

UDK 536.252:532.517.2

## Robni elementi za konvekcijo toplotne v ustaljenem laminarnem toku

POLDE ŠKERGET—ANDRO ALUJEVIĆ

V prispevku je podan postopek robnih elementov za določanje toplotnih razmer v ustaljenem toku nestisljive kapljevine. Eliptična diferencialna enačba za skalarno funkcijo (temperaturo) je rešena s transformacijo v integralsko obliko, ki jo nato v diskretni obliki modeliramo z robnimi elementi. Kot primer obravnave sta prikazana pretočna primera Poiseuille in Couette, ko ob znanem hitrostnem profilu določimo temperaturno porazdelitev.

### 1. TEORIJA

Vodilna diferencialna enačba ustaljene ravninske konvekcije je eliptična v območju  $\Omega$  z mejo  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$

$$a \nabla^2 u = v_x \frac{\partial u}{\partial x} + v_y \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{v } \Omega) \quad (1)$$

kjer so:  $a$  — količnik difuzije toplotne,  $u$  — normalizirana relativna temperatura,  $v$  — hitrost kapljevine,  $x$  in  $y$  — kartezični koordinati, medtem ko je  $\nabla^2$  — Laplaceov operator. Ustrezni mejni pogoji so bodisi Dirichletovi (podane mejne temperature) oziroma Neumannovi (znan toplotni tok v smeri normale na površini)

$$u = \bar{u} \text{ (na } \Gamma_1), \lambda \frac{\partial u}{\partial n} = -\bar{q} \text{ (na } \Gamma_2) \quad (2)$$

kjer je  $\lambda$  toplotna prevodnost. Enačbo (1) zapišemo kraješ kot

$$\nabla^2 u + b = 0 \quad (3)$$

ter jo z metodo utežnih ostankov predelamo v integralsko obliko

$$c(\xi) u(\xi) + \int u(S) q^*(\xi, S) = \int q(S) u^*(\xi, S) d\Gamma(S) + \int b u^*(\xi, s) d\Omega(s) \quad (4)$$

kjer je  $\xi$  računska točka,  $S$  in  $s$  pa sta referenčni točki na robu ozir. v območju. Konstanta  $c$  je bodisi 1,0 v območju ali 0,5 na gladkem robu, sicer pa jo določimo iz nagibnih kotov normale roba.

»Osnovna« rešitev in njen prvi odvod v smeri normale se glasita

$$u^*(\xi, S) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r(\xi, S)}, \quad q^*(\xi, S) = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\xi, S)}{r^2(\xi, S)} \quad (5)$$

kjer sta

$$r(\xi, S) = \sqrt{\{x(\xi) - x(S)\}^2 + \{y(\xi) - y(S)\}^2} \quad (6)$$

oziroma

$$d(\xi, S) = \{x(\xi) - x(S)\} n_x(S) + \{y(\xi) - y(S)\} n_y(S) \quad (7)$$

in pomenita  $n_x$  in  $n_y$  smerna kosinusa v točki  $S$  na robu.

Z upoštevanjem konvektivnega člena  $b$  dobimo ustrezno enačbo

$$\begin{aligned} c(\xi) u(\xi) + \int u(S) q^*(\xi, S) d\Gamma(S) &= \\ &= \int q(S) u^*(\xi, S) d\Gamma(S) - \frac{1}{a} \int u(S) \{v_x(S) n_x(S) + \\ &\quad + v_y(S) n_y(S)\} u^*(\xi, S) d\Gamma(S) + \\ &\quad + \frac{1}{a} \int u(S) \left\{ v_x(s) \frac{\partial u^*(\xi, s)}{\partial x(s)} + v_y(s) \frac{\partial u^*(\xi, s)}{\partial y(s)} \right\} d\Omega(s) \end{aligned} \quad (8)$$

V tej enačbi (8) pomenijo prva dva integrala difuzijo, drugi par pa mejno in območno konvekcijo.

### 2. ROBNI ELEMENTI

Za diskretizacijo spremenljivk  $u$ ,  $q$  in  $v$  uporabimo krajevno interpolacijo  $\phi$  na robu oziroma  $\psi$  v območju

$$\begin{aligned} u(\eta) &= \Phi^T \mathbf{U}^n, \quad q(\eta) = \Psi^T \mathbf{Q}^n, \quad v_x(\eta_1, \eta_2) = \\ &= \Psi^T \mathbf{V}_x^n, \quad v_y(\eta_1, \eta_2) = \Psi^T \mathbf{V}_y^n \end{aligned} \quad (9)$$

kjer je  $\eta$  črtna koordinata ( $-1 < \eta < +1$ ), medtem ko sta  $\eta_1$  in  $\eta_2$  površinski koordinati v trikotni celici. Diskretna oblika enačbe (8) se tako glasi

$$\begin{aligned} c(\xi) u(\xi) + \sum \left( \int \Phi^T q^* d\Gamma_e \right) \mathbf{U}^n &= \\ &= \sum \left( \int \Phi^T u^* d\Gamma_e \right) \mathbf{Q}^n - \\ &- \frac{1}{a} \sum \left\{ \int \Phi^T (\Phi^T \mathbf{V}_x^n n_x + \Phi^T \mathbf{V}_y^n n_y) u^* d\Gamma_e \right\} \mathbf{U}^n + \\ &+ \frac{1}{a} \sum \left\{ \int \Psi^T (\Psi^T \mathbf{V}_x^n q_x^* + \Psi^T \mathbf{V}_y^n q_y^*) d\Omega_c \right\} \mathbf{U}^n \end{aligned} \quad (10)$$

in sta  $q_x^* = \partial u^*(\xi, s) / \partial x(s)$ ,  $q_y^* = \partial u^*(\xi, s) / \partial y(s)$ .

Interpolacijske funkcije robnih elementov s petimi vozli so

$$\Phi = \frac{1}{2} \{\eta(\eta - 1), 2(1 - \eta^2), \eta(\eta + 1)\} \quad (11)$$

medtem ko so v notranjih celicah s petimi vozli ( $\eta_3 = 1 - \eta_1 - \eta_2$ )

$$\Psi = \{\eta_1(2\eta_1 - 1), 4\eta_1\eta_2, \eta_2(2\eta_2 - 1), 4\eta_2\eta_3, \eta_3(2\eta_3 - 1), 4\eta_3\eta_1\} \quad (12)$$

Enačbo (10) strnemo v matrično obliko

$$(\mathbf{H} + \mathbf{C} - \mathbf{D}) \mathbf{U} = \mathbf{G} \mathbf{Q} \quad (13)$$

kjer sta  $\mathbf{H}$  in  $\mathbf{G}$  standardni matriki robnih elementov,  $\mathbf{C}$  in  $\mathbf{D}$  pa upoštevata vpliv mejnih in območnih konvektivnih členov. Z združitvijo oklepajev dobimo obliko enačbe

$$\mathbf{E} \mathbf{U} = \mathbf{G} \mathbf{Q} \quad (14)$$

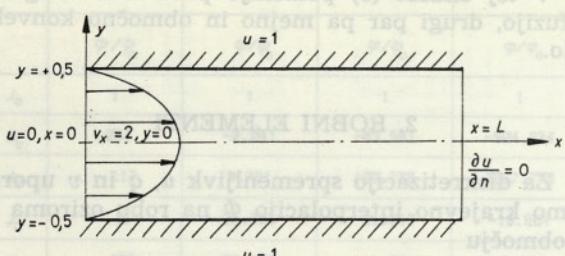
ozioroma z upoštevanjem ustreznih mejnih pogojev

$$\mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (15)$$

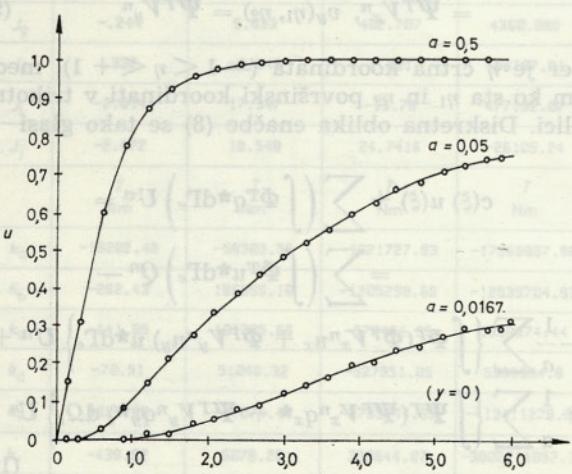
kjer so  $\mathbf{X}$  neznanke, kar potem razrešimo z računalniškim programom.

### 3. RAČUNSKI ZGLEDI

Kot prvi primer smo ovrednotili pretočni primer Poiseuille (sl. 1). Fluid vstopa v kanal s temperaturo  $u = 0$  pri  $x = 0$  in se ogreva v stiku s

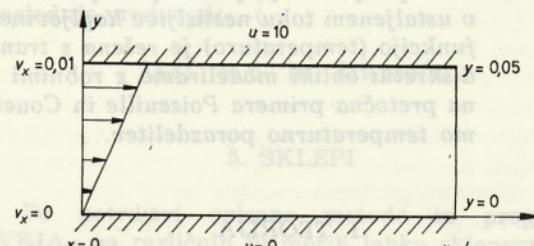


Sl. 1. Kanal (Poiseuille)



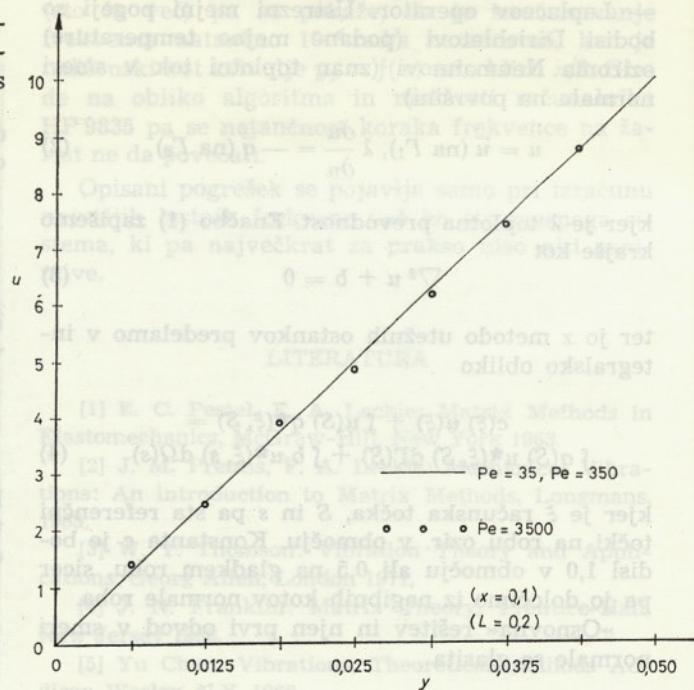
Sl. 2. Rezultati (Poiseuille)

površino kanala, kjer je temperatura  $u = 1$ . Hitrostno polje povsem razvitega laminarnega toka v kanalu je parabolično, tj.  $v_x = 2(1 - 4y^2)$ ,  $v_y = 0$ . Upoštevali smo različne vrednosti količnika topotne difuzivnosti in uporabili 26 robnih elementov z 52 vozli ter 44 celic s 63 notranjimi točkami. Rezultati so zbrani na sl. 2.



Sl. 3. Kanal (Couette)

Kot drugi zgled smo obravnavali pretočni primer Couette (sl. 3) med dvema vzporednima ploščama, ki sta različno ogreti. Hitrostni profil je linearen  $v_x = y/5$ ,  $v_y = 0$ . Difuzivnost smo izbrali tako, da je Pécletovo število  $Pe = 35, 350$  in  $3500$ . Uporabili smo 24 robnih elementov z 48 vozli ter 64 celic s 105 notranjimi točkami. Rezultati za  $x = 0,1$  so zbrani na sl. 4.



Sl. 4. Rezultati (Couette)

### 4. SKLEP

Podana primera kažeta uporabnost in natančnost prikazanega postopka za ovrednotenje konvektivnih razmer v kanalih z laminarnim tokom. Določitev hitrostnih porazdelitev je za zdaj še predmet naših nadaljnjih raziskav (razvoj ustreznega računalniškega programa).

## LITERATURA

[1] P. Škerget, C. A. Brebbia: Nonlinear potential problems. *Progress in Boundary Element Methods*, Vol. 2, Pentech Press, London 1983.

[2] P. Škerget, C. A. Brebbia: Time dependent nonlinear potential problems. *Progress in Boundary Element Methods*, Vol. 3 (v tisku).

[3] C. A. Brebbia, P. Škerget: Time dependent diffusion-convection problems using boundary elements. *3rd Int. Conf. Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*, Seattle, Washington, USA, 1983.

[4] P. Škerget, C. A. Brebbia: The solution of convective problems in laminar flow. *5th Int. Conf. on Boundary Elements*, Hiroshima 1983.

[5] P. Škerget, C. A. Brebbia: Diffusion-convection problems. *CISM Course on Boundary Element Methods in Engineering*, Udine, Italy, 1983.

[6] P. Škerget, F. Čuješ, A. Alujevič: Uporaba postopka robnih elementov pri prevajjanju toplotne v ravinskih prerezih. *Strojniški vestnik*, 27, 26—28, Ljubljana 1981.

[7] P. Škerget, A. Alujevič: Prenos toplotne v vrteninah s postopkom robnih elementov. *Strojniški vestnik*, 28, 19—21, Ljubljana 1982.

[8] P. Škerget, A. Alujevič: Robna integralska metoda za tokove viskoznih nestisljivih fluidov. *Strojniški vestnik*, Ljubljana (v tisku).

[9] P. Škerget, A. Alujevič: Konformni in nekonformni robni elementi v nelinearnih problemih prenosa toplotne. *4. skup PPPR*, Stubice 1982.

[10] P. Škerget, A. Alujevič: Reševanje časovno odvisnih problemov prenosa toplotne v laminarnem toku fluida z metodo robnih elementov. *5 skup PPPR*, Stubice 1983.

Naslov avtorjev: Viš. pred. mg. Polde Škerget  
Red. prof. dr. Andro Alujevič  
VTO strojništvo  
Visoka tehniška šola  
Univerza v Mariboru

62000 MARIBOR, Smetanova 17

UDK 66.047.3+536.423.1:541.12.012

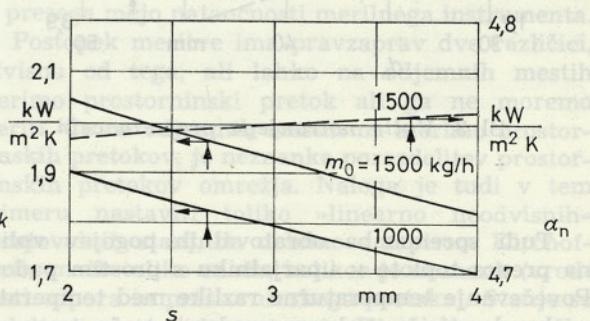
## Vpliv konstrukcijskih in obratovalnih parametrov na prenos toplotne v uparjalnikih s prostim padom

MIRAN OPREŠNIK

Prikazan je vpliv spremembe debeline, dolžine, notranjega premera ter toplotne prevodnosti cevi kakor tudi vpliv spremembe temperaturne razlike med temperaturo gretja in uparjanja na toplotno prestopnost in toplotno prehodnost v uparjalniku s prostim padom.

Pogosto nimamo dovolj konstrukcijskih podatkov o izvedenem uparjalniku s prostim padom ali pa želimo vedeti, kako se spremenijo razmere v uparjalniku, če se spremenijo obratovalne karakteristike. Da bi ocenili velikost teh vplivov, smo z modifciranim programom ANHYD [1] na osnovi energijske bilance po enačbah A. E. Duklerja za Nusseltovo število [2] izračunali vplive debeline stene, dolžine, notranjega premera ter toplotne prevodnosti cevi na toplotno prestopnost znotraj cevi in na toplotno prehodnost. Izhodiščne vrednosti so bile izračunane za uparjalnik z debelino stene cevi 2,5 mm, dolžino cevi 6 m, notranjim premerom 40 mm in toplotno prevodnostjo 30 W/(m K). Pri vseh nadaljnjih izračunih smo spremenjali konstrukcijske parametre, obratovalni parametri (temperatura vretja in temperatura kondenzacije) pa so

ostali nespremenjeni. Vrednosti so bile izračunane za dva različna natoka vode (1500 in 1000 kg/h). Na sl. 1 je prikazan vpliv debeline stene cevi. Notra-



Sl. 1. Vpliv debeline stene cevi