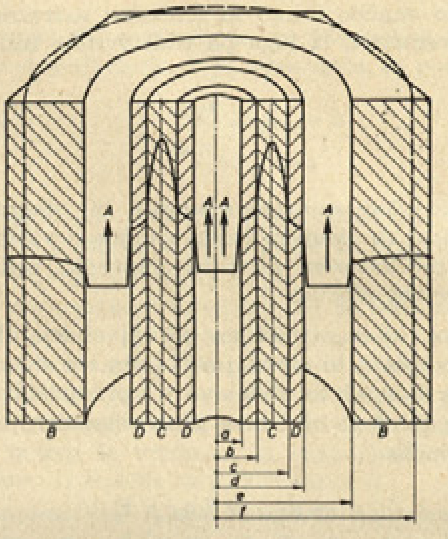
UDK 621.039.517

Model nestacionarnega prenosa toplote v jedrskem reaktorju

ANDRO ALUJEVIČ

Prenos toplote v jedrskem reaktorju ni edini bistveni pojav med sodelujočimi v prehodnih pojavih. Obnašanje reaktorske sredice je predvsem odvisno od nevtronov, katerih gostota določa generacijo toplote v gorivu in ostalih snoveh. S porajanjem toplote povezane temperature vplivajo nazaj na »reaktivnost« in s tem na gostoto nevtronov. Ker pa bi pregled nevtronskega dela enačbnega modela morda presegal navadno strojniško zanimanje, se bomo v tem sestavku ukvarjali samo s stacionarnim in nestacionarnim prenosom toplote v osnovni celici. Pri tem velja pripomniti, da bo naš matematični model zelo splošno uporaben, pa najsi bi se ga lotili na digitalnem, analognem ali hibridnem računalniku. Neustaljene razmere terjajo namreč precej obsežne in prepletene račune, ki jih zmorejo le računski stroji. Število enačb, s katerimi bomo imeli opraviti, se v primeru izvedbe proračuna primerno pomnoži v odvisnosti od zahtevane natančnosti, npr. od izbire števila radialnih in vzdolžnih con, na katere razrežemo osnovno celico, od upoštevanja vzporedno delujočih kanalov (poprečni, vroči in obrobni) itd. Povrh tega je seveda možno vplesti še dodatne spremenljivke, tako upadanje pretoka in tlaka hladila, naraščanje in pojemanje toplotne moči, zakasnelo toploto po ugasitvi verižne reakcije, sevanje toplote med izvori in ponori, sklenjenost obtoka hladila skozi toplotne menjalnike ozir. turbine, vetrila ipd.

Večina obravnavanega gradiva je rahlo navezana na plinsko hlajene reaktorje, čeprav so razmere v drugih vrstah energetskih reaktorjev precej podobne. Votli gorivni elementi z zunanjim in notranjim hlajenjem (slika 1) so prav tako izbrani le zaradi določitve primera za obravnavo. Večina snovi je namreč splošneje uporabna — ne glede na geometrijski videz.



Sl. 1. *Temperature v osnovni celici*
(Cevasti gorivni element in blok moderatorja)
A — hladilo, B — moderator, C — gorivo, D — srajčka

1. Osnovna enačba

(A) Trdna snov. Iz toplotne bilance snovi z notranjo generacijo toplote si lahko izpeljemo naslednjo enačbo

$$\frac{\partial}{\partial t}(c\,\varrho\,\vartheta) = \nabla\lambda\nabla\vartheta + (\Phi/V)$$

kjer pomenijo ϑ — temperaturo [^{0}C], c — specifično toploto [J/kg K], ϱ — gostoto [kg/m^3], λ — toplotno prevodnost [W/m K], Φ — toplotno moč [W] in V — prostornino [m^3], medtem ko pomeni označba ∇ — krajevni operator nabla in $\partial/\partial t$ — časovni odvod. Specifične lastnosti snovi (c, ϱ, λ) bi bilo treba upoštevati kot funkcije kraja in časa, tj. odvisne od temperature, obsevalnih poškodb ipd., v obravnavanem primeru pa jih zaradi nenatančnosti na drugih delih modela lahko jemljeno kot lokalne konstante, tako da dobimo naslednji izraz (operator $(\dot{})$ pomeni prej uporabljeno označbo $\partial/\partial t$):

$$\dot{\vartheta} = \tilde{a}\,\nabla^2\vartheta + \beta\,.\,(\Phi/V)$$

kjer je ∇^2 Laplaceov operator, izraz $\tilde{a} = \lambda/c\varrho$ je koeficient »temperaturne« prevodnosti [m^2/s], medtem ko je $\beta = 1/c\varrho = \tilde{a}/\lambda$ razmerje »temperaturne« in toplotne prevodnosti.

(B) Tekočine. Podobno kakor prej si za hladilno sredstvo lahko zapišemo

$$\dot{\vartheta} = \tilde{a}\,.\,\nabla^2\vartheta + \beta\,.\,(\Phi/V) - v\,.\,\frac{\partial\vartheta}{\partial z}$$

kjer sta v — lokalna hitrost hladila in z — vzdolžna koordinata v kanalu.

2. Stacionarni začetni pogoji

Za ustaljene razmere pred prehodnim pojavom dobimo k prej podani enačbi naslednjo rešitev v cevastem gorivnem elementu (slika 1)

— gorivo $\vartheta_g(r) = -\overline{(\Phi/V\lambda)}_g\,.\,\frac{r^2}{4} + A_g\,.\ln(r) + B_g$

— srajčki $\vartheta_s(r) = A_s\,.\ln(r) + B_s$

kjer konstanti A in B določamo iz robnih pogojev, npr. temperature goriva pri $r = b$ in $r = c$, temperature in gradienta na hlajeni površini srajčk pri $r = a$ oziroma $r = d$. Ko opravimo to delo, dobimo naslednje enačbe temperaturne porazdelitve

— gorivo $\vartheta_g(r) = \vartheta_g(b) \, . \, \frac{\ln(c/r)}{\ln(c/b)} + \vartheta_g(c) \, . \, \frac{\ln(r/b)}{\ln(c/b)} -$

$$- \left(\frac{\Phi}{V \, . \, 4\,\lambda}\right)_g \cdot \left[r^2 - b^2 - (c^2 - b^2) \, . \, \frac{\ln(r/b)}{\ln(c/b)}\right]$$

— zunanja srajčka $\vartheta_{s,z}(r) = \vartheta_{h,z} + (\Phi/S)_z \, . \left[\frac{1}{\alpha_z} + \right.$

$$\left. + \frac{d}{\lambda_{s,z}} \, . \ln(d/r)\right]$$

in podobno za notranjo srajčko. Pri tem pomeni (Φ/S) — toplotni pretok skozi površinski plašč posamezne srajčke in ϑ_h — temperaturo hladila na vsaki strani.

Ker morebitne temperaturne padce v špranji med gorivom in srajčkama zaradi slabega kontakta lahko pripišemo kar upornosti srajčk, smemo vzeti, da veljata izraza $\vartheta_{s,n}(b) = \vartheta_g(b) = \vartheta(b)$ in $\vartheta_{s,z}(c) = \vartheta_g(c) = \vartheta(c)$, kar poenostavlja nadaljnji postopek.

Poznati je treba še prej omenjeni vrednosti toplotnih pretokov na zunanjo ozir. notranjo stran gorivnega elementa. Ti dve dobimo iz naslednjih relacij (r^* je radij, kjer ima radialni potek temperaturne porazdelitve v gorivu svoj lokalni maksimum): $(\Phi/S)_z = (\Phi/V)_g \, . \, (c^2 - r_*^2)/2\,d$ ozir. $(\Phi/S)_n = (\Phi/V)_g \, . \, (r_*^2 - b^2)/2\,a$. Ker ima enačba za $\vartheta_g(r)$ maksimum pri $d\vartheta_g/dr = 0$, dobimo vrednost r_*

$$r_*^2 = \left[(\vartheta_{h,z} - \vartheta_{h,n}) \, . \, \frac{2}{(\Phi/V)_g} + \frac{c^2 - r_*^2}{d} \, . \, U_z - \right.$$

$$\left. - \frac{r_*^2 - b^2}{a} \, . \, U_n + \frac{c^2 - b^2}{2\,\lambda_g}\right] . \, \lambda_g / \ln(c/b)$$

kjer sta $U_z = 1/\alpha_z + (d - c) \, . \, c_z^*/\lambda_{s,z}$

in $U_n = 1/\alpha_n + (b - a) \, . \, c_n^*/\lambda_{s,n}$

pri čemer sta uporabljena korekturna količnika toplotne prevodnosti v valjasti cevi $c_z^* = d/(d - c) \, . \, \ln(d/c)$ in $c_n^* = a/(b - a) \, . \, \ln(b/a)$.

Preostaja še določitev koeficientov prestopa toplote α_z in α_n, ki ju dobimo iz eksperimentalno določenih relacij med podobnostnimi števili Re, St in Pr; npr. pri plinsko hlajenih reaktorjih velja $St = K \, . \, Re^{-m} \, . \, Pr^{-n} \, . \, F(\vartheta)$, kjer so K — proporcionalnostna konstanta, m in n — izkustvena eksponenta in $F(\vartheta)$ — popravek glede na temperaturo površine gorivnih elementov. Ker so po definiciji $St = \alpha/q \, . \, A/c_p$, $Re = v \, . \, \varrho \, . \, D_H/\mu = q \, . \, D_H/(A \, . \, \mu)$ in $Pr = \mu \, . \, c_p/\lambda$, dobimo, da je toplotna prestopnost sorazmerna

$$\alpha = K^* \, . \, q_h^{(1-m)}$$

kjer so v K^* združene vse konstante in za nas nebistvene temperaturne spremenljivke, q_h pa je pretok hladila v posameznem kanalu na zunanji in notranji strani gorivnega elementa.

Ker je količina pretoka hladila sorazmerna dovedeni toploti, tj. (Φ/S), si enačbo za r_* lahko priredimo s tem, da v označbo χ spravimo vse nebistvene odvisnosti, ki jih podtaknemo v naš način kar konstantne:

$$r_*^2 = \left\{(\vartheta_{h,z} - \vartheta_{h,n}) \, . \, \frac{2}{(\Phi/V)_g} + \frac{c^2 - r_*^2}{d} \cdot \left[\chi_z \cdot (c^2 - \right.\right.$$

$$\left. - r_*^2)^{m-1} + \frac{d - c}{\lambda_{s,z}} \cdot c_z^*\right] - \frac{r_*^2 - b^2}{a} \cdot \left[\chi_n \cdot (r_*^2 - \right.$$

$$\left.\left. - b^2)^{m-1} + \frac{b - a}{\lambda_{s,n}} \cdot c_n^*\right] + \frac{c^2 - b^2}{2 \, . \, \lambda_g}\right\} . \, \lambda_g / \ln(c/b)$$

Rešitev te enačbe je možna z iteracijo. Z določitvijo radija r^* je potem posredno podana celotna temperaturna porazdelitev v gorivnem elementu v odvisnosti od temperature hladila, ki je pa tukaj ne bomo obravnavali. Omenimo samo, da je potrebno pritegniti računanje padcev tlaka v vzdolžni smeri in tako postopoma iskati rešitev.

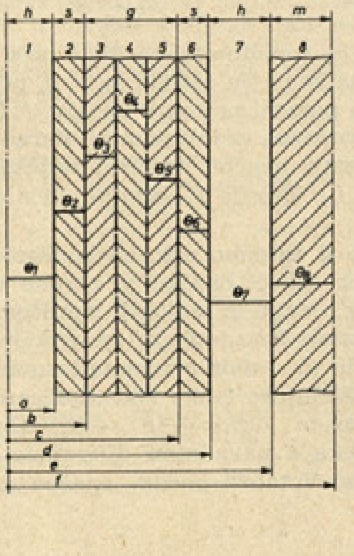
V gornji razpravi se nismo dotaknili temperaturne porazdelitve v moderatorju, ki jo moramo pred nastopom prehodnega pojava prav tako poznati. Kolikor imamo opravka z grafitnimi bloki s centralno izvrtino, ta določitev temperatur ne pomeni nobenih bistveno novih problemov.

3. Ponazoritev nestacionarnih razmer

Na osnovi enačbe, podane v 1. točki tega sestavka, lahko zapišemo za posamezne plasti »razrezanega« gorivnega elementa (slika 2) naslednjo enačbo

$$V \, . \, \varrho \, . \, c \, . \, \frac{d\Theta(t)}{dt} = - \int_S (\overrightarrow{\Phi/S}) \, . \, \vec{n} \, . \, dS + \int_V (\Phi/V) \, . \, dV$$

kjer je $\Theta(t) = \frac{1}{V} \int_V \cdot \vartheta(\vec{r}, t) \, . \, dV$ poprečna temperatura in pomeni $\vec{n}$ zunanjo normalo na ploskev, izraza (Φ/S) in (Φ/V) pa že v 2. točki spoznani toplotni tok skozi ploskev S oziroma toplotno generacijo v oklepani prostornini V.



Sl. 2. *Poprečne temperature v osnovni celici*
h — hladilo, s — srajčka (obloga), g — gorivo, m — moderator

Tabela I

$k = 1$	notranje hladilo	$C_1 . \dot{\Theta} + q_1 . c_p . \Theta'_1 . \triangle L = (\Theta_2 - \Theta_1)/R_{2/1}$
2	notranja srajčka	$C_2 . \dot{\Theta}_2 = (\Theta_3 - \Theta_2)/R_{3/2} - (\Theta_2 - \Theta_1)/R_{2/1}$
3	notranja plast goriva	$C_3 . \dot{\Theta}_3 = (\Theta_4 - \Theta_3)/R_{4/3} - (\Theta_3 - \Theta_2)/R_{3/2} + \Psi_3$
4	srednja plast goriva	$C_4 . \dot{\Theta}_4 = -(\Theta_4 - \Theta_3)/R_{4/3} - (\Theta_4 - \Theta_5)/R_{4/5} + \Psi_4$
5	zunanja plast goriva	$C_5 . \dot{\Theta}_5 = (\Theta_4 - \Theta_5)/R_{4/5} - (\Theta_5 - \Theta_6)/R_{5/6} + \Psi_5$
6	zunanja srajčka	$C_6 . \dot{\Theta}_6 = (\Theta_5 - \Theta_6)/R_{5/6} - (\Theta_6 - \Theta_7)/R_{6/7}$
7	zunanje hladilo	$C_7 . \dot{\Theta}_7 + q_7 . c_p . \Theta_7' . \triangle L = (\Theta_6 - \Theta_7)/R_{6/7} + (\Theta_8 - \Theta_7)/R_{8/7}$
8	moderator	$C_8 . \dot{\Theta}_8 = -(\Theta_8 - \Theta_7)/R_{8/7} + \Psi_8$

Za vsak prostorninski element (i = vzdolžni in k = radialni indeks) lahko zapišemo — z upoštevanjem samo radialnega prevoda toplote v trdni snovi

$$V_{ik} . \varrho_{ik} . c_{ik} . \frac{\partial \Theta_{ik}}{\partial t} = + Q_{ik}^{do} - Q_{ik}^{od} + \Psi_{ik}$$

kjer so

$$Q_{ik}^{do} = (\Theta_{i,k-1} - \Theta_{i,k})/R_{i,k-1/i,k} \qquad \text{(dotok toplote)}$$

$$Q_{ik}^{od} = (\Theta_{i,k} - \Theta_{i,k+1})/R_{i,k/i,k+1} \qquad \text{(odtok toplote)}$$

$$\Psi_{ik} = \int_V (\Phi/V) . \mathrm{d}V \qquad \text{(poprečna generacija)}$$

in je R = toplótna upornost med dvema plastema, sorazmerna recipročni vrednosti toplotne prevodnosti ($1/\lambda$) ozir. toplotne prestopnosti ($1/\alpha$) na mejah med trdno snovjo in hladilom.

Po opisani poti dobimo sistem diferencialnih enačb, ki ga ustrezno dopolnimo še z enačbami obnašanja hladilnega sredstva, kjer imamo opraviti tudi z odnašanjem toplote v vzdolžni smeri kanala. Povsem splošno torej zapišemo ($k = 1, 2, \ldots, L_r$, kjer je L_r celotno število radialnih plasti)

$$C_k . \frac{\partial \Theta_k}{\partial t} + q_k . c_p . \frac{\partial \Theta_k}{\partial z} . \triangle L = \Psi_k + \sum_{j=k-1}^{k+1} \frac{\Theta_j - \Theta_k}{R_{j/k}}$$

kjer je $C_k = V_k . c_k . \varrho_k$ toplotna kapaciteta posamezne plasti. Za trdne snovi je seveda $q_k = 0$, pri hladilnem sredstvu pa pomeni pretok v kanalu. $\triangle L$ je izbrana dolžina posamezne vzdolžne cone. Zaradi preglednosti so v gornji enačbi vzdolžni indeksi opuščeni ($i = 1, 2, \ldots, L_z$, kjer je L_z celotno število vzdolžnih con).

Tak sistem enačb si oglejmo npr. na konkretnem primeru 8-plastne celice. Enačbe so zbrane v tabeli I, pri čemer so v hladilu in srajčkah izpuščeni zanemarljivo majhni izrazi Ψ za toplotno generacijo. Operatorja $(\dot{}) = \partial/\partial t$ in $(') = \partial/\partial z$ pomenita časovni ozir. vzdolžni odvod. Zadnjega lahko nadomeščamo z lineariziranim izrazom $\partial\Theta/\partial z = (\Theta_k^{iz} - \Theta_k^{v})/\triangle L$, tako da imamo opravka z navadnimi diferencialnimi enačbami 1. reda. V tabeli podane enačbe so zapisane samo za eno od vzdolžnih con, tako da jih je treba razumeti primerno pomnožene. Zaradi preglednosti so namreč v tabeli opuščeni vzdolžni indeksi.

4. Sklepi

Pregledali smo za strojnike zanimivi del obnašanja reaktorskih sredic med prehodnimi pojavi. Sestavili smo matematični model, ki je neposredno uporaben za delo na elektronskih računalnikih. Rešitev podanega sistema je možna na analognem ali digitalnem računalniku, posebej primerna je t. i. CSMP metoda (lit. 19), katere osnov prav tako nismo načenjali v tem sestavku.

Številčno ovrednotenje konkretnega primera ni vključeno, kajti v ta namen bi nam bili potrebni podatki določenega postrojenja ali projekta, ti pa niso na uporabo.

5. Viri

(1) F. Narin — D. Langford; Nucl. Sc. and Eng.: 6 (1959) pp. 386—390.
(2) J. Pfann; Nucl. Eng. and Design: 4 (1966) pp. 121—128.
(3) E. L. Dowty — D. R. Haworth; Nucl. Eng. and Design: 6 (1967) pp. 57—64.
(4) R. A. Axford; Nucl. Eng. and Design: 6 (1967) pp. 25—42.
(5) N. Y. Oelçer — J. E. Sunderland; Nucl. Eng. and Design: 8 (1968) pp. 201—223.
(6) T. I. O'Neill; UNIC PUAE Geneva 1958 (15/P/12).
(7) Y. Elmeshad — F. Elashmawi — D. Feretić; ATKE 13. Jg. (1968) H. 2, S. 105—116.
(8) Y. Takeuti; Nucl. Eng. and Design: 8 (1968) pp. 241—246.
(9) V. E. Minašin — A. A. Solohov — Ju. I. Gribanov: Atomnaja Energija, V. 22, N. 5, pp. 362—366, 1967 (angleški prevod).
(10) W. Redpath, Notes for lectures on reactor heat transfer; Harwell.
(11) N. Palladino, Nuclear engineering class notes; Pen-State University.
(12) N. Bernot, Prenos toplote v reaktorjih; predavanja, FNT Univ. v Ljubljani.
(13) A. Alujević, Diplomsko delo III. stopnje; FNT Univ. v Ljubljani, 1963.
(14) M. Tomšič, Diplomsko delo II. stopnje; FS Univ. v Ljubljani, 1964.
(15) M. Tomšič — N. Bernot; NIJS poročilo P-107, 1963.
(16) A. Alujević; Nova proizvodnja, št. 1 (1967) str. 15—22.
(17) A. Alujević, Strojniški vestnik, št. 6 (1968) str. 141—145.
(18) M. Zdravković — N. Kondić; ATKE 14. Jg. (1969) H. 1, S. 35—42.
(19) IBM Application Program — Continuous System Modeling Program, User's Manual.

Avtorjev naslov:
dipl. ing. Andro Alujević,
London S. W. 7
42 Evelyn Gardens