

UDK 539.374:621.7.016.3

Opredelitev krivulje plastičnosti pri izotropnem utrjanju materiala

FRANC GOLOGRANC

Uvod

Ena od najvažnejših nalog pri analitičnem obravnavanju procesov preoblikovanja in preskušanja kovin je določanje pogojev, pri katerih se pojavljajo trajne deformacije, tj. ugotavljanje dejanskih napetosti v materialu oziroma zunanjih sil, ki so potrebne za določen način preoblikovanja. Le-te so odvisne zlasti od snovnih in tehničkih karakteristik materialov v plastičnem območju, pa tudi od trenja in geometrije preoblikovalnih orodij. Pri vnaprejšnjem izračunu preoblikovalnih sil in deformacijskega dela zadevamo zaradi teh spremenljivk na precejšnje težave, vendar je z metodami tako imenovane elementarne plastomehanike [1], ki obravnava preoblikovalne procese na osnovi preprostih modelov, zdaj že mogoče izračunati potrebne veličine z zadostno natančnostjo, če so znane osnovne tehničke karakteristike preoblikovanega materiala. To je pomembno zlasti za pripravo dela, ki mora predvideti že pred pričetkom izdelave poleg ustreznega materiala tudi potrebna orodja, stroje in pomožne naprave. Gospodarna izdelava je možna le, če se dajo glavni parametri preoblikovalnega procesa dovolj natančno določiti vnaprej. Pomembna značilnica, zlasti pri načrtovanju postopkov hladneg preoblikovanja, je krivulja plastičnosti, ki daje prepotrebne izhodne informacije o obnašanju materiala pri določenih preoblikovalnih pogojih [2].

1. Kriterij za plastičnost

Da bi lahko v preoblikovalni coni vzpostavili oziroma ohranili plastično stanje, morajo dejanske notranje napetosti v materialu doseči določeno karakteristično vrednost. Pri enoosnem napetostnem stanju se pojavi plastična deformacija, ko doseže napetost $\sigma = F/A$ preoblikovalnim pogojem ustrezno plastično napetost σ_p . Ker pa potekajo procesi preoblikovanja kovin največkrat v pogojih večosnega napetostnega stanja, je plastična napetost funkcija ne le ene same napetosti (natezne ali tlačne), ampak vseh komponent napetosti v materialu, kar lahko izrazimo v obliki

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{zy}) = \sigma_p = \text{konst} \quad (1.1)$$

kjer je σ_p fizikalna konstanta materiala tj. meja tečenja idealno plastične kovine pri enoosni obremenitvi, koordinatne napetosti pa so komponente napetostnega tenzorja σ_{ij} , ki je definiran z matriko

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (1.2)$$

Analitično zvezo med notranjimi napetostmi in fizikalnimi karakteristikami kovine pri prostorskem napetostnem stanju je mogoče podati samo na osnovi določenih hipotez o plastičnem tečenju ali pogojev za plastičnost, med katerimi sta eksperimentalno dovolj dobro potrjeni energetska hipoteza (v. Mises-Hencky-Huber) [3] ter hipoteza največjih strižnih napetosti (Tresca) [4], ki sta ta čas osnova za teoretična obravnavanja v plastomehaniki.

Ce predpostavimo, da je preoblikovani material izotropen, tj. da so njegove fizikalne lastnosti v vseh smereh enake, se funkcija (1.1) ne sme spremeniti, če vzamemo za izhodišče neki drug koordinatni sistem, npr. tistega, katerega osi sovpadajo s smerjo glavnih napetosti σ_1, σ_2 in σ_3 . V tem primeru se enačba (1.1) poenostavi

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_p = \text{konst} \quad (1.3)$$

Ker pa hidrostatski tlak ($\tau_{ij} = 0$) ali srednja normalna napetost σ_m ne more povzročiti plastične deformacije, lahko glavne napetosti v gornji enačbi zamenjamo z deviatorskimi [5]

$$f(s_1, s_2, s_3) = \sigma_p = \text{konst} \quad (1.4)$$

kjer so $s_1 = \sigma_1 - \sigma_m$, s_2, s_3 — komponente napetostnega deviatorja s_{ij} . Ta funkcija mora biti zaradi predpostavljene izotropnosti materiala simetrična, tj. ne sme se spremeniti, če spremenljivke s_1, s_2 in s_3 kakorkoli zamenjamo med seboj. Tako je začetek plastičnega tečenja odvisen samo od invarianta napetostnega deviatorja. Ker pa je prva invarianta napetostnega deviatorja

$$J_1' = s_1 + s_2 + s_3 = 0 \quad (1.5)$$

lahko izrazimo pogoj za tečenje za izotropne kovine v naslednji obliki

$$f(J_2', J_3') = \sigma_p = \text{konst} \quad (1.6)$$

kjer sta J_2' in J_3' druga in tretja invarianta napetostnega deviatorja. Pri tem je

$$J_2' = \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (1.7)$$

Z uvedbo plastične enoosne primerjalne napetosti [6] ali t. im. intenzitete napetosti σ_i , ki je za poljubno napetostno stanje podana z izrazom

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (1.8)$$

dobimo, da je

$$J_2' = \frac{1}{3} \cdot \sigma_i^2 \quad (1.9)$$

oziroma

$$\sigma_i = \sqrt{3 J_2'} \quad (1.10)$$

Za idealno plastične izotropne kovine, ki se pri preoblikovanju ne utrjajo, je R. v. Mises [3] predlagal naslednjo obliko pogojev enačbe plastičnosti

$$f(J_2', J_3') \approx f(J_2) \approx J_2' \approx k^2 = \frac{1}{3} \sigma_i^2 \quad (1.11)$$

kjer je k konstanta materiala, ki je enaka plastični napetosti pri čistem strigu. Če torej prične material teči pri določenem napetostnem stanju pri določeni vrednosti J_2' oziroma σ_i , tedaj prične teči tudi pri kateremkoli drugačnem napetostnem stanju, če je vrednost σ_i enaka.

Če vstavimo v v. Misesovo enačbo vrednost za drugo invarianto in namesto deviatorskih glavnih napetosti, dobimo za glavnne napetostne smeri

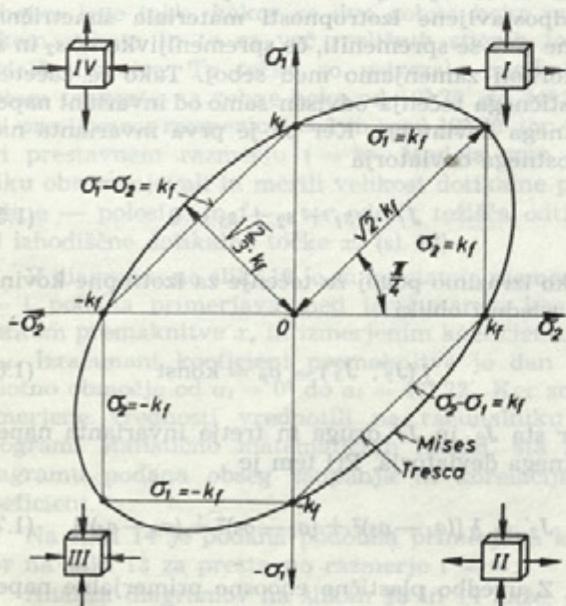
$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6 k^2 \quad (1.12)$$

oziroma za primer čiste enosne natezne obremenitve ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_p$; $\sigma_3 = 0$)

$$2 \sigma_p^2 = 6 k^2 \quad (1.13)$$

$$\sigma_p = k \cdot \sqrt{3}$$

Z gornjim izrazom je podana zveza med plastičnimi napetostmi za enosni nateg (σ_p) in čisti strig (k) za idealno plastičen material.



Sl. 1. Mejna krivulja tečenja po Tresci in Misesu za idealno-plastičen izotropni material (ravninsko napetostno stanje)

Pogoj za plastičnost (1.12) lahko interpretiramo tudi geometrično. Če prištejemo napetostnemu stanju hidrostatični tlak σ_m tako, da ena od napetosti izgine (npr. $\sigma_3 = 0$), lahko prikažemo mejno krivuljo tečenja v ravnini $\sigma_1 - \sigma_2$. Ker ima v. Misesova mejna krivulja, ki jo opisuje napetostni deviator v oktaedrski ravnini obliko kroga z radijem $r = \sigma_p / \sqrt{2/3}$, tvori njena projekcija v ravnini $\sigma_1 - \sigma_2$ elipso, katere enačba se glasi

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_p^2 \quad (1.14)$$

Ta je geometrično mesto za vse vektorje, katerih vsota ima konstantno vrednost σ_p , ki je mero za napetostna stanja, pri katerih prične plastično tečenje, slika 1.

Pogoje izotropne plastičnosti izpoljuje tudi hipoteza maksimalnih strižnih napetosti [4], po kateri prične material teči takrat, ko doseže največja glavna strižna napetost kritično vrednost k . V plastičnem stanju ima torej maksimalna strižna napetost v vseh točkah danega materiala enako vrednost

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = k \quad \text{ali} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = 2k = \sigma_p \quad (1.15)$$

pri čemer velja, da je $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Na prvi pogled je ta enačba preprostejša, v resnici pa le, če sta lega glavnih napetostnih osi in obeh ekstremnih glavnih napetosti znani vnaprej.

Mejna krivulja tečenja po Trescovem kriteriju je projekcija pravilnega šesterokotnika, ki je vrstan v krog z istim radijem. Kakor je razvidno s slike 1, sta primerjalni napetosti po obeh hipotezah le za nekaj napetostnih stanj enaki, sicer pa je med njima razlika, ki ne presega 15 %. Skupno obema kriterijema je, da se v njunih enačbah pojavljajo le diference glavnih napetosti.

2. Krivulja plastičnosti realnih kovin

V nasprotju z idealno plastičnim materialom plastična napetost σ_p pri realnih kovinah, ki se med preoblikovanjem utrjajo, ni konstantna, ampak je v splošnem funkcija trenutnega napetostnega in deformacijskega stanja kakor tudi posameznih parametrov utrditve. Pri takem materialu lahko izrazimo mejno krivuljo tečenja s skalarno funkcijo [7]

$$g(\sigma_{ij}, e_{ij}^p, k_i) = 0 \quad (2.1)$$

ki je zopet zaključena hiperplastev v napetostnem prostoru, znotraj katere ($g < 0$) je napetostno stanje samo elastično. Obris te ploskve tečenja oziroma utrjanja pa se od mejne krivulje tečenja za elastičen-idealno plastičen material razlikuje po tem, da s postopnim utrjanjem kovine pri preoblikovanju spreminja svojo velikost, obliko in prvotno lego.

Če postavimo, da narašča utrditev pri plastični deformaciji v hladnem v vseh smereh enako in je neodvisna od hidrostaticnega tlaka σ_m , se mejna krivulja tečenja razrašča v geometrično podobno obliko (sl. 2). Funkcijo takega izotropnega utrjanja kovin je mogoče zapisati v obliki

$$g(\sigma_{ij}) = f(k_n) \quad (2.2)$$

z uporabo enačbe (2.2) dobimo za skalarne veličine $k_n > 0$ merilo za utrditev materiala, ki pa lahko vsebuje tudi več parametrov utrjanja. Za predpostavljeni izotropni material je funkcija $g(\sigma_{ij})$ odvisna samo od invariant napetostnega deviatorja. Pomembno je to, da se posamezne komponente plastičnih deformacij $d\varepsilon_{ij}^p$ lahko pojavijo samo, če vrednost napetostne funkcije stalno narašča tj. v primeru rastoče obremenitve ($dJ_2' > 0$), medtem ko pri razbremenitvi ($dJ_2' < 0$) zaradi nepovračljivosti plastičnih deformacij to ni mogoče ($d\varepsilon_{ij}^p = 0$).

Prirasti plastičnih deformacij $d\varepsilon_{ij}^p$ so seveda v neki funkcionalni zvezi s trenutnim napetostnim stanjem, za katerega velja (1.11)

$$f(J_2', J_3') = \frac{1}{3} \cdot k_f^2 \quad (2.3)$$

ali

$$k_f = \sqrt{3 \cdot k(\varepsilon_i)} \quad (2.4)$$

kjer je k_f — vrednost plastične napetosti ($\sigma_p \neq \pm$ konst), za katero se je v tehniki preoblikovanja uveljavil izraz deformacijska ali preoblikovalna trdnost [8]. Ob upoštevanju enačbe (2.3) dobimo za glavne napetostne smeri naslednjo obliko v. Misesove pogojne enačbe za plastičnost realnih kovin

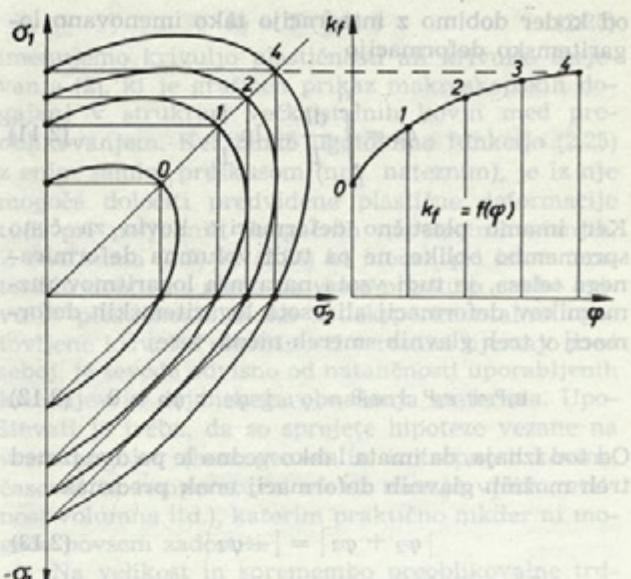
$$\sigma_i = k_f \sqrt{\frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (2.5)$$

ozziroma za poljubno postavljen ortogonalni koordinatni sistem

$$\begin{aligned} k_f = \sqrt{\frac{1}{3}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] +} \\ + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.6) \end{aligned}$$

S pogojem za plastičnost, ki karakterizira samo začetek plastičnega stanja, pa ni mogoče opisati tudi gibanja snovi pri preoblikovanju.

Da bi lahko s preprosto preizkusno metodo napovedali obnašanje materiala pri poljubno zapletenem, spreminjačem se napetostnem in deformacijskem stanju, moramo torej določiti še funkcionalno zvezo med napetostmi in deformacijami v plastičnem območju. Pri izotropnem materialu mora biti ta zveza neodvisna od izbire koordinatnega sistema ter izražena le z invariantami napetostnega in deformacijskega deviatorja. Znanih je več teorij, ki predpostavljajo, da so budi deviatorji napetosti in deformacij (Hencky, Nadai) ali pa deviatorji napetosti in hitrosti deformacij (St. Venant-Lévy-v. Mises)



Sl. 2. Mejne krivulje tečenja in krivulja plastičnosti (krivulja utrjanja) za izotropni material

med preoblikovanjem koaksialni in vsak trenutek proporcionalni.

Po tako imenovani deformacijski teoriji [9, 10] je zveza med napetostmi in deformacijami podana z enačbo

$$\sigma_{ij}^p = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{D} \cdot s_{ij} \quad (2.7)$$

kjer je D — faktor proporcionalnosti ali sekantni modul plastičnosti, ki ni več konstanta, ampak je funkcija druge invariante napetostnega in deformacijskega deviatorja. V komponentni obliki dobimo skupno 6 enačb za smeri x, y in z :

$$e_x^p = \frac{1}{D} \left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (2.8)$$

$$\gamma_{xy}^p = \frac{3}{D} \cdot \tau_{xy}$$

itd.

Pri tem upoštevamo samo plastične komponente deformacijskega deviatorja e_{ij} , ker so elastične v primerjavi s plastičnimi pri preoblikovanju kovin v večini primerov zanemarljivo majhne

$$e_{ij} = e_{ij}^p + e_{ij}^e \quad e_{ij}^e = 0 \quad (2.9)$$

Velikost plastičnih deformacij določamo v tehniki preoblikovanja z odnosom med spremembom dolžine in trenutno dolžino

$$d\varphi_i = \frac{dl}{l} \quad (2.10)$$

od koder dobimo z integracijo tako imenovano logaritemsko deformacijo

$$\varphi_I = \int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_1}{l_0} \quad (2.11)$$

Ker imamo plastično deformacijo kovin za čisto spremembo oblike, ne pa tudi volumna deformirnega telesa, je tudi vsota naravnih logaritmov razmernikov deformacij ali vsota logaritemskih deformacij v treh glavnih smereh nična, torej

$$e_I^p + e_2^p + e_3^p = \varphi_I + \varphi_2 + \varphi_3 = 0 \quad (2.12)$$

Od tod izhaja, da imata lahko vedno le po dve izmed treh možnih glavnih deformacij enak predznak

$$|\varphi_2 + \varphi_3| = |-\varphi_I| \quad (2.13)$$

Pri preračunavanju iz logaritemske na specifično deformacijo in nasprotno moramo vedno upoštevati tudi smer deformacije (+ ali -).

Med njima velja zveza

$$\varphi_x = \ln(l \pm \varepsilon_x) \quad (2.14)$$

Razlika med njima je pri $\varphi = 0,1$ manjša od 5 %, pri večjih deformacijah pa hitro raste.

Kakor vidimo iz enačb (2.8), ustreza deformacijska teorija formalno neki teoriji elastičnosti z $E \neq \text{konst}$ in $\nu = 1/2$. Trenutno vrednost faktorja D lahko določimo npr. iz nateznega preizkusa, pri čemer je (slika 3 a)

$$D = \frac{\sigma_x}{e_x^p} \quad (2.15)$$

Temu nasproti zahteva teorija plastičnega tečenja ali inkrementalna teorija [3, 11], da morajo biti deviatorji hitrosti deformacije in napetosti med preoblikovanjem koaksialni in vsak trenutek propor-

cionalni. Vrhu tega naj bo prirastek plastične deformacije sorazmeren prirastku plastične funkcije. V najbolj preprosti obliki je matematični zapis za ta pogoj

$$\frac{de_{II}^p}{dt} = \frac{3 s_{II} dk_I}{2 C dt} \quad (2.16)$$

kjer je C — faktor proporcionalnosti ali tangentni modul plastičnosti, ki je odvisen od napetostnega in deformacijskega stanja.

Če predpostavimo, da je C odvisen samo od napetostnega stanja, dobijo komponentne enačbe obliko

$$de_x^p = \frac{1}{C(k_I)} \cdot \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right] \cdot dk_I \quad (2.17)$$

$$dy_{xy}^p = \frac{3}{C(k_I)} \cdot \tau_{xy} \cdot dk_I$$

ter analogno za smeri y in z .

Na mesto sekantnega modula plastičnosti D stopi po teoriji tečenja tangentni modul $C = C(k_I)$, ki ga lahko določimo iz diagrama $k_I = F(\int d\varphi_I)$. Pri enoosnem nateznem preskusu je (slika 3 b)

$$C(k_I) = \sigma_x \cdot \frac{d\sigma_x}{de_x^p} \quad (2.18)$$

Prvo enačbo (2.17) lahko izrazimo tudi s komponentami napetostnega deviatorja s_{II}

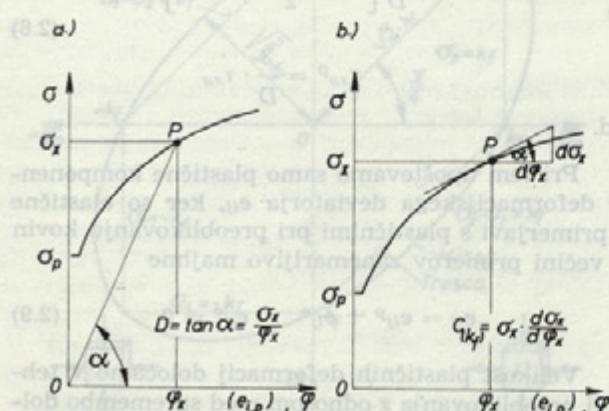
$$de_x^p = \frac{1}{C(k_I)} \cdot \frac{3}{2} \cdot s_x \cdot dk_I \quad (2.19)$$

Če poznamo potek funkcije F , se dajo torej določiti posamezne komponente plastične deformacije za poljubno napetostno stanje iz razmerij

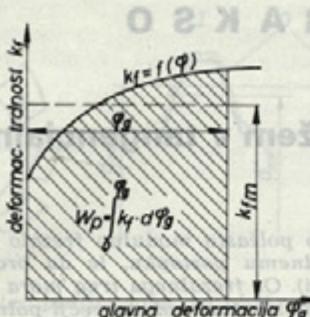
$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_x}{s_x} &= \frac{d\varphi_y}{s_y} = \frac{d\varphi_z}{s_z} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{d\varphi_I}{k_I} = d\lambda \end{aligned} \quad (2.20)$$

kar pomeni, da so vse plastične deformacije odvisne le od spremenljive skalarne veličine $d\lambda$, ki je funkcija J_2' .

Podobno kakor primerjalno plastično napetost k_I je mogoče definirati tudi neko primerjalno deformacijo $e_I^p = \varphi_I$, ki se mora dati določiti iz komponent deformacijskega tenzorja ε_H in mora biti izbrana tako, da bo funkcija $k_I = F(\varphi_I)$ neodvisna od specifičnosti preskusa. Pri tem lahko predpostavimo, da je utrditev monotono naraščajoča funkcija plastičnega deformacijskega dela $k_I = \Phi(w_p)$. Dva preoblikovalna procesa povzročita torej enako utrditev materiala, če je porabljen specifična energija v obeh primerih enaka. Pri tem je prirastek specifičnega deformacijskega dela (slika 4)



Sl. 3. Grafična interpretacija modulov plastičnosti D in C (a — deformacijska teorija, b — teorija tečenja)



Sl. 4. Krivulja plastičnosti in specifično deformacijsko delo (idealno plastično delo)

$$dw_p = \sigma_{ij} \cdot de_{ij}^p = s_{ij} \cdot de_{ij}^p = s_1 \cdot d\varphi_1 + s_2 \cdot d\varphi_2 + s_3 \cdot d\varphi_3 = \sigma_i \cdot d\varphi_i = k_f \cdot d\varphi_i$$

$$w_p = \int_0^{\varphi_g} k_f \cdot d\varphi_i \quad (2.21)$$

Iz pogoja za tečenje po v. Misesu ter napetostno deformacijske zveze po Lévy-v. Misesu [3] je mogoče določiti primerjalno deformacijo v diferencialni obliki

$$d\varphi_i = \sqrt{\frac{2}{3} (d\varphi_1^2 + d\varphi_2^2 + d\varphi_3^2)} \quad (2.22)$$

Kjer so $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ in $d\varphi_3$ prirastki efektivnih deformacij v glavnih smereh, za katere prav tako velja pogoj glede stalnosti volumna

$$d\varphi_1 + d\varphi_2 + d\varphi_3 = 0 \quad (2.23)$$

Po teoriji tečenja so končne deformacije že od vsega začetka odvisne ne samo od napetostnega stanja, ampak tudi od poti, ki je privedla do tega stanja. Deformacije torej lahko dobimo na splošno le z integracijo. Enačbo (2.20) pa je mogoče integrirati le, če se smeri glavnih deformacij in razmerje prirastkov deformacij $d\varphi_1 : d\varphi_2 : d\varphi_3$ med preoblikovanjem ne spreminjaajo. V tem primeru je totalna primerjalna deformacija

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{2}{3} (\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2)} \quad (2.24a)$$

oziroma za poljuben ortogonalen koordinatni sistem

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{1}{2} [(\varphi_x - \varphi_y)^2 + (\varphi_y - \varphi_z)^2 + (\varphi_z - \varphi_x)^2] + \frac{3}{4} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (2.24b)$$

Funkcijsko zvezo med primerjalno napetostjo σ_i , tj. preoblikovalno trdnostjo k_f in primerjalno deformacijo φ_i

$$k_f = F(\int d\varphi_i) \quad (2.25)$$

imenujemo krivuljo plastičnosti ali krivuljo utrjevanja [2], ki je grafičen prikaz makroskopskih dogajanj v strukturi večkrstalnih kovin med preoblikovanjem. Ker lahko ugotovimo funkcijo (2.25) z enim samim preskusom (npr. nateznim), je iz nje mogoče določiti predvidene plastične deformacije tudi pri poljubnih drugačnih napetostnih stanjih. Z enačbama (2.5) in (2.24) bi morali pri istem materialu dobiti ne glede na vrsto preskusa enako krivuljo plastičnosti. Kako se eksperimentalno ugotovljene krivulje plastičnosti v resnici ujemajo med seboj, je seveda odvisno od natančnosti uporabljenih kriterijev in dejanskega obnašanja materiala. Upoštevati je treba, da so sprejeti hipoteze vezane na vrsto pogojev (homogenost in izotropnost kovine, časovni in temperaturni efekti nimajo vpliva, stalnost volumna itd.), katerim praktično nikdar ni mogoče povsem zadostiti.

Na velikost in spremembo preoblikovalne trdnosti ali idealnega deformacijskega odpora med hladnim preoblikovanjem vplivajo poleg kemične sestave in strukture materiala predvsem tehnološki pogoji preoblikovanja tj. temperatura, stopnja deformacije in hitrost deformacije

$$k_f = f(\vartheta, \varphi, d\varphi/dt) \quad (2.26)$$

Razen od teh najvplivnejših veličin je preoblikovalna trdnost lahko odvisna še od sprememb smeri deformacije ter od anizotropnosti materiala. Medsebojna povezava in odvisnost posameznih veličin sta zelo kompleksni in ju je mogoče ugotavljati samo s sistematičnimi preskusi. Ker se pri hladnem preoblikovanju pretežni del deformacijskega dela pretvarja v topoto, lahko tudi termično aktivirani procesi vplivajo na potek krivulje utrjanja. Zato je treba razlikovati adiabatične in izotermične krivulje plastičnosti, pri njihovi uporabi pa upoštevati, ali se temperaturni pogoji pri preoblikovanju res ujemajo s tistimi, ki so veljali pri preskusu. Vse eksperimentalno ugotovljene krivulje so bolj ali manj približne, ker je med preskusi zelo težko držati konstantna zlasti parametra ϑ in $\dot{\varphi}$ [2].

LITERATURA

- [1] Lippmann, H., Mahrenholz, O.: Plastomechanik der Umformung metallischer Werkstoffe. Bd. I. Springer Verlag 1967.
- [2] Gologranc, F.: Plastično preoblikovanje v luči soobne tehnologije. Stroj. Vest. XIII (1967), 5, s. 159.
- [3] v. Mises, R.: Mechanik der festen Körper im plastischen deformablen Zustand. Gött. Nachr. (1913), s. 582.
- [4] Tresca, H.: Sur l'écoulement des corps solides soumis à des fortes pressions. C. R. Acad. Sci. Paris, 59 (1864), s. 754.
- [5] Prager, W., Hodge, P. G.: Theorie ideal plastiischer Körper. Springer Verlag, Wien, 1954.
- [6] Prelog, E.: Elasto in plastomehanika v strojništvi. Univerza v Ljubljani, 1966.
- [7] Reckling, K. A.: Plastizitätstheorie u. ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. Springer Verlag, Berlin, 1967.
- [8] Siebel, E.: Die Formgebung im bildsamen Zustand. Düsseldorf, 1932.
- [9] Hencky, H.: Zeitschr. angew. Math. Mech. 4 (1924), s. 323.
- [10] Nadai, A.: Plastic behavior of metals in the strain-hardening range. J. Appl. Physics 8 (1937), s. 205.
- [11] Lévy, M.: C. R. Acad. Sci. Paris 70 (1870), s. 1323.

Avtorjev naslov:
doc. dipl. ing. Franc Gologranc
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Ljubljani