \left\{ - \frac{B}{\sigma^2} \cdot \frac{\Phi}{V}(o) \cdot [I_o(\sigma \cdot r) - 1] \right\} - \frac{A}{B} \quad (13)$$

medtem ko je temperatura v sredini tablete  $\vartheta_o$ , izražena s površinsko temperaturo  $\vartheta_a$ :

$$\vartheta_o(r=o) = \left( \frac{A}{B} + \vartheta_a \right) \cdot \exp \left\{ + \frac{B}{\sigma^2} \cdot \frac{\Phi}{V}(o) \cdot [I_o(\sigma \cdot a) - 1] \right\} - \frac{A}{B} \quad (14)$$

V posebnem primeru, ko bi smeli predpostaviti nespremenljivost gostote toplotnih izvorov  $\frac{\Phi}{V}(r) = \frac{\bar{\Phi}}{V}$ , torej kadar je depresija = 0, pa neposredno iz enačbe (3) izhaja:

$$\vartheta(r) = \left( \frac{A}{B} + \vartheta_o \right) \cdot \exp \left( - B \cdot \frac{\bar{\Phi}}{V} \cdot \frac{r^2}{4} \right) - \frac{A}{B} \quad (15)$$

oziora

$$\vartheta_o(r=o) = \left( \frac{A}{B} + \vartheta_a \right) \cdot \exp \left( + B \cdot \frac{\bar{\Phi}}{V} \cdot \frac{a^2}{4} \right) - \frac{A}{B} \quad (16)$$

Izpeljane enačbe (13), (14), (15) in (16) uporabljamo pri številčnih primerih za izračun temperaturne porazdelitve v tabletah. (V članku je podan

primer tablet  $\emptyset 10 \times 10 \text{ mm}$  in  $\emptyset 1/2'' \times 3/4''$  — tj.  $\emptyset 12,5 \times 18,75 \text{ mm}$ ). Velja pa pripomniti, da veljajo izpeljane enačbe temperaturnih potekov v tablilih  $\text{UO}_2$  le do približno  $2000^\circ\text{C}$ . Nad to temperaturo namreč ne velja več predpostavljena hiperboličnost  $\lambda(\vartheta)$  in bi bilo treba rezultate popraviti. Ker pa je to razmeroma preveč zapleteno po analitični poti, si pri tem pomagamo z eno izmed bolj grobih grafičnih metod [5, 6, 7, 10] — (slika 3), pri čemer je na sliki

$$Q_o = \left( \frac{\bar{\Phi}}{V} \cdot c \right) \cdot \frac{a^2}{4},$$

korekturni faktor pa po literaturi [4]:

$$c = \frac{I_o(\sigma \cdot a) - 1}{\left( \frac{\sigma \cdot a}{2} \right) \cdot I_i(\sigma \cdot a)} \leq 1$$

## 2. ŠTEVILČNI REZULTATI

### 2.1 Tableta $\emptyset 10 \times 10 \text{ mm}$

#### a) Podatki

Za račun porazdelitve temperatur v tabletu  $\emptyset 10 \times 10 \text{ mm}$  si vzemimo naslednje podatke [8]:

— temperature na zunanji površini tablete in povprečna topotna generacija v tabletu:

$$(a) \vartheta_a = 861^\circ\text{C}, \frac{\bar{\Phi}}{V} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ W/m}^3$$

(b)	1011	$2,00 \cdot 10^8$
(c)	915	$2,55 \cdot 10^8$
(d)	1070	$2,55 \cdot 10^8$
(e)	1192	$5,60 \cdot 10^8$

(Op.: temperature  $\vartheta_a$  so izračunane iz v literaturi [8] podanih temperatur na zunanji površini gorivnega elementa — srajčke in sicer po metodi, razvidni v [9], ki jo poznamo iz običajnih računov prevajanja toplotne skozi stene votlega valja brez topotne generacije v materialu).

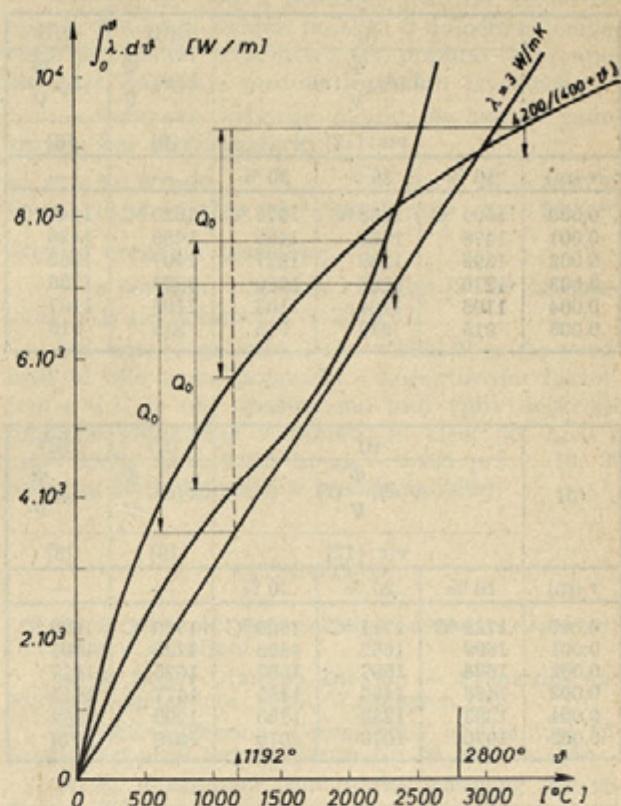
Po literaturi [8] so podobne razmere karakteristične za reaktor AGR (Advanced Gas-cooled Reactor — Windscale), in sicer (a) in (b) za možne izvedbe z močno radialno in podolžno izravnavo nevtronskoga fluksa, razmere (c) naj bi veljale za reaktor z manj izravnanim fluksom, razmere (d) pa so vzete poljubno zaradi računske primerjave. Primer (e) velja za reaktorje velike moči (NE Indian Point, NE Yankee), samo temperatura na zunanjem robu je znatno višja [8].

Topotno prevodnost  $\lambda(\vartheta)$  vzamemo po formuli (8), medtem ko naj bo pri porazdelitvi topotnih izvorov v tabletu (po enačbi (10)):

$$\sigma_1 = 1,2496 \text{ za } 10\% \text{ vpliv pri } r = 0,005 \text{ m}$$

$$\sigma_2 = 1,7466 \quad 20\%$$

$$\sigma_3 = 2,1156 \quad 30\%$$



Sl. 3. Tipična krivulja  $\int \lambda \cdot d\vartheta$  za obsevan  $\text{UO}_2$  (vrisane so tudi računske krivulje)

$$\text{Primer (e): } Q_o = 3500 \text{ W/m} \quad \begin{cases} Q_{10} = 3416 \\ Q_{20} = 3343 \\ Q_{30} = 3273 \end{cases}$$

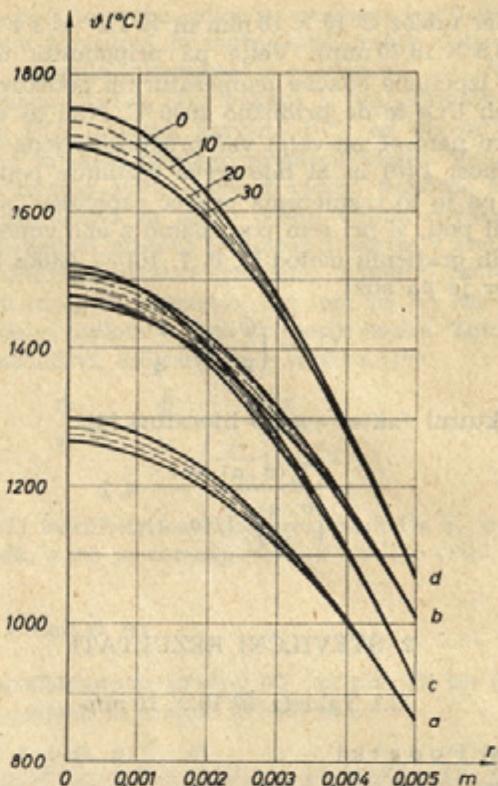
#### b) Rezultati

(a)	(i)		(ii)		(iii)	
	$\lambda(\vartheta), \frac{\bar{\Phi}}{V} (\text{r})$		$\lambda(\vartheta), \frac{\bar{\Phi}}{V}$		$\lambda_o, \frac{\bar{\Phi}}{V}$	
	vir: [12]		(9)		(8)	
r (m)	10 %	20 %	30 %	—	—	—
0,000	1287 °C	1276 °C	1266 °C	1300 °C	1278 °C	
0,001	1267	1258	1248	1282	1261	
0,002	1211	1205	1197	1221	1211	
0,003	1121	1118	1114	1129	1128	
0,004	1002	1002	1001	1002	1011	
0,005	861	861	861	861	861	

(b)	(i)		(ii)		(iii)	
	$\lambda(\vartheta), \frac{\bar{\Phi}}{V} (\text{r})$		$\lambda(\vartheta), \frac{\bar{\Phi}}{V}$		$\lambda_o, \frac{\bar{\Phi}}{V}$	
	vir: [12]		(9)		(8)	
r (m)	10 %	20 %	30 %	—	—	—
0,000	1487 °C	1475 °C	1464 °C	1510 °C	1428 °C	
0,001	1466	1455	1444	1490	1411	
0,002	1403	1395	1387	1422	1361	
0,003	1303	1298	1294	1320	1278	
0,004	1169	1168	1167	1178	1161	
0,005	1011	1011	1011	1011	1011	

(c)	(i)			(ii)	(iii)
	$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}(r)$			$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}$	$\lambda_0, \frac{\Phi}{V}$
	vir: [12]			[9]	[8]
$r$ (m)	10 %	20 %	30 %	—	—
0,000	1504 °C	1488 °C	1475 °C	1520 °C	1447 °C
0,001	1478	1463	1450	1490	1426
0,002	1396	1386	1377	1407	1362
0,003	1270	1263	1260	1277	1256
0,004	1105	1104	1103	1105	1107
0,005	915	915	915	915	915

(d)	(i)			(ii)	(iii)
	$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}(r)$			$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}$	$\lambda_0, \frac{\Phi}{V}$
	vir: [12]			[9]	[8]
$r$ (m)	10 %	20 %	30 %	—	—
0,000	1729 °C	1711 °C	1696 °C	1750 °C	1602 °C
0,001	1699	1682	1668	1720	1581
0,002	1608	1597	1587	1625	1517
0,003	1466	1460	1455	1477	1411
0,004	1283	1282	1280	1290	1262
0,005	1070	1070	1070	1070	1070

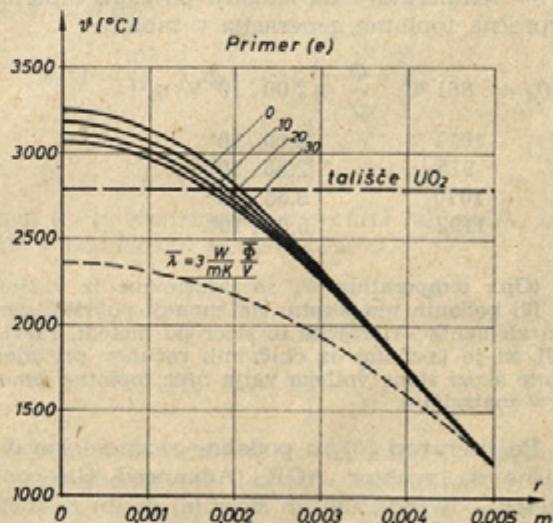


Sl. 4. Diagram poteka temperatur v tabletu

(e)	(i)			(ii)	(iii)
	$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}(r)$			$\lambda(\vartheta), \frac{\Phi}{V}$	$\lambda_0, \frac{\Phi}{V}$
	vir: [12]			[9]	[8]
$r$ (m)	10 %	20 %	30 %	—	—
0,000	(3190 °C)	(3129 °C)	(3071 °C)	(3268 °C)	2358 °C
0,001	(3077)	(3024)	(2971)	(3148)	2311
0,002	2758	2724	2682	2810	2171
0,003	2291	2274	2253	2318	1938
0,004	1741	1740	1733	1751	1611
0,005	1192	1192	1192	1192	1192

Rezultati izračunanih primerov so prikazani v diagramih (sliki 4 in 5). Pri tem vpliv depresije toplotne generacije na temperaturno porazdelitev v tabletu kaže evidentno, da so zaradi relativno nekaj manj toplote, generirane v osi tablete, temperature pri  $r = 0$  nekaj nižje kakor pri manj depresiji.

Opomba: Kakor je razvidno iz rezultatov (glej tabelo in diagram), bi bila v primeru (e) presežena temperatura 2000 °C, nad katero je prevod toplote boljši, kakor pa smo ga predpostavili v naših računih, zato radi česar naši računski rezultati za ta primer v tem področju nimajo prave vrednosti. Preseganje tališča (2800 °C) v sredini gorivne tablete bi sicer kazalo, da tolikšne gostote toplotnih izvorov (560 MW/m³) ne bi bile možne pri danih zunanjih temperaturnih razmerah, vendar grafični postopek (slika 3) pokaže, kakšne so v tem primeru dejanske razmere (glej t.č. 3 tega stavka, kjer je narejena ocena za opisani primer).



Sl. 5. Diagram poteka temperatur v tabletu

## 2.2 Tableta $\varnothing 12,5 \times 18,75$ mm

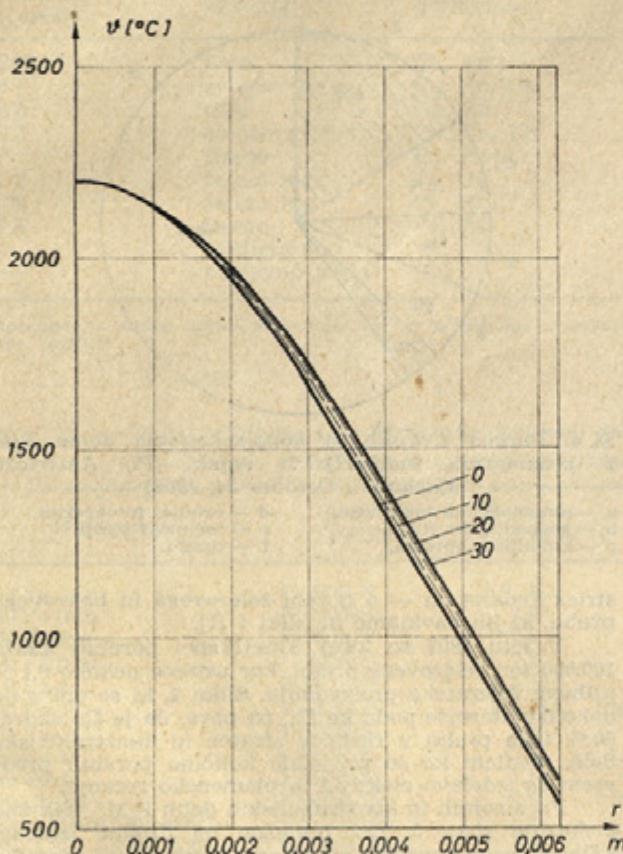
### a) Podatki (13)

- temperatura v osi gorivnega elementa 2200 °C
- toplotna generacija  $\frac{\Phi}{V} = 432 \text{ MW/m}^3$
- $\alpha_1 = 1,00$  za 10 % vpliv pri  $r = 0,00625$  m
- $\alpha_2 = 1,40$  20 %
- $\alpha_3 = 1,69$  30 %

## b) Rezultati

$r$ (m)	0 %	10 %	20 %	30 %
0	2200	2200	2200	2200
0,001	2134	2137	2140	2142
0,002	1946	1957	1968	1975
0,003	1664	1682	1701	1718
0,004	1324	1350	1374	1398
0,005	968	994	1021	1047
0,006	631	654	677	699
0,00625	556	575	599	613

Rezultati so prikazani v diagramu (slika 6). Tudi tu je očiten manjši temperaturni padec od sredine tablete do zunanjega roba pri večjih depresijah toplotne generacije (ker je tedaj relativno več toplotne generacije v zunanjih plasteh).



Sl. 6. Diagram poteka temperatur v tableti

## 3. SKLEPI

Rezultati izračunov so v določenem primeru (e) pokazali, kdaj izpeljani obrazci ne morejo veljati. Zato se je bilo treba zateči h grafični metodi (slika 3). Pri tem pa se seveda pojavlja težave zaradi tega, ker so ustrezne krivulje  $\frac{1}{\lambda} \cdot d\theta$ , kakršne lahko dobimo iz literature [5], podane samo informativno oziroma kakor jim pravimo, da so to le »tipični« poteki. Dobri so torej samo za ustrezno kvalitativno oceno.

Ko po tej poti s pomočjo grafične konstrukcije in kratkega računa po sliki 3 določimo temperaturne razmere v primeru (e), dobimo (brez upoštevanja depresije gostote toplotnih izvorov):

— računske krivulje dajejo, če tokrat zadostujejo kar grobi razbirki:

$$z \quad \lambda = 3,0 \text{ W/mK} \quad \theta_0 \approx 2400 \text{ °C}$$

$$z \quad \lambda = (9,52 + 0,0238 \cdot \theta)^{-1} \cdot 10^2 \text{ W/mK} \quad \theta_0 \approx 3300 \text{ °C}$$

(kar je vsekakor nerealno),

— s pomočjo »tipične« krivulje  $\frac{1}{\lambda} \cdot d\theta$  za obesvani UO<sub>2</sub> pa dobimo  $\theta_0 \approx 2300 \text{ °C}$ .

Pri tem je na sliki 3  $Q_0 = 3500 \text{ W/m}$  (to vrednost bi bilo treba popraviti s korekturnim faktorjem  $c \leq 1$ , če naj upoštevamo tudi vpliv depresije toplotne generacije v tabletu, in sicer je:  $c_0 = 1$ ,  $c_{10} = 0,976$ ,  $c_{20} = 0,955$  in  $c_{30} = 0,935$  pri 0, 10, 20 oziroma 30 % depresiji v sredini tablete).

## LITERATURA

- [1] F. Križanič: Diferencialne enačbe (predavanja), Univerza v Ljubljani
- [2] J. Belle: Uranium Dioxide — Properties and Nuclear Applications; AEC, Washington 1961
- [3] IAEA: Thermal Conductivity of Uranium Dioxide; Technical Reports Series No. 59, Vienna 1966
- [4] K. Johannsen: Zur Berücksichtigung der radialen Wärmequelldichtedepression bei Temperaturberechnungen an zylindrischen Brennstoffstäben aus metallischen Uran, Urandioxid und Urankarbid; Atomkernenergie 11. Jg. (1966) H. 7/8, München 1966
- [5] W. Redpath: Heat Transfer and Fluid Dynamics — Applications to the Design of Water Reactors; Reactor Safety Course No. 3, Lecture No. 37, AERE Harwell 1965
- [6] A. Alujević: Prenos toplote in varnost vrednih vodnih reaktorjev; NIJS elaborat st. 21, Ljubljana 1965
- [7] M. Tomšić-A. Alujević: Toplotna varnost z vodo hlajenih reaktorjev (BHWR); referat na II. jug. simpoziju termikov, Sarajevo 1965
- [8] D. Kolar: Študij postopkov za pripravo in karakterizacijo sintetnih uranovih goriv; NIJS letno poročilo, Ljubljana 1963
- [9] P. Peterlin-D. Kolar-J. Vdovič-A. Alujević: Izračun parametrov, ki vplivajo na obnašanje tablet UO<sub>2</sub> v gorivnem elementu; NIJS poročilo P-167, referat na II. jug. simpoziju o reaktorskih materialih, Herceg-novi 1965
- [10] J. Vdovič-A. Alujević: Steady Heat Flow out of Solids with Temperature Dependent Conductivity; NIJS Report R-497, Ljubljana 1967
- [11] J. Vdovič-A. Alujević: Analiza razdelitve temperatur, napetosti in deformacij v keramičnih tabletah gorivnega elementa; NIJS letno poročilo, Ljubljana 1966
- [12] A. Alujević: Določitev poteka temperatur v keramičnem gorivnem elementu ob temperaturno odvisni toplotni prevodnosti in krajevno spremenljivi toplotni generaciji v tabletah; referat na III. jug. simpoziju termikov, Zagreb 1966
- [13] Joint UNO-ASEA Project Study, Västerås 1966