

UDK 539.4.014.1:621.833

Določanje napetosti v korenu zoba z metodo končnih elementov

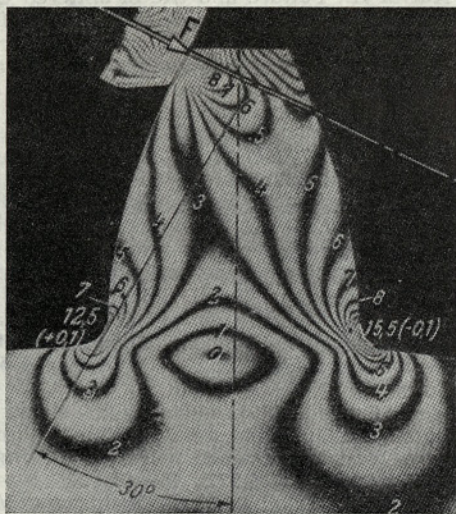
JOŽE FLAŠKER — MARJAN HUZZAK — ZORAN CAR

1. UVOD

Metoda končnih elementov (MKE) se danes v praksi marsikje že zelo uspešno uveljavlja. Z njo je mogoče reševati različne probleme s področja strojništva [2].

Zobnik je strojni element, ki je v tehniki zelo razširjen in zato je vedno znova in znova predmet novih raziskav. Veličin, ki vplivajo na njegove obratovalne razmere, funkcionalnost, dobo trajanja, obrabo, itd., je izredno mnogo.

Pomembna veličina je tudi napetost v zobnem korenu, ki v veliki meri vpliva na dobo trajanja zobnika. Približno napetost v zobnem korenu je mogoče izračunati s poenostavljenimi računskimi postopki. Območje največje napetosti so ugotovili s fotometrično metodo.

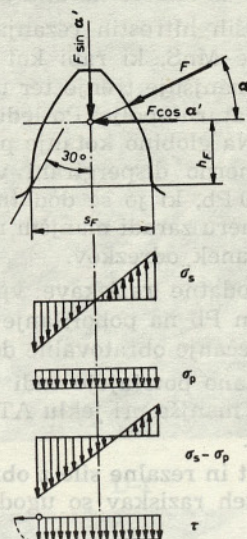


Sl. 1. Optična slika napetosti v zobnem korenu pri obremenitvi na upogib [1]

S slike 1 [1] je mogoče posneti le potek napetosti, ne pa tudi številskih vrednosti upogibne napetosti.

Po sliki 2 deluje na zob sila F s komponentama $F \sin \alpha'$ in $F \cos \alpha'$. Za natezno stran je Niemann [1] postavil enačbe za upogibno, tlačno in srednjo strižno napetost.

Napetosti v zobnem korenu pa je mogoče reševati tudi drugače.



Sl. 2. Napetosti v zobnem korenu [1]

2. REŠEVANJE Z METODO KONČNIH ELEMENTOV

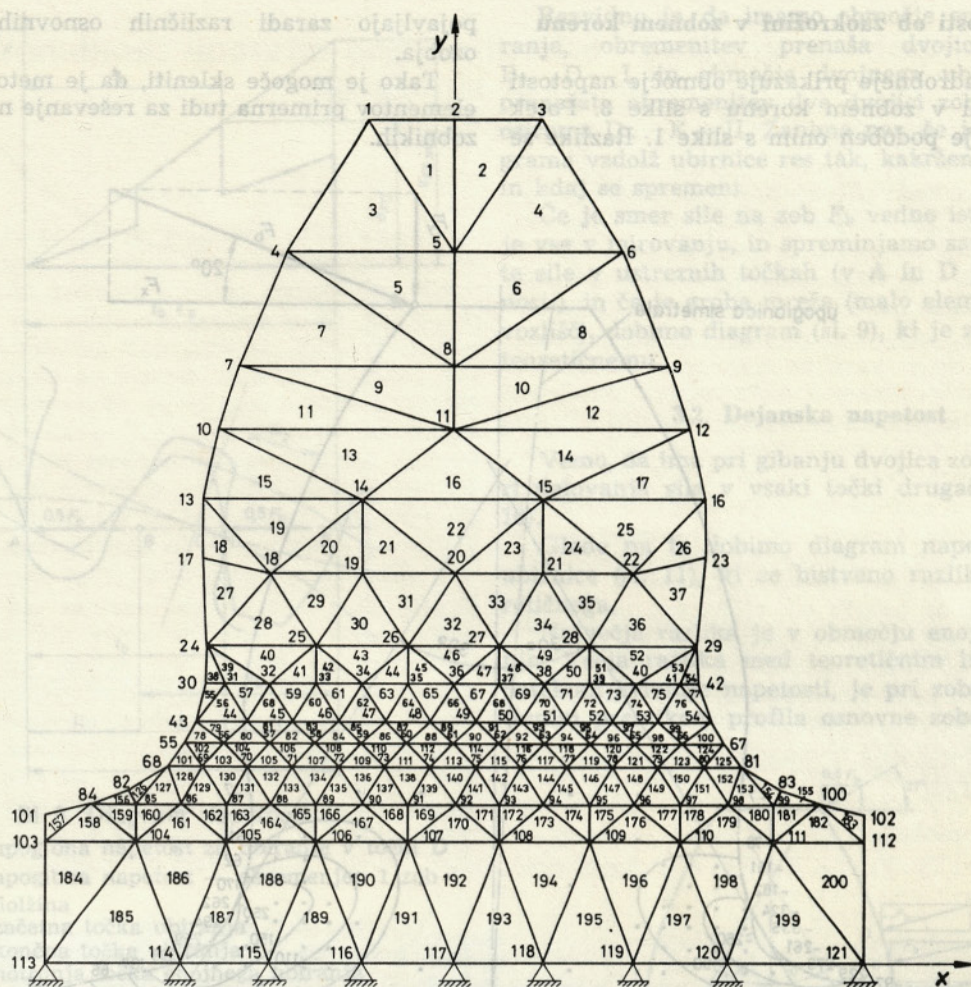
2.1. Potek napetosti v zobnem korenu

Najprej je treba določiti veličine, ki definirajo zobnik oziroma dimenzije zoba. Nato narišemo zobni profil v povečanem merilu, da ga je mogoče razdeliti na elemente in določiti njihovo število, število vozlišč in podpor (sl. 3). V območju, kjer želimo nadrobneje analizirati napetosti, zgostimo mrežo končnih elementov. Velikost napetosti v določeni točki je srednja vrednost napetosti dveh sosednjih elementov. Zobni profil na sliki 3 ustreza zobu valjastega zobnika z ravnimi zobmi s podatki: $z = 14$, $m = 40$ mm, $\alpha_0 = 20^\circ$, $\rho_F = 10$ mm in $x_m = 0$.

Napetosti v zobnem korenu smo določali za širino zoba 120 mm pri pogoju, da je bila sila na zobni bok 5000 N porazdeljena enakomerno vzdolž širine zoba.

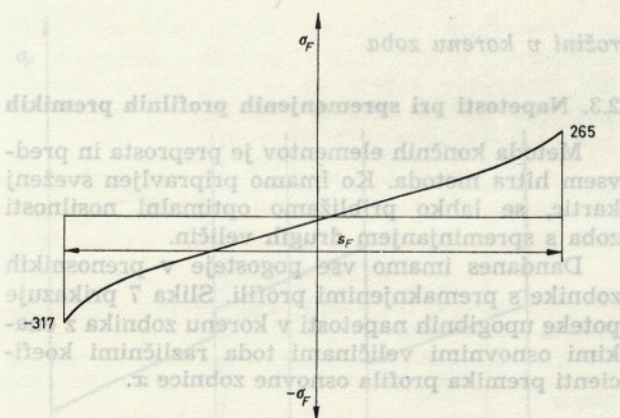
Iz diagrama na sliki 4 je razviden potek upogibne napetosti v zobnem korenu, ki ni linearen, kakor je to v primeru na sliki 2.

Če spremenimo polmer zaokrožine na vrhu rezala orodja (npr. $\rho_F = 3$ mm in $\rho_F = 7$ mm), dobimo drugačen potek napetosti (sl. 5). Za primerjavo je vrisan še potek napetosti s slike 4. Upogibna napetost se zelo povečuje, če se zmanjšuje zaokrožina na robu rezala orodja.

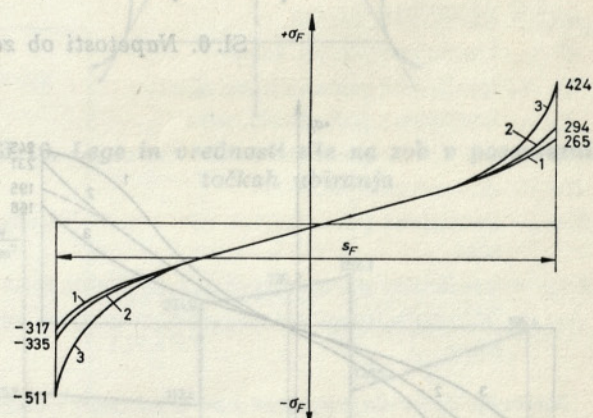


Sl. 3. Razdelitev zoba na končne elemente

Število elementov 200, število vozlišč 121 in število podpor 9

Sl. 4. Potek upogibne napetosti v zobnem korenu ($q_F = 10$ mm)

Tako lahko z gotovostjo trdimo, da je linearni potek napetosti na sliki 2 samo približen, velikost napetosti pa je za splošno rabo vendarle dovolj natančna.

Sl. 5. Potek upogibne napetosti v zobnem korenu
Krivulja 1: $q_F = 10$ mm, krivulja 2: $q_F = 7$ mm, krivulja 3: $q_F = 3$ mm; $x = 0$

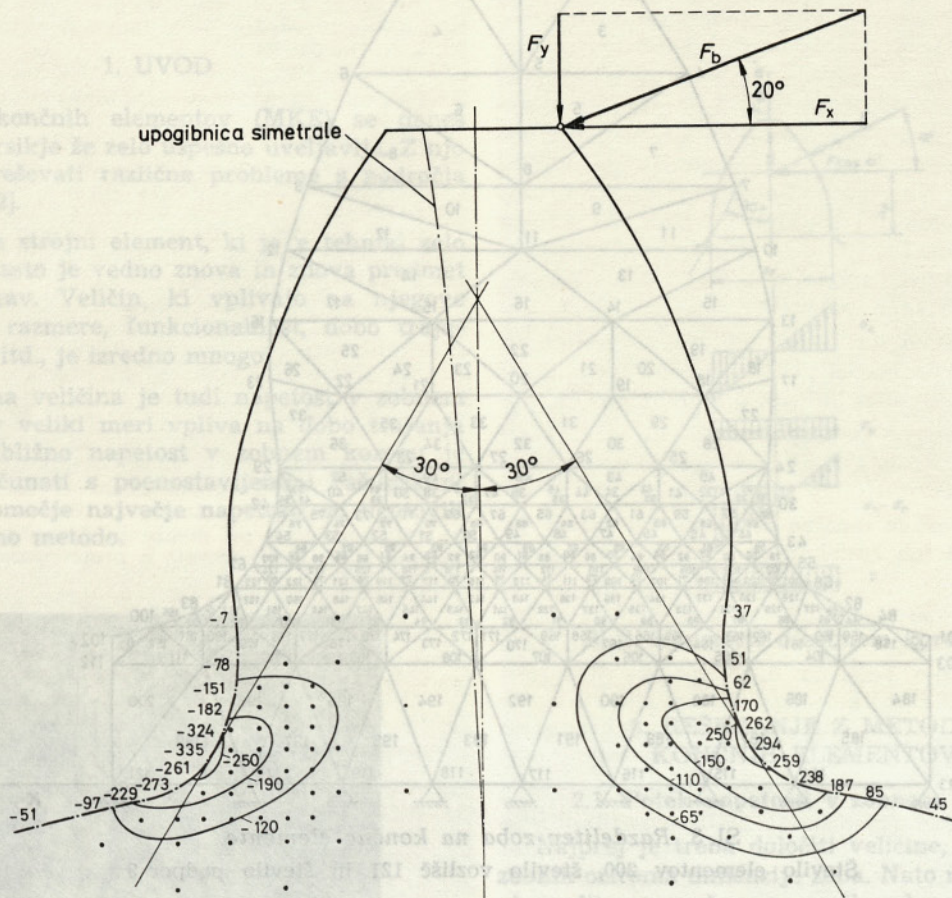
Za analizo je posebno zanimiva cona na natezni strani, saj — kakor je znano — v njej pride do zloma, če so napetosti večje od dopustnih. Do zloma pa lahko pride tudi zaradi drugih vplivov.

2.2. Napetosti ob zaokrožini v zobnem korenu

Slika 6 nadvse prikazuje območje napetosti ob zaokrožini v zobnem korenu s slike 3. Potek vrzanih črt je podoben onim s slike 1. Razlike se

pojvajo zaradi različnih osnovnih podatkov ozobja.

Tako je mogoče skleniti, da je metoda končnih elementov primerna tudi za reševanje napetosti pri zobnikih.



Sl. 6. Napetosti ob zaokrožini v korenu zoba

2.3. Napetosti pri spremenjenih profilnih premikih

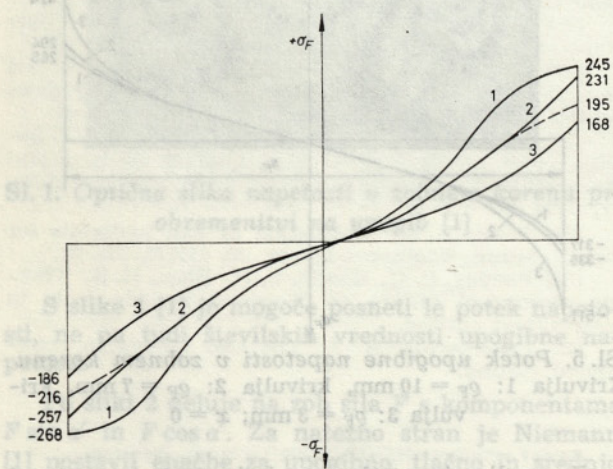
Metoda končnih elementov je preprosta in predvsem hitra metoda. Ko imamo pripravljen sveženj kartic, se lahko približamo optimalni nosilnosti zoba s spreminjanjem drugih veličin.

Dandanes imamo vse pogostejše v prenosnikih zobnike s premaknjenimi profili. Slika 7 prikazuje poteke upogibnih napetosti v korenu zobnika z enakimi osnovnimi veličinami toda različnimi koeficienti premika profila osnovne zobnice x .

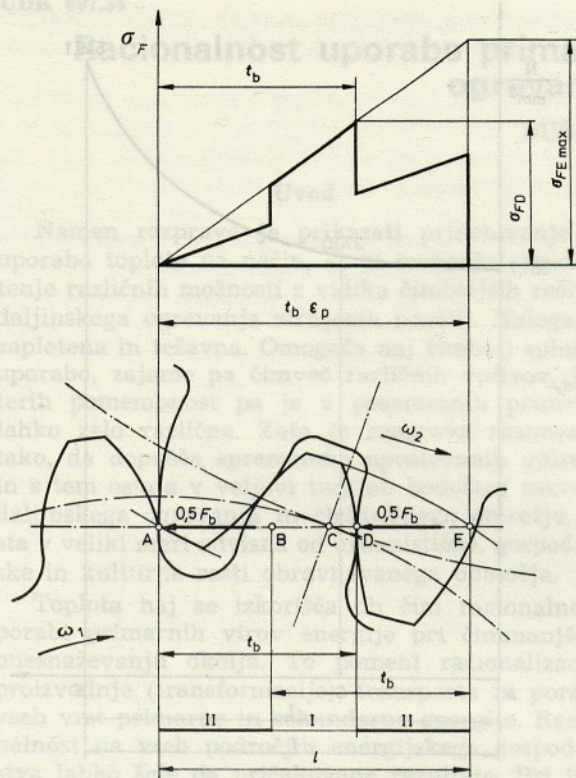
3. POTEK NAPETOSTI VZDOLŽ UBIRNICE

3.1. Teoretična napetost

Pri praktično uporabnih zobnikih mora biti stopnja ubiranja profilov $\epsilon_p > 1$, če želimo miren prenos vrtilnega gibanja, brez sunkov ipd. Slika 8 prikazuje diagram teoretične napetosti vzdolž ubirnice.

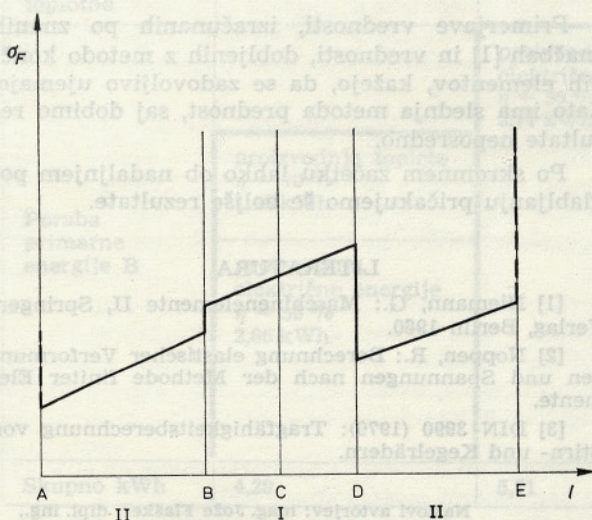


Sl. 7. Potek upogibne napetosti v zobnem korenu
Krivulja 1: $x = -0,3$, krivulja 2: $x = 0$, krivulja 3:
 $x = 0,3$; $q_F = 10 \text{ mm}$



Sl. 8. Diagram napetosti

- σ_{FD} — upogibna napetost za ubiranje v točki D
 $\sigma_{FE \max}$ — upogibna napetost — obremenjen 1 zob
 l — dolžina
 A — začetna točka ubiranja
 E — končna točka ubiranja
 B — notranja točka enojnega ubiranja
 D — zunanja točka enojnega ubiranja
 C — kinematični pol
 t_b — osnovni razdelek zobnega profila



Sl. 9. Diagram napetosti pri nespremenjeni smeri sile na zobni bok

I — območje enojnega ubiranja, II — območje dvojne-
ga ubiranja

Razvidno je, da imamo območje enojnega ubiranja, obremenitev prenaša dvojica zob od B...D—I, in območje dvojnega ubiranja, kjer prenašata obremenitev dve dvojici zob od A...B oziroma D...E—II. Zanima nas, če je potek diagrama vzdolž ubirnice res tak, kakršen je resnično in kdaj se spremeni.

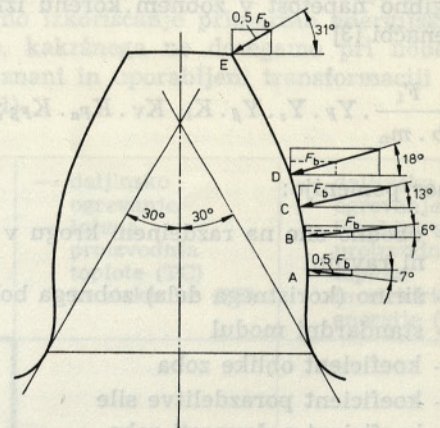
Če je smer sile na zob F_b vedno ista, kakor da je vse v mirovanju, in spreminjamo samo vrednost te sile v ustreznih točkah (v A in D je 1/2 vrednosti), in če je groba mreža (malo elementov, malo vozlišč), dobimo diagram (sl. 9), ki je zelo podoben teoretičnemu.

3.2. Dejanska napetost

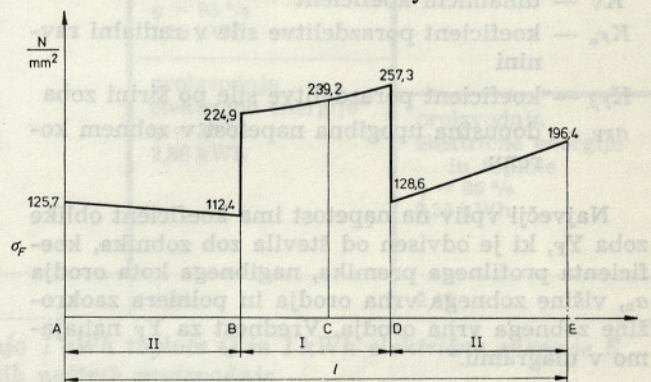
Vemo, da ima pri gibanju dvojica zob proti smeri delovanja sile v vsaki točki drugačno lego (sl. 10).

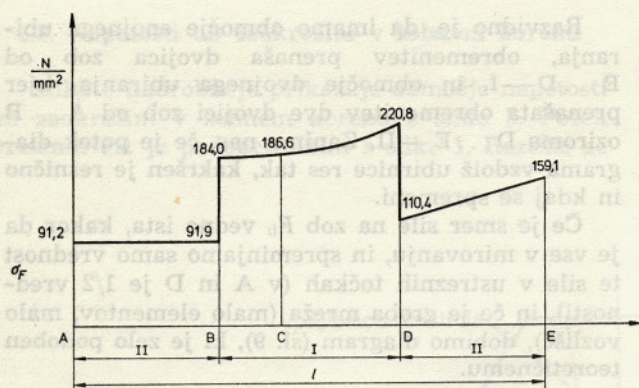
Glede na to dobimo diagram napetosti vzdolž ubirnice (sl. 11), ki se bistveno razlikuje od teoretičnega.

Največja razlika je v območju enojnega ubiranja. Večja razlika med teoretičnim in dejanskim potekom krivulje napetosti, je pri zobniku s pozitivnim premikom profila osnovne zobnice (sl. 12).



Sl. 10. Lege in vrednosti sile na zob v posameznih točkah ubiranja

Sl. 11. Potek napetosti vzdolž ubirnice pri zobniku $z = 0$



Sl. 12. Potek napetosti vzdolž ubirnice pri zobniku
z $x = 0,3$

Največji odstop dejanske napetostne krivulje od teoretične se pokaže pri zobniku z negativnim premikom profila osnovne zobnice (sl. 13). Krivulja sploh nima več skokov, ampak hitro naraščanje napetosti. V tem primeru imamo samo enojno ubiranje, stopnja ubiranja profilov je 1.

Upogibno napetost v zobnem korenu izračunamo po enačbi [3]

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_{Fa} \cdot K_{F\beta} \leq \sigma_{FP}$$

pri čemer pomenijo:

F_t — obodno silo na razdelnem krogu v radialni ravnini

b — širino (koristnega dela) zobnega boka

m_n — standardni modul

Y_F — koeficient oblike zoba

Y_ε — koeficient porazdelitve sile

Y_β — koeficient poševnosti zoba

K_I — koeficient glede na sunkovito obremenitev

K_V — dinamični koeficient

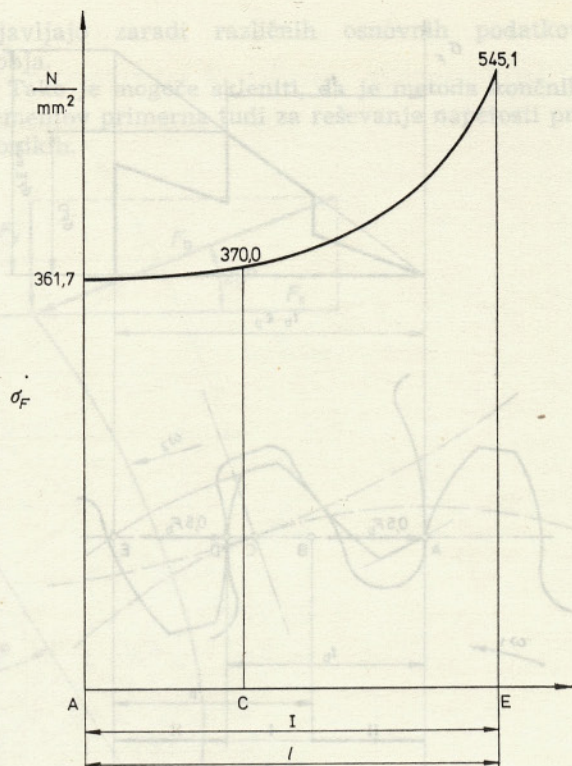
K_{Fa} — koeficient porazdelitve sile v radialni ravnini

$K_{F\beta}$ — koeficient porazdelitve sile po širini zoba

σ_{FP} — dopustna upogibna napetost v zobnem korenu

Največji vpliv na napetost ima koeficient oblike zoba Y_F , ki je odvisen od števila zob zobnika, koeficienta profilnega premika, nagibnega kota orodja α_n , višine zobnega vrha orodja in polmera zaokrožine zobnega vrha orodja. Vrednost za Y_F nahajamo v diagramu.*

* Glej B. Kraut: Strojniški priročnik, Lj. 1976, str. 475.



Sl. 13. Potek napetosti vzdolž ubirnice pri zobniku
z $x = -0,3$

Verjetno bi bila tu možnost vpliva na izkoriščenost materiala oziroma vpliva na dejanske napetosti, ki se pojavljajo pri obratovanju.

4. SKLEP

Primerjave vrednosti, izračunanih po znanih enačbah [1] in vrednosti, dobljenih z metodo končnih elementov, kažejo, da se zadovoljivo ujemajo. Zato ima slednja metoda prednost, saj dobimo rezultate neposredno.

Po skromnem začetku lahko ob nadaljnjem poglobljanju pričakujemo še boljše rezultate.

LITERATURA

[1] Niemann, G.: Maschinenelemente II, Springer-Verlag, Berlin 1960.

[2] Noppen, R.: Berechnung elastischer Verformungen und Spannungen nach der Methode finiter Elemente.

[3] DIN 3990 (1970): Tragfähigkeitsberechnung von Stirn- und Kegelrädern.

Naslovi avtorjev: mag. Jože Flašker, dipl. ing.,
VTS, Maribor
Marjan Huzjak, dipl. ing.,
OZD Opruga, Ludbreg
Zoran Car,
VTS, Maribor