UDK 621.224—185.7:621.313.12

Izračun kritične hitrosti sklopa vodna turbina in električni generator z metodo prenosnih matrik

ANTON KUHELJ (ml)

Opisan je izračun z elektronskim računalnikom prve upogibne kritične vrtilne hitrosti gredi v sklopu vodna turbina-električni generator. Na metodi prenosnih matrik zasnovan postopek omogoča izračun kritične hitrosti in ustrezne deformacijske črte za vse običajne dvoležajne in troležajne izvedbe sklopa.

1. Uvod

Za izračun prve upogibne kritične vrtilne hitrosti gredi z več rotorji poznamo več numeričnih in grafičnih metod. Pri primerih, ki so običajni pri sklopih vodne turbine in električnega generatorja, ko imamo dva ali tri vodilne ležaje in vsaj tri večje mase ter pogosto spreminjanje premera gredi, je vsak natančnejši izračun brez računalnika precej zamuden. Da bi se izognili temu delu, je bil po naročilu podjetja TZ Litostroj iz Ljubljane izdelan program za računalnik, ki omogoča zelo hiter in poceni izračun vseh veličin, ki so za naročnika zanimive. Program je izdelan v jeziku FORTRAN IV in prirejen za računalnik IBM 1130.

2. Opis postopka

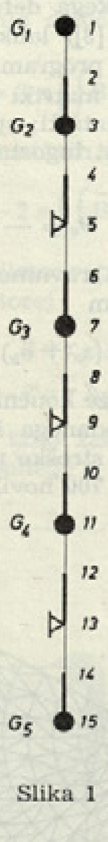
Metoda prenosnih matrik je že dolgo znana, vendar je prišla do veljave šele pri uporabi elektronskih računalnikov. Izkazalo se je, da je ta metoda zelo primerna za statične in dinamične izračune predvsem pri takih sistemih, ki so sestavljeni pretežno iz daljših linijskih elementov. Zato je bila uporabljena tudi v našem primeru. Zaradi svoje uporabnosti je ta metoda v literaturi že dobro obdelana (glej [1], [2], [3]).

Ker se vrtijo sklopi vodnih turbin z električnimi generatorji sorazmerno počasi, praviloma vedno v podkritičnem območju, je izračun kritične hitrosti precej poenostavljen. Zanemarili smo vpliv vrtavkinega efekta tekačev, vpliv strižnih deformacij gredi in osne sile v gredi. Prav tako nismo upoštevali radialne prožnosti vodilnih ležajev. Vplivi nekaterih zanemarjenih pojavov na izračun kritične hitrosti se do neke mere medsebojno izravnavajo. Upoštevati bi jih morali le, če bi se ubežna vrtilna hitrost sklopa močno približala kritični hitrosti, kar navadno preprečimo s konstrukcijskimi merami. Vse zgoraj navedene vplive pa lahko brez težav upoštevamo pri izračunu z metodo prenosnih matrik, saj bi nam izračun deloma še poenostavili.

V skladu z osnovami metode prenosnih matrik je na sliki 1 prikazan diskreten sistem petih masnih točk, ki so medsebojno povezane z brezmasnimi, upogibno prožnimi odseki gredi. Sistem je radialno uležajen v največ treh ležajih, kar je razvidno s slike 1. Z nakazanimi spremembami premera gredi je mogoče dovolj natančno posneti dejanske spremembe debeline gredi. Narisan sistem zajema vse od naročnika navedene konstrukcijske izvedbe uležajenja, razporeditve mas in izmere gredi.

Pri izračunu upogibnih nihanj ima vektor stanja $\{V\}$ štiri elemente

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} y \\ \psi \\ M \\ T \end{Bmatrix} \tag{1}$$



Slika 1

Pri tem označuje y pomik v radialni smeri, ψ je naklonski kot deformacijske črte, M je upogibni moment, ki povzroča nagib ψ, T pa je prečna sila. Spremembe vseh štirih elementov vektorja stanja zasledujemo od enega konca sistema do drugega. V splošnem primeru dobimo vrednosti vektorja stanja v naslednji točki, če vektor stanja v poprejšnji točki pomnožimo z neko matriko:

$$\{V\}_{i+1} = [P]_i \{V\}_i \tag{2}$$

To matriko $[P]$, ki nam omogoča izraziti vektor stanja v naslednji točki z vektorjem stanja v poprejšnji točki, imenujemo prenosno matriko, ker z njeno pomočjo prenesemo vektor stanja iz ene točke sistema v sosedno. Te prenosne matrike določamo za posamezne elemente sistema z znanimi enačbami iz teorije elastičnosti in dinamike. V literaturi obstajajo (glej na primer [2]) katalogi teh matrik za vse običajne elemente, ki prihajajo v poštev.

V našem primeru imamo le dve osnovni vrsti elementov: masno točko in brezmasno upogibno prožno gred. Znano je, da je prenosna matrika za masno točko

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

kjer je m masa točke in ω krožna frekvenca, s katero masa niha. Za brezmasno elastično polje pa je prenosna matrika

$$\begin{bmatrix} 1 & l & \dfrac{l^2}{2\,EI} & \dfrac{l^3}{6\,EI} \\ 0 & 1 & \dfrac{l}{EI} & \dfrac{l^2}{2\,EI} \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Pri tem je l dolžina gredi, EI pa njena upogibna togost.

Upoštevati je treba tudi robne in vmesne pogoje. Za proste robove, kakršne imamo v našem primeru, sta — kakor vemo — nična prečna sila T in upogibni moment M. Na vsakem neprožnem ležaju se pojavlja še ena neznana veličina in to je velikost prečne sile T v ležaju. Zato moramo vektor stanja povečati za vsak popolnoma tog ležaj še za en element. Seveda pa se pojavlja za vsak ležaj še tudi po en dodatni vmesni pogoj, da mora biti pomik y v takem ležaju ničen.

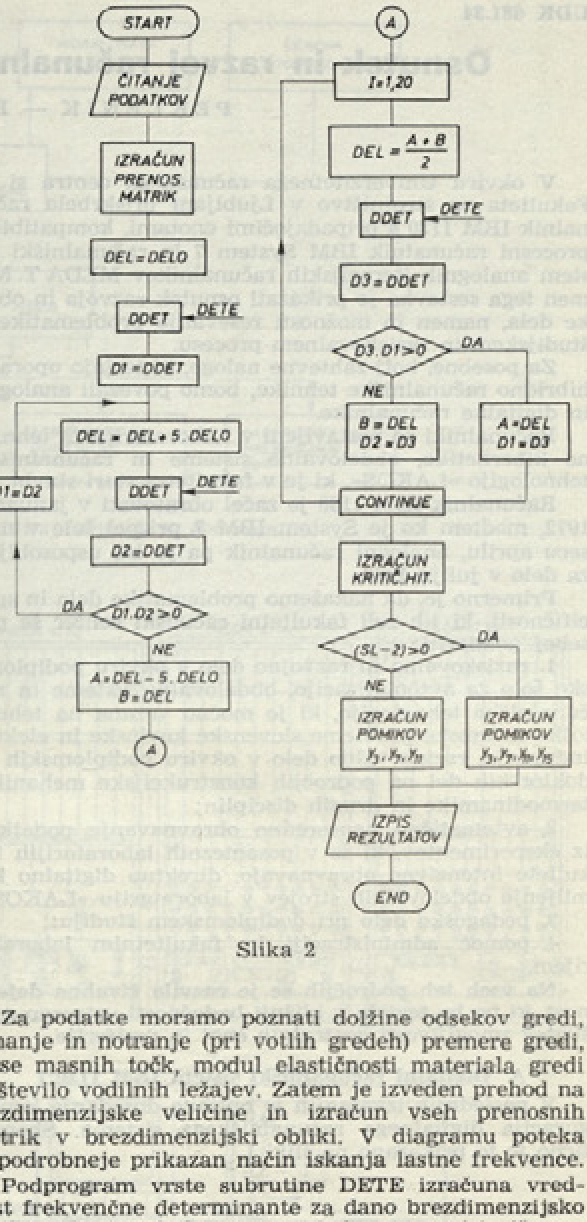
Pri izračunu lastne frekvence upoštevamo najprej robne pogoje na začetku, saj postaneta v našem primeru dva elementa vektorja stanja na začetku nična, s tem pa izpadeta v vseh prenosnih matrikah sistema dva ustrezna stolpca. Zatem izberemo neko začetno vrednost krožne frekvence ω in zmnožimo vse prenosne matrike do prvega ležaja. Tam se vektor stanja poveča za en element in ustrezno se poveča tudi število stolpcev prenosnih matrik za eno. Ko tako zmnožimo matrike za izbrano vrednost krožne frekvence ω prek vseh točk sistema do konca, upoštevamo še vmesne in končne robne pogoje. Vsak ležaj da eno pogojno enačbo, robni pogoj na koncu pa še dve pogojni enačbi. V našem primeru najbolj splošnega sistema imamo torej:

$$\begin{aligned} y_5 &= 0 \qquad & M_{15} &= 0 \\ y_9 &= 0 \qquad & T_{15} &= 0 \\ y_{13} &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Ta homogeni sistem petih algebraičnih enačb za pet neznank y_5, y_9, y_{13}, M_{15} in T_{15} ima netrivialne rešitve le, če je determinanta sistema nična. Zato izračunamo vrednost determinante za izbrano vrednost krožne frekvence ω, ki seveda zelo verjetno ne bo nič. S spreminjanjem krožne frekvence in ponavljanjem računa poiščemo tisto vrednost krožne frekvence ω, pri kateri je vrednost determinante res nič. Dobljena krožna frekvenca je lastna frekvenca sistema. Pri tej vrednosti krožne frekvence izračunane vrednosti vektorja stanja in predvsem povesa y v posameznih točkah sistema nam dajejo lastno obliko sistema pri tej lastni frekvenci.

3. Opis programa

Na sliki 2 je prikazan deloma skrajšan diagram poteka glavnega programa PKRIT za izračun kritične hitrosti in ustrezne lastne oblike sistema.



Slika 2

Za podatke moramo poznati dolžine odsekov gredi, zunanje in notranje (pri votlih gredeh) premere gredi, mase masnih točk, modul elastičnosti materiala gredi in število vodilnih ležajev. Zatem je izveden prehod na brezdimenzijske veličine in izračun vseh prenosnih matrik v brezdimenzijski obliki. V diagramu poteka je podrobneje prikazan način iskanja lastne frekvence.

Podprogram vrste subrutine DETE izračuna vrednost frekvenčne determinante za dano brezdimenzijsko vrednost krožne frekvence ω. Na koncu stroj izpiše vse podatke, kritično hitrost v vrtljajih na minuto in velikost relativnih pomikov vseh masnih točk pri kritični hitrosti.

Za izračun kritične hitrosti trileżajne izvedbe HC Mratinje je bil na stroju IBM 1130 porabljen čas 12 stotink ure.

LITERATURA

[1] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre 2. del, Springer-Verlag, Berlin/Goettingen/Heidelberg 1960.

[2] Pestel, E. C., Leckie, F. A.: Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill, New York 1963.

[3] Thomson, W. T.: Vibration Theory and Applications G. Allen & Unwin Ltd, London 1971.

Avtorjev naslov:

dr. ing. Anton Kuhelj ml.
docent na Fakulteti za strojništvo
Univerze v Ljubljani