

UDK 621.881.2.001.2

Določitev imenskega in napetostnega prereza ter njihov vpliv na dimenzioniranje natezno obremenjenega vijaknega stebra*

JULIJ BERTONCELJ

1.0. UVOD

Razvoj tehničnih sredstev v zadnjem desetletju kaže izrazito nagnjenje k skrajno racionalnemu dimenzioniranju. Za izhodišče rabi pravilo, naj bodo dimenzije nekega dela le tolikšne, da zadovoljujejo zunanje obremenitve pri minimalni obratovalni varnosti in gospodarnem izkoristku materiala. Zaradi tega skušamo zaostri kriterije dimenzioniranja, kar omogoča manjše dimenzije in s tem manjšo težo, nasprotno temu pa porastejo napetosti v takem strojnem elementu.

Pričujoče delo sicer ni bilo izvedeno za večji izkoristek mehanskih lastnosti materiala, pač pa smo skušali odgovoriti na vprašanje, kolikšen je delež vzmetne konstante v Rötischerjevem napetostnem diagramu, če suponiramo Hookovo obremenitveno področje. Znano je, da je velikost vzmetne konstante odvisna od napetostnega prereza, s tem pa bistveno vpliva na obremenitvene razmere vijakne zveze.

2.0. IMENSKI PREREZ

2.1. Definicija

Vijačno steblo je takšno rotacijsko telo, pri katerem se po valju polmera R_0 ovija navojni greben tako, da se pri zasuku za 2π premakne za korak P višje oziroma nižje od izhodne lege. Prerez navojnega grebena ima lahko poljubno obliko. Naša študija se je omejila na tehnično najpogostejši metrski profil.

Glede na to, da se pri obremenjevanju nekega strojnega dela pojavljajo največje poprečne napetosti v najmanjših prerezih, je treba ugotoviti velikost takih prereзов.

Pri vijačnem stebelu računamo največkrat s čisto osno natezno obremenitvijo, najmanjšo ploskev pa prikazuje tista prerezna ravnina, ki leži pravokotno na vijačno os, če le idealiziramo obremenitvene razmere. Tako nastala prerezna ploskev ima pri vijačnem stebelu konstantno vrednost ter se vijačno vzpenja po vijačni osi. Prerezna ploskev, ki je tako nastala in se vijačno vzpenja, bomo imenovali imenski prerez in označevali z A_i .

2.2. Metode za določitev imenskega prereza

Imenski prerez je mogoče določiti po več poteh: analitično, grafično ali posredno s foto tehniko.

* To raziskovalno nalogo sta financirala Republiška raziskovalna skupnost Slovenije in Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani.

2.2.1. Grafično reševanje

Za grafično ugotavljanje velikosti imenskega prereza izbrane tehnične oblike prereзов navojnih grebenov smo poprej razvili metodo na modelu z izrazito geometrijo navojnega stebra. Vzpon navojnega grebena, zaokrožitveni polmer, vrzel navojnega žleba, notranji in zunanji polmeri so pri tem modelu večkratniki normalnih vrednosti (slika 1).

Reševanje po tej metodi sestoji iz določevanja osnovne navojne (vijačne) ploskve, ki jo sestavljajo tvornice $O''O$, $1''1$, $2''2$, ... v narisu ter $O'S_1$, $1'S_1$, $2'S_1$... v tlorisu. Prerezna ravnina $[A] - [A]$ seka te tvornice v točkah 0, 1, 2, ... v narisni oziroma v točkah 0^0 , 1^0 , 2^0 , ... v tlorisni ploskvi. Glede na to, da imamo opraviti s simetrijo tlorisne ploskve, zadošča opazovanje polovice koraka P . Krivulja, ki povezuje točke 0^0 , 1^0 , 2^0 , ... 6^0 , pa že daje prvi približek deleža Y , ki sestavlja poleg X imenski prerez.

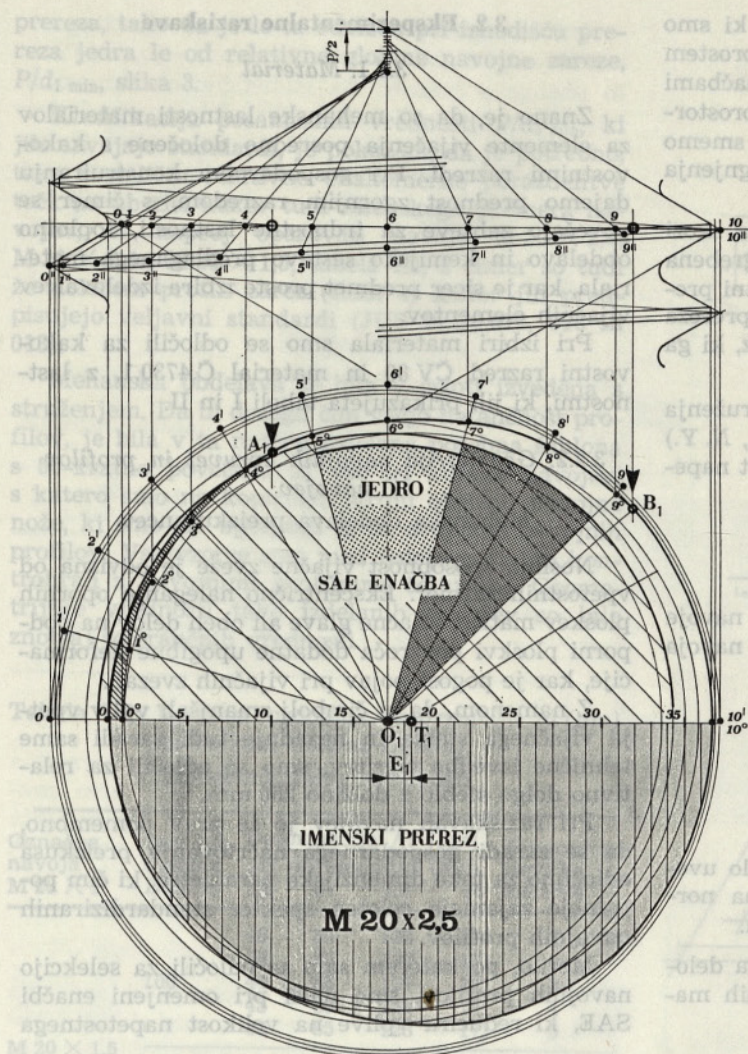
Podobno poenostavitev si za začetek lahko izberemo tudi pri iskanju X . Ta dodaja imenskemu prerezu vpliv zaokrožitvenega polmera, ki je znatnejši pri normalnih navojnih profilih (slika 2), pomagamo pa si tako, da v vrzel navoja uvijemo vijačnico s premerom 2ρ . Tudi to vijačno telo sestavljajo tvornice, ki niso več ravne kakor v prvem primeru, temveč vijačnice, ki potekajo skozi točke osnovnega oboda 0, 1, 2, 3 ... 12. Presečišča prerezne ravnine $[A] - [A]$ s sekani vijačnimi tvornicami poljubno izbranih prereзов tvorijo točke E-, D-, C-, B-, itd., seveda pa so zanimive le notranje označene točke.

Tako dobimo prvi približek za grafično oceno imenskega prereza, natančnejše vrednosti pa dobimo, če poleg povečane risarske natančnosti upoštevamo v narisu krivuljo osnovnega roba vijačne ploskve ter nadomestimo tvornice plašča cevaste vijačnice z vijačnicami. To drugo, natančnejše določanje imenskega prereza, ne prinaša velike spremembe prvotne določitve, kaže pa, da lahko krivuljo D, C, in B do presečišča točke T praktično nadomestimo z lokom polmera R_2 .

Imenski prerez A_i potemtakem znaša

$$A_i = X + Y$$

Opisano grafično reševanje smo prenesli na izbrano geometrijo standardnih navojev imenskega premera 20 mm in korakov 1,5 mm, 2 mm in 2,5 mm. Konkretno reševanje za t.i. grobi navoj M 20 $\times$ 2,5 prikazuje slika 2.



Slika 2

znašala 0,8217 mm oziroma 0,5935 mm pri $P = 2$ in 0,4767 mm za korak $P = 1,5$.

Velikost izsrediščenja E_1 je določljiva le, če poznamo težišče imenskega prereza T_1 , kar lahko določimo z integriranjem.

2.2.2. Fototehnično reševanje

Pri supoziciji, da dejanska geometrija navojnega stebila ni veliko odstopala od teoretične oblike in da so bile mere preizkušancev »znotraj« tolerančnih polj, saj je bila izdelava vseskozi kontrolirana z navojnimi profilnimi čeljustmi, smo strojno prerezali navojno steblo, tako kakor je definiran imenski prerez navoja. Tako prerezane ploskve obravnavanih korakov navojev smo fino zbrusili in spolirali, nato pa fotografirali. Planimetrijali smo na slikah enake povečave kakor pri grafičnem reševanju.

Ugotovitve:

1. Tovrstno iskanje velikosti imenskega prereza je kontrola za prej omenjeno metodo.
2. Planimetrosko posnetje fotoposnetka se mora glede na velikost odstopanj meritev ponoviti vsaj trikrat.
3. Natančnost te metode nasproti grafični je na splošno manjša, zato je primerna predvsem za orientacijo rezultata.

3.0. NAPETOSTNI PREREZ

3.1. Napetostno stanje vijaknega stebila in predlog SAE

Vijakno steblo je element s komplicirano obliko, zato še danes ne poznamo napetostnega stanja v stebelu. Vzroke je treba iskati v tem, da imamo

opraviti z vijakno zarezo oziroma z zaporedjem takih zarez, skoraj vse dosedanje študije pa so obravnavale predvsem elementarne enojne asimetrične ali osnosimetrične zareze.

Prisotnost zareze na kateremkoli obremenjenem elementu vnaša zarezno delovanje. Domneva, ki se uporablja pri teoretični obravnavi, da v okolici zareze ne obstaja še druga zareza, največkrat nima praktične vrednosti. V tem primeru napetostna stanja vplivajo medsebojno, pojavi se rezultirajoče zarezno delovanje, katerega učinek je lahko večji ali manjši od vpliva enojne zareze. Zaradi takih okoliščin se obravnava največkrat omeji na ravninski problem, matematično reševanje pa zaradi zahtevanih robnih pogojev in zapisa obremenitvene funkcije na elementarno zarezo, kar ni bil obravnavani primer.

Napetostne razmere v vijačnem steblu, ki smo jih s pomočjo teorije tokovnega polja v prostem navojnem steblu študirali z Laméjevimi enačbami v krivočrtnih koordinatah, potrjujejo vpliv prostorskega zarezne delovanja, zanemariti pa ne smemo mehanskih lastnosti materiala oziroma nagnjenja k opornemu delovanju.

Ker poteka obremenitev vijačnega stebela skozi prerez, ki vključuje vpliv tako vrzeli kakor grebena profila, smemo trditi, da bo fiktivni napetostni prerez, ki ga bomo označevali z A_s , večji od prereza jedra; $A_s > A_j$, kjer smo z A_j označili prerez, ki ga določa notranji premer navoja d_1 .

Po tem izhodišču se je na predlog združenja SAE (*Society of Automotive Engineers Inc., N. Y.*) uveljavila enačba (1948), ki predlaga velikost napetostnega prereza

$$A_s = A_{SAE} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right)^2$$

Enačbo lahko preuredimo za metrične navoje s profilom ISO, če izrazimo srednji premer navoja z $d_2 = f \left(\frac{P}{d_1} \right)$, v obliko

$$A_{SAE} = \frac{\pi d_1^2}{4} \left(1 + 0,65 \frac{P}{d_1} \right)$$

Ugotovitve:

1. Zaradi preprostosti se je ta enačba zelo uveljavila, pri čemer je mišljeno, da je glavna normalna napetost konstantna po vsem prerezu.

2. V SAE enačbi je zajet učinek opornega delovanja, to pa se lahko pojavi le pri elastičnih materialih.

3.2. Eksperimentalne raziskave

3.2.1. Material

Znano je, da so mehanske lastnosti materialov za elemente vijačenja posredno določene s kakovostnimi razredi. Pri gospodarnem konstruiranju dajemo prednost zgornjim razredom, s čimer se povečajo zahteve za trdnostne lastnosti, toplotno obdelavo in kemijsko sestavo predlaganega materiala, kar je sicer predmet proste izbire izdelovalcev vijačnih elementov.

Pri izbiri materiala smo se odločili za kakovostni razred ČV 80 in material Č.4730.1, z lastnostmi, ki jih prikazujeta tabeli I in II.

3.2.2. Geometrija navojnih epruvet in profilov navojev

Mehanska obdelava preizkušancev

Nosilna sposobnost vijačne zveze je odvisna od vpetostnih razmer. Ekscentrično naganje opornih ploskev matice, vijačne glave ali obeh delov na podporni ploskvi povzroča dodatne upogibne deformacije, kar je pogost pojav pri vijačnih zvezah.

Z namenom, da bi čimbolj zmanjšali vpliv vpetja vijačnega stebela in nazadnje tudi zaradi same tehnične izvedbe meritev, smo se odločili za relativno dolgo steblo z dolžino 250 mm.

Pri raziskavah navojev je še prav pomembno, da se zaradi gospodarnega načrtovanja preizkusa odločimo za take dimenzijske parametre, ki čim boljše zajamejo celoten spekter standardiziranih navojnih profilov.

Merilo, po katerem smo se odločili za selekcijo navojnih profilov, smo našli pri omenjeni enačbi SAE, ki reducira vplive na velikost napetostnega

Tabela I. Trdnostne lastnosti materiala (po poboljšanju)
Dejanske vrednosti so v oklepaju

Kakovostni razred	Imenski premer mm	σ_y min kp/mm ²	σ_M min kp/mm ²	δ_5 %	HB kp/mm ²	ψ %
ČV 80 (Č.4730.1)	... 36 (15)	64 (73,9)	80 ... 100 (83,2)	12 (20,1)	235 ... 293	— (67,45)

Tabela II. Kemična sestava in toplotna obdelava
Dejanske vrednosti so v oklepaju

Kakovostni razred	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Toplotna obdelava
ČV 80 (Č.4730.1*)	0,28 ... 0,55 (0,25)	...	...	... 0,4 (0,015)	... 0,05 (0,022)	**

* Kemijska analiza izhodnega materiala.

** Drobnozrnata struktura s srednjo količino ogljika ali malo legirano jeklo s Cr + Ni + Mo < 0,90 %, kaljenje v vodi, po-pušcanje pri minimalni temperaturi 500 °C.

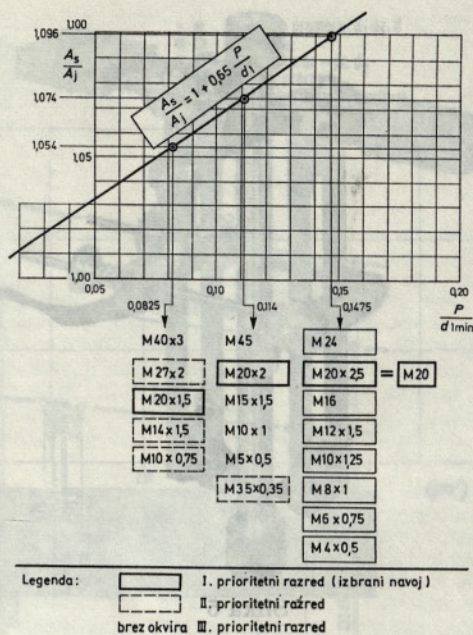
prereza, tako da je le-ta odvisen pri izhodišču pre-reza jedra le od relativne globine navojne zareze, $P/d_{1 \min}$, slika 3.

Klasifikacija posameznih vrednosti P/d_1 min, ki jih navajajo standardi, je pokazala, da je potrebno, tako s stališča relativno enakomerne porazdelitve točk na abscisi kakor tudi imenskega premera navojev, še naprej opazovati navoje M 20 $\times$ 2,5, M 20 $\times$ 2 in M 20 $\times$ 1,5, tabela III, s čimer so tudi že določeni profili zarez (slika 4) kakor jih predpisujejo veljavni standardi (JUS M.B0.012, 016 in 018).

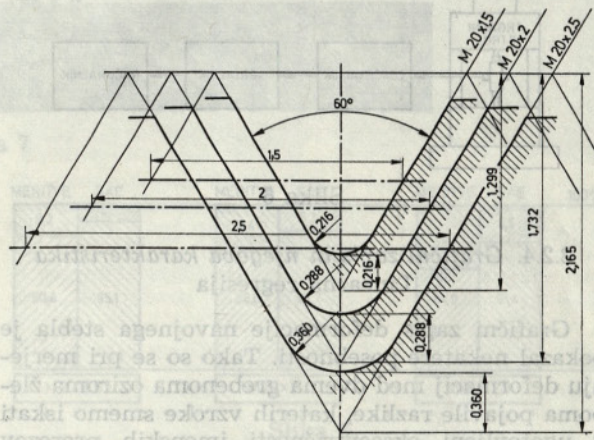
Mehanska obdelava je bila v celoti izvedena s struženjem. Da bi dosegli čim večjo natančnost profilov, je bila v ta namen izdelana posebna šablona s 50-kratno povečavo za vse tri korake navojev, s katero smo na kopirnem stroju obrusili navojne nože, ki smo jih uporabili le za dodelavo navojnih profilov. Vse vzorce smo med izdelavo stalno kontrolirali z navojnimi profilnimi čeljustmi. Geometrijske vrednosti tako izdelanih navojev so bile znotraj tolerančnih vrednosti.

Tabela III: Velikost vzdolžne deformacije Δl (μm) na merilni dolžini L (mm). Eksperimentalne vrednosti

Označba navoja	Merilna dolžina L (mm)	Deformacija Δl [μm] pri obremenitvi (Mp)				Zaporedna številka meritve
M 20 $\times$ P		2,5	5	7,5	10	
M 20 $\times$ 1,5	100	46	85	128	170	1
		44	85	127	171	2
		44	85	127	171	3
		43	85	128	171	4
		42	85	128	171	5
M 20 $\times$ 2	50	20	42	63	84	6
		21	43	63	85	7
		20	42	63	84	8
		21	43	63	86	9
		20	42	64	84	10
	100	43	87	131	176	11
		43	87	131	175	12
		43	87	131	175	13
		43	87	131	175	14
		44	88	131	176	15
M 20 $\times$ 2,5	50	22	44	65	87	16
		22	43	66	87	17
		22	44	66	87	18
		22	43	66	87	19
		22	43	65	86	20
	100	45	92	136	185	21
		46	92	140	185	22
		46	92	138	182	23
		46	92	138	183	24
		45	91	137	183	25
	50	23	45	71	92	26
		23	47	70	92	27
		24	46	70	91	28
		23	46	69	91	29
		23	45	71	92	30



Slika 3



Slika 4

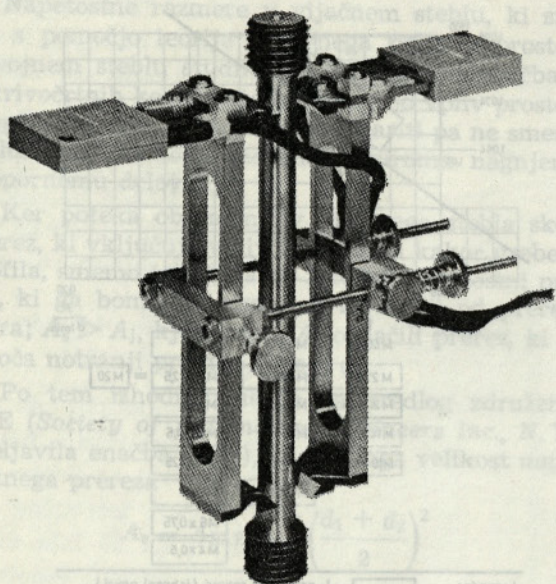
3.2.3. Natezni preizkus

Zaradi zahtevnosti obremenitvenega stanja smo se omejili na čisto enoosno statično obremenitev in materialno ter izdelavno popolnost, kar sicer nekoliko odmika preizkus od resničnega stanja.

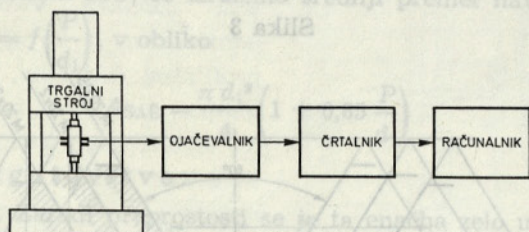
Vijačna stebila smo obremenjevali na trgalnem stroju, tako da obremenitev ni povzročala večjih poprečnih napetosti od $45,6 \text{ kp/mm}^2$ ($M 20 \times 2,5$) pri $\sigma_v = 73,9 \text{ kp/mm}^2$.

Deformacije smo registrirali z uporovnim indikatorjem natančnostnega razreda 0,1, največje merilne poti $\pm 2,5$ mm in napake v linearnosti, ki je manjša od 0,05 %, slika 5.

Instrument, ki je bil opremljen z distančniki z imenskima dolžinama 50 in 100 mm, smo priključili na ojačevalnik, od tu dalje pa smo vodili impulze na enolinijski korelator (slika 6).



Slika 5



Slika 6

3.2.4. Grafični zapis in njegova karakteristika Linearna regresija

Grafični zapis deformacije navojnega stebra je pokazal nekatere posebnosti. Tako so se pri merjenju deformacij med dvema grebenoma oziroma žleboma pojavile razlike, katerih vzroke smemo iskati v ugotovljeni ekscentričnosti imenskih prereзов glede na os stebra. Izkušnje, ki smo jih dobili pri takih meritvah, so pa tudi opozarjale, da merjenje na tako kratkih razdaljah, kakor je korak navoja, že zaradi posebnosti geometrije navojnih grebenov rado vodi k nezanesljivosti celotne meritve, zato smo ob verifikaciji preizkusa prešli na meritve deformacij nad 50 oziroma 100 mm. Ta odločitev je bila umestna, ker pomeni umeritev instrumenta za območje nekaj mikronov zahteven problem umerjanja merilnega stavka.

Za rezultate, ki smo jih dobili pri vsaki meritvi in petih ponovitvah, smo izvedli omenjeni postopek, tako da smo iz grafičnih zapisov vsake meritve ugotovili velikost vzdolžne deformacije pri obremenitvi 2,5 Mp, 5 Mp in 7,5 Mp. Vrednosti pri 10 Mp smo odbrali neposredno iz ojačevalnika.

Pri ovrednotenju rezultatov smo dosledno upoštevali zapis obremenjevanja in ne razbremenjevanja stebra, s čimer smo znatno zmanjšali notranje vplive merilnega stavka, tabela III.

Pri omenjeni obremenitvi stebra velja linearno razmerje med deformacijo in napetostjo, zato smo to analogijo prenesli na statistično obravnavo linearne regresije. Računalniška obdelava podatkov iz tabele III posreduje enačbe linearne regresije, kar omogoča, ob upoštevanju obeh enačb za posamezen navoj, izračun poprečnih vrednosti deformacije koraka P , tabela IV.

Tabela IV: Velikost vzdolžne deformacije y pri obremenitvi x
Linearna regresija

Označba navoja M 20 × P	Merilna dolžina L (mm)	Enačba linearne regresije
M 20 × 1,5	100	$y = 1,1 + 16,928 x$
	50	$y = -0,7 + 8,540 x$
M 20 × 2	100	$y = -0,7 + 17,592 x$
	50	$y = 0,3 + 8,664 x$
M 20 × 2,5	100	$y = -0,3 + 18,4 x$
	50	$y = 0,3 + 9,184 x$

3.2.5. Analiza deformacij

Če izhajamo iz domneve, da je glavna normalna napetost porazdeljena enakomerno po vsem prerezu stebra, ustreza tej napetosti, ki se pojavlja zaradi delovanja sile F , npr. na razdalji koraka P , poprečna deformacija

$$\Delta P = \frac{F}{A_s} \cdot \frac{1}{E} \cdot P$$

Na ta način smo lahko posredno sklepali na velikost napetostnega prereza A_s vsakokratno obnavljanega navoja, ker smo eksperimentalno ugotovili velikost deformacije ΔP . Ta je pri določeni dolžini P odvisna le od obremenitve F , kar kažejo tudi enačbe linearne regresije.

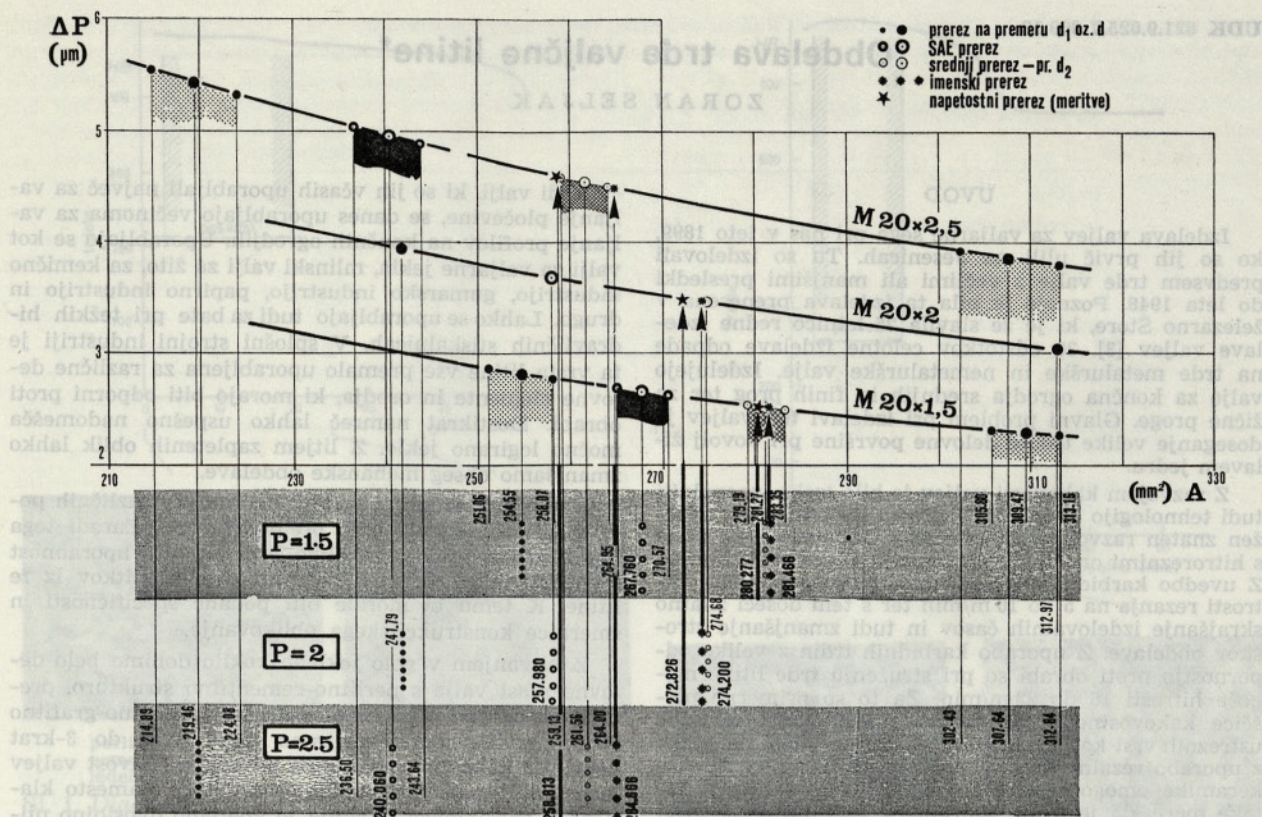
Iz tega izhaja, da lahko izračunamo deformaciji ΔP ustrezni napetostni presek A_s , ki je na familiji krivulj kvadratne parabole, slika 7, in je vseskozi konstantna vrednost.

Pripombe in ugotovitve:

1. Izvedeni eksperimentalni del naloge je bil izveden na struženih preizkušancih in materialu, ki je kazal izrazite elastične lastnosti.

2. Vzorci so bili v geometrijskem pomenu izdelani v tolerančnem razredu g6, zaradi česar ne smemo zanemariti vpliva napake, ker smo vseskozi računali s srednjo vrednostjo tolerančnega polja, izdelava pa dopušča odklik od srednje lege za 85 μm ($P = 2,5$) oziroma 70 μm ($P = 1,5$), kar povzroča $\pm 0,7\%$ oziroma $\pm 0,9\%$ nenatančnosti. Za navoj M 20 × 2 tolerančno polje ni predpisano.

3. Obremenjevali smo s trgalnim strojem, katerega napaka ima red velikosti razdelbne enote na merilni skali, kar znaša 50 kp in s tem napako v sili $\pm 0,5\%$.



Slika 7

4.0. SKLEP

Po ugotovitvah, ki izhajajo iz določitve imenskega in fiktivnega napetostnega prereza lahko sklepamo:

1. Imenski pre-rez navojev s profilom ISO je izhodišče za oceno nosilnosti vijaka.

2. Velikost imenskega prereza je praktično enaka velikosti krožne ploskve s srednjim premerom navoja (d_2), tabela V.

3. Napetostni pre-rez A_s je v vseh treh obravnavanih primerih med SAE in imenskim pre-rezom oziroma blizu imenskega prereza, tabela V.

4. Vpliv navojnega grebena na velikost napetostnega prereza je za okoli 80 % večji kakor ga predvideva enačba SAE (slika 8).

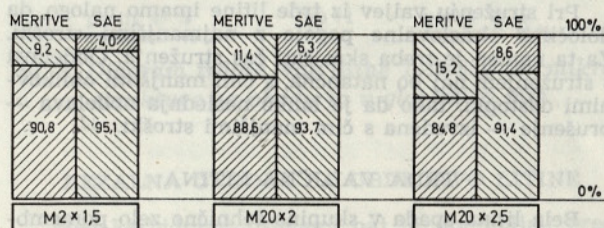
Tabela V: Rekapitulacija vrednosti prerezov

Označba navoja	A_{1sr} mm ²	A_{SAE} mm ²	A_{2sr} mm ²	A_i mm ²	A_s mm ²	A_{sr} mm ²
M 20 × P	1)	3)	1)	2)		1)
M 20 × 1,5	254,554	267,760	281,265	281,466	280,277	309,465
M 20 × 2	241,790	257,980	274,680	274,200	272,826	312,970
M 20 × 2,5	219,460	240,060	261,560	264,666	258,813	307,630

1) Geometrijske vrednosti po standardih

2) Srednja vrednost treh planimetrijskih meritev

3) Srednja vrednost ob upoštevanju toleranc premerov d_1 (g6) in d_2 (g6)



Slika 8

5. Vzmetna konstanta vijaka $c = \frac{E \cdot A_s}{l}$

ki določa togost stebra, se poveča približno za 5 % ($M 20 \times 1,5$), 6 % oziroma 8 % ($M 20 \times 2,5$).

6. Pri rezultatih, ki smo jih dobili iz eksperimentalnega dela naloge, je treba upoštevati napake, ki izhajajo iz geometrije preizkušancev in trgalnega stroja ter v celoti znašajo $\pm 2,3 \dots \pm 2,5$ %.

LITERATURA

Neuber, H.: Kerbspannungslehre. Springer-Verlag, Berlin 1958.

Weiss, V.: Notch Analysis of Fracture. Academic Press, III, 34 (1971).

Wyss, T.: Die Kraftfelder in festen elastischen Körpern und ihre praktische Anwendung. Berlin 1926. Springer-Verlag.

Avtorjev naslov: mgr. Julij Bertoncelj, dipl. ing., Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani