UDK 518.5:681.31:621.039.5

Uhajanje plina iz sistema

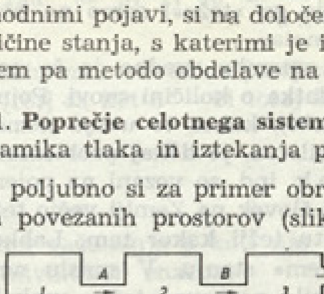
ANDRO ALUJEVIC

Za inženirje v praksi je ponavadi sestava računalniških programov trd oreh. Zato so izdelovalci elektronskih računalnikov sestavili posebne, problemsko usmerjene načine izražanja. Za obravnavanje manjših in srednje velikih sistemov med prehodnimi pojavi ponujajo pri IBM t. i. CSMP sistem (Continuous System Modeling Program), ki je navzven zelo preprosta in uporabna metoda, kajti večina dela je prepuščena stroju. Računski časi so zato ponavadi nekoliko daljši kakor pri uporabi jezika FORTRAN, in sicer zaradi avtomatičnega prevajanja in organizacije računskega postopka.

Ker imamo strojniki dostikrat opravka z različnimi prehodnimi pojavi, si na določenem primeru oglejmo veličine stanja, s katerimi je izbrani pojav opisan, za tem pa metodo obdelave na stroju.

1. Poprečje celotnega sistema (dinamika tlaka in iztekanja plina)

Povsem poljubno si za primer obravnave izberimo sistem povezanih prostorov (slika 1), napolnjenih s plinom. Obravnavani sistem naj ima skupno prostornino $V\,[\mathrm{m^3}]$, poprečen tlak $p\,[\mathrm{N/m^2}]$ in srednjo temperaturo T [K]. Iz splošne plinske enačbe je v literaturi [1, 2] izpeljana enačba idealnega »zvočnega« iztekanja (tj. izentropno, z enakomerno porazdelitvijo hitrosti v šobi) v obliki



Sl. 1. *Obravnavani sistem*

$$q = k\cdot p/\sqrt{T} \quad \mathrm{[kg/s]}$$

kjer je sorazmernostna konstanta odvisna od velikosti iztočne odprtine, iztočnega koeficienta in od svojskih lastnosti plina — razmerja specifičnih toplot $\varkappa$ in molne mase M. V omenjeni literaturi [2] so podane tudi enačbe upadanja tlaka s časom po odprtju sistema v okolico $p(t)$, in sicer za izotermni in izentropni primer. V praksi je pomembnejši kakor ta dva politropni primer ($1 < n < \varkappa$), ki si ga preračunajmo, kajti teh izrazov v uporabljeni literaturi ni najti, prav tako pa jih ni možno vseh zapisati neposredno iz objavljenih obrazcev, temveč je treba zastaviti račun na samem začetku. Tako dobimo

$$p(t) = p_o\cdot(1 + B_n\cdot t)^{-\frac{2n}{n-1}}$$

kjer je

$$B_n = \tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{T_o}\cdot k\cdot\frac{R}{M\cdot V}\cdot(n-1)$$

in je čas trajanja lavalskega iztekanja

$$t_L = \frac{1}{B_n}\cdot\left[\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\cdot\frac{n-1}{n}}\cdot\left(\frac{p_o}{p_{ok}}\right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1\right]$$

kjer je z indeksom »*o*« označeno stanje v sistemu pred prehodnim pojavom, z »*ok*« pa stanje okolice.

Z uporabo gornjih enačb si izračunamo iztočno količino plina v politropnem primeru

$$q(t) = \frac{k}{\sqrt{T_o}}\cdot p_o\cdot(1 + B_n\cdot t)^{-\frac{n+1}{n-1}}$$

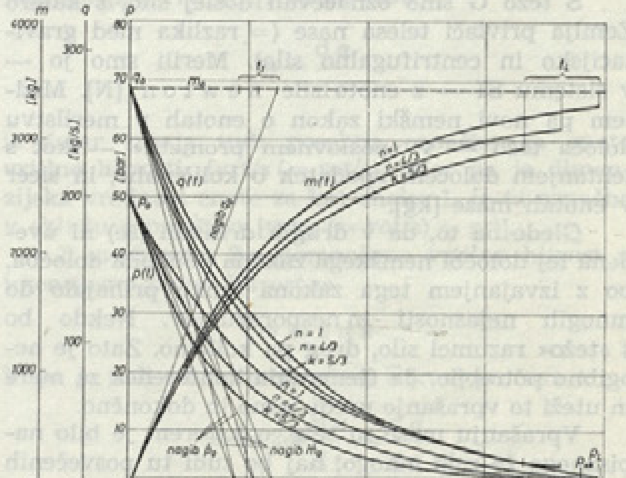
Ker je iztočena masa

$$m(t) = \int_0^t q(t)\cdot dt$$

in pojemek iztekanja

$$\ddot{m}(t) = dq/dt$$

si tudi te izraze po potrebi določamo enostavno. Številčno izvrednotenje je podano na sliki 2: $p(t)$, $q(t)$ in $m(t)$. Vrisane so tudi značilne vrednosti $m_o = m(\infty)$, kar je celotna količina plina v sistemu pred prehodnim pojavom, $\ddot{m}_o$ — tj. začetni pojemek iztekanja, časi t_l popolne izpraznitve, če bi pojav potekal z začetno hitrostjo, kakor tudi časi t_L trajanja lavalskega iztekanja.



Sl. 2. *Upadanje tlaka, iztočna količina in iztočna masa*
T_0 = 700 K, V = 1000 m³, A = 0,1540 m², k = 0,6, M = 4 kg/kmol, R = 8315 J/kmol K

Pregledani skupek enačb je analitična rešitev poenostavljenega sistema z uporabo poprečnih vrednosti. Ta rešitev pa je veljavna le, če lahko ugotovimo, da so posamezni prostori povezani med seboj z zelo širokimi kanali. V nasprotnem primeru je treba iskati podrobnejšo rešitev.

2. Natančnejše obravnavanje

Povsem jasno je, da prej podane vrednosti celotnega sistema ne zadostujejo, kadar moramo iz konstrukcijskih razlogov poznati tlačne razlike in pretoke med posameznimi povezanimi ali s prekatno steno ločenimi prostori med trajanjem prehodnega pojava iztekanja plina iz sistema. Tudi sedaj izhajamo iz splošne plinske enačbe in zapišemo za vsaj približno izotermni primer — s predpostavitvijo podzvočnih pretokov v kanalih.

1) Tlak v prostorih

$$\dot{p}_i(t) = [R \cdot T_i/(M \cdot V_i)] \cdot (q_{do} - q_{od} - q)$$

kjer je $q \neq 0$ le v prostoru, ki se odpre v okolico ($q = K \cdot p_i$). Odpiranje sistema v trenutku t_o je sicer nenadno, vendar z določenim hitrim časovnim »razvojem« do največje vrednosti, ki ga v računih ponazarjamo z uporabo zmnožka stopničaste in tangens-hiperbolične funkcije STEP (t_o) * TANH [$c \cdot (t - t_o)$].

2) Pretok v kanalih dobimo iz enačb padca tlaka med prostoroma i in j, in sicer v turbulentnem področju ($\Delta p = C^* \cdot q^2_{ij} + K'' \cdot \dot{q}_{ij}$)

$$\dot{q}_{ij,tb} = (p_i - p_j)/K'' - K'/K'' \cdot q^2_{ij}/(p_i + p_j)$$

oziroma v laminarnem ($\Delta p = K^* \cdot q_{ij}$)

$$\dot{q}_{ij,lm} = (p_i - p_j)/K'' - K^*/K'' \cdot q_{ij}$$

kjer pomenijo: p_i in p_j — tlak v prostorih i in j, q_{ij} — pretok med prostoroma i in j, označbe C^*, K', K'' ter K^* pa so ustrezne proporcionalne veličine [$C^* = K'/(p_i + p_j)$; K' in K^* sta v zvezi s tornimi padci tlaka, K'' pa z vztrajnostjo].

»Preklop« iz enega področja v drugo se dogaja pri določenem Reynoldsovem številu Re_x, katero za vsako vrsto kanala določamo iz objavljenih eksperimentalnih podatkov v literaturi [4]. Ker je $Re = q \cdot D/(A \cdot \mu)$, kjer so: D — hidravlični premer, A — pretočna površina kanala in μ — dinamična viskoznost, je $q_x = Re_x \cdot A \cdot \overline{\mu}/D$ in v »preklopni« točki (aproksimacija kontinuirnosti poteka je potrebna pri delu z računalnikom), dobimo $K^* = q_x \cdot K'/(p_i + p_j)$.

Splošna enačba za celotno področje je sedaj

$$\dot{q}_{ij} = (p_i - p_j)/K'' - K'/K'' \cdot q_y \cdot q_{ij}/(p_i + p_j)$$

kjer je $q_y = q_x$ v laminarnem ozir. $q_y = q_{ij}$ v turbulentnem področju. Ta način zapisa je nadvse primeren pri delu s CSMP metodo (uporaba FCNSW funkcij). Računske težave pa se utegnejo pojavljati, če je vrednost vztrajnostnega koeficienta K'' zelo majhna, toda v tem primeru gornjo diferencialno enačbo kar nadomeščamo z algebraičnim izrazom

$$q_{ij} = (\pm)[(\pm)(p_i - p_j) \cdot (p_i + p_j)/K']^{0,5}$$

v turbulentnem (pri tem je zunanji predznak odvisen od predznaka tlačne razlike med obema, s kanalom povezanima prostoroma) oziroma v laminarnem področju

$$q_{ij} = (\pm)[(\pm)(p_i - p_j) \cdot (p_i + p_j)/(K' \cdot q_x)]$$

Koeficienta K' in K'' sta odvisna od začetnih pogojev ($K' = [(p_i - p_j) \cdot (p_i + p_j)/(q_y \cdot q_{ij})]_o$) ozir. od geometrije ($K'' = L/A$). Med trajanjem prehodnega pojava ponavadi lahko predpostavljamo, da njuni vrednosti ostaneta vsaj približno nespremenjeni, dasi utegne prihajati do precejšnjih sprememb Reynoldsovega števila na posameznih mestih. Približnost celotne obravnave pri tem ni opravičljiva. Težave z določitvijo K' nastajajo, kadar hočemo preračunati prehodna dogajanja, ki prizadevajo mirujoč sistem ali del sistema, kot so stranski rokavi in žepi, toda s primerno poenostavitvijo sistema so ti problemi zlahka premostljivi.

3. CSMP metoda za rešitev

Bistvo CSMP metode [5], kakršno so razvili pri IBM za računanje prehodnih pojavov, je pisava navadnih diferencialnih enačb v obliki formalnih integralov. Oblika enačb je seveda lahko implicitna, kakor je razvidno iz naslednjih primerov.

Za sistem po sliki 1 zapišemo za prehod B med prostoroma 2 in 3:

QB = INTGRL (QBO, ((P2 — P3) —
— KlB*QBY*QB/(P2 + P3))/K2B)

in »preklopna« funkcija je enaka

QBY = FCNSW ((QB — QBX), QBX, QBX, QB)

Sedaj predpostavimo, da je za kanal A med prostoroma 1 in 2 koeficient K2 zanemarljiv, potem velja

QA = FCNSW ((QA — QAX), QALM, QAX, QATB

kjer sta v laminarnem področju

QALM = (P1 — P2)*(P1 + P2)/(K1A*QAX)

oziroma v turbulentnem

QATB = SIGN (SQRT (ABS ((P1 — P2)*(P1 +
+ P2)/K1A)), (P1 — P2))

Oglejmo si še primer izrazov za časovni potek tlaka v prostorih 2 in 3

P2 = INTGRL (P2O, R/M*T2/V2* (QA — QB + QF))

P3 = INTGRL (P3O,R/M*T3/V3*(QB+QC—QLUK))

in je

QLUK = KONST * P3 * STEP(TO) * TANH (C *
* (TIME-TO))

Pomen posameznih označb v računalniku razumljivi pisavi je razviden s primerjavo besedila in enačb v 2. točki tega sestavka, kjer so bile zapisane v navadnejši obliki. Način pisanja v tem delu je čim tesneje prilagojen prej uporabljenim simbolom, razen kadar uporaba računalnika narekuje drugače. Za vsa dodatna pojasnila je bogat vir informacij uporabljena literatura [5].

INITIAL	— uvodna izjava začetnega dela
PARAM	— bere imena in vrednosti parametrov
INCON	— bere imena in vrednosti začetnih pogojev
CONSTANT	— bere imena in vrednosti konstant
. . .	— prostor za izračun pomožnih veličin pred pojavom
. . .	— prostor za vgraditev funkcij (npr. tabele)
DYNAMIC	— uvodna izjava dinamičnega dela
. . .	— prostor za diferencialne in algebraične enačbe, s katerimi je opisan prehodni pojav, npr. QB = INTGRL (QBO, (. . .)) P2 = INTGRL (P2O, (. . .)) QLUK = KONST*P3*STEP(TO)* *TANH(C*(TIME-TO))
TERMINAL	— uvodna izjava končnega dela
. . .	— prostor za izračun pomožnih veličin
TIMER	— bere naslednje podatke DELT = ocenjeni integracijski korak OUTDEL = časovni korak pisanja rezultatov PRDEL = časovni korak risanja rezultatov FINTIM = čas prekinitve pojava DELMIN = najmanjši dopustni integracijski korak
FINISH	— bere parametre, katerih določena vrednost naj prekine računanje
METHOD	— bere ime izbrane integracijske metode (RKS, RKSFX, MILNE, SIMP, TRAPZ, RECT, ADAMS)
PRTPLT	— bere imena veličin, ki naj jih grafično prikaže
PRINT	— bere imena veličin, katerih vrednosti naj piše
RANGE	— bere imena veličin, katerih največjo in najmanjšo vrednost naj napiše med prehodnim pojavom
END	— konec obravnavanega primera
. . .	— prostor za RESET, tj. spremembo podatkov
STOP	— konec računanja
ENDJOB	— zadnja izjava v programu

Sl. 3. *Shema bistvenih izjav*
(Diagram poteka ni v navadi)

Integracijsko metodo lahko pri CSMP izbiramo v razponu od pravokotniške, trapezoidne in Simpsonove do Milnejeve in Runge-Kuttajeve. Tudi integracijski korak je možno izbirati spremenljiv ali konstanten, po potrebi pa uporabljati tudi druge integracijske postopke, ki jih dograjujemo v program. Pisava delov programa s pravili FORTRAN je dovoljena, kadar gre za algebraične postopke. Tako je npr. zelo ugodno pisati diferencialne enačbe s CSMP, ostalo pa izločati in združevati na koncu kot enote FORTRAN.

4. Sklepi

Kakor je razvidno iz poprej napisanega, je CSMP metoda pravzaprav bolj analogna kakor digitalna, čeprav je prirejena za digitalne računalnike. Ker so vse enačbe vklopljene vzporedno, niti vrstni red posameznih izjav (kartic) ni odločilen kakor npr. v FORTRANu. Zbrane morajo biti samo v pravilnem delu programa (»segmenti« = INITIAL, DYNAMIC, TERMINAL), kakor je razvidno tudi iz priložene sheme z bistvenimi izjavami (sl. 3).

Prikazani postopki so seveda uporabni zelo splošno. V tem prikazu smo jih pregledali na primeru plinske dinamike. Število enot, ki jih lahko zajamemo pri tem, je odvisno od omejitev računalnika oziroma od obsega, ki je namenjen za vgrajeni CSMP program. Omenili bi le, da do števila 100 navadnih diferencialnih enačb 1. reda ni pričakovati težav pri strojih, kakršni so IBM 360 in njemu podobni modeli. Pogoj pa je seveda, da ima uporabljeni stroj v svojem pomnilniku predviden CSMP postopek.

Končajmo z izkustvom, da je za manjše in srednje velike sisteme prikazana metoda zelo priporočljiva, za prehodne pojave večjih in zelo velikih sistemov pa se utegnejo pojavljati težave glede na obseg stroja, nekoliko dolge čase računanja ipd.

LITERATURA

[1] G. N. Abramovič: Prikladnaja gazovaja dinamika; Moskva-Berlin 1958.

[2] W. A. J. Wall: Depressurisation times for a gas-filled vessel with frictionless flow through a breach; J. of BNES, Vol. 6, No. 3, 1967.

[3] W. A. J. Wall: Core flow transients following circuit leakage; J. of BNES, Vol. 3, No. 3, 1964.

[4] VDI-Wärmeatlas, 1963 (L: Druckverlust).

[5] User's manual — IBM application program: system/360, continuous system modeling program.

[6] D. Costes: Programme de calcul pour les écoulements transitoires thermopneumatiques; CEA—R 2632, Saclay 1964.

Avtorjev naslov:
dipl. ing. Andro, Alujevič,
London S. W. 7,
42, Evelyn Gardens