

UDK 539.374

Analiza deformacijskega stanja dvoslojnih kompozitnih materialov

IGOR EMRI

1. UVOD

Različne vrste polimerov se pogosto uporablja za površinsko zaščito kovin pred korozijo. Ker so razteznostni koeficienti polimerov in kovin zelo različni, je tak spoj na stiku obeh materialov obremenjen s strižno obremenitvijo, ki pogosto povzroča razslojevanje in luščenje polimernega sloja. Opisani problem se pojavi posebno v primerih, ko je toplotna obremenitev taka, da se temperatura polimera dvigne v bližino temperature faznega prehoda T_g ali čez.

S podobno problematiko se je med prvimi ukvarjal Timoshenko [1], ki je s posplošeno teorijo upogiba reševal problem deformacije bimetalnega traku, katerega temperatura zaradi toplotne obremenitve narašča linearno.

Na podobno problematiko naletimo pri lepljenih konstrukcijah, ki so vse pomembnejše v vešolski, letalski in avtomobilski industriji, kjer spodrivajo viačne in kovične zvezne. Omenjeno problematiko je obširno obravnaval Kinloch [2], [3], ki se sklicuje na 277 pomembnejših del s tega področja do leta 1981.

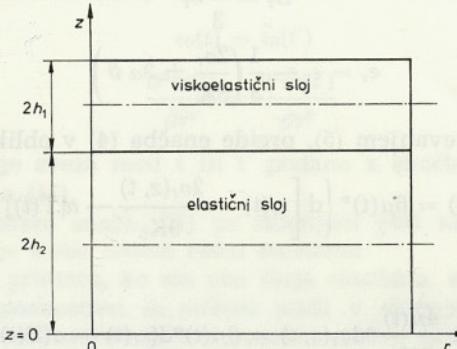
Zelo podobna problematika se pojavlja tudi pri kompozitnih materialih, ojačenih z vlakni [4], kjer pride v primeru prevelike hitrosti ohlajanja do koncentracije napetosti v okolini ojačitvenih vlačen, kar zopet vodi k razslojevanju in s tem zmanjšanju trdnostnih lastnosti materiala.

V prispevku bomo podali analitično rešitev deformacijskega stanja dvoslojnega materiala, od katerih se eden obnaša elastično, drugi pa linearno viskoelastično. Pri matematičnem izražanju problema bomo sledili načinu, ki so ga uporabili Muki, Sternberg [5], Morland in Lee [6], pri analizi zastalih napetosti v linearno viskoelastičnem materialu pri spremjanju temperature okolice.

2. OBLIKOVANJE PROBLEMA IN TEORETIČNA REŠITEV

Postavimo, da je spoj med obema slojema idealen in nadalje, da je spremjanje temperature tako počasno, da bo v vsakem trenutku temperaturno polje po celotni prostornini konstantno.

Geometrična oblika fizikalnega modela je prikazana na sliki 1. Spodnji sloj naj se obnaša elastično, zgornji pa linearno viskoelastično. Mehanske lastnosti viskoelastičnega sloja naj bodo podane s strižnim relaksacijskim modulom $\mu(t)$ in prostorninskim modelom stisljivosti K_0 , ki ga smemo imeti v prvi aproksimaciji za konstantnega [7]. V skladu s časovno temperaturnim superpozičijskim načelom [8] je vpliv temperature podan s časovno-temperaturnim premaknitvenim faktorjem



Sl. 1. Geometrična oblika fizikalnega modela dvoslojnega materiala

$a_{T0}(T)$ [8], [9], [10]. Ker smo postavili, da je temperaturno polje po celotni prostornini konstantno, lahko vzamemo, da je temperaturno-prostorninski razteznostni koeficient $a(T)$ neodvisen od časa [9].

Pomike v obeh materialih lahko sedaj zapišemo v obliki

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon_0 r - z \frac{\partial w}{\partial r} \\ v &= 0 \\ w &= w(r) \end{aligned} \quad (1)$$

kjer so u , v in w po vrsti pomiki v smeri r , ψ in z in $\varepsilon_0 = \varepsilon(z=0)$ deformacija v radialni smeri.

Deformiranost elementa je najpreprosteje podana s polmerom zakriviljenosti. Izhaja

$$\frac{1}{R} = \frac{\delta^2 w(r)}{r^2} \quad (2)$$

Razmerje (2) velja seveda samo v primeru, če je sferična zakriviljenost majhna.

Namen prispevka je določitev deformacije v radialni smeri in velikosti zakriviljenosti $\delta^2 w / \delta r^2$ kot posledice spremjanja temperature materiala.

2.1. Viskoelastični sloj

Zvezo med napetostnim in deformacijskim stanjem v viskoelastičnem sloju lahko zapišemo v obliki

$$\sigma_{KK} = 3K_0(\varepsilon_{KK} - 3\alpha\vartheta)^*, \quad (3)$$

$$S_{ij} = 2\mu * de_{ij}^{**} \quad (4)$$

kjer ϑ označuje spremembo temperature, S_{ij} in e_{ij} pa so deviatorične komponente napetostnega in deformacijskega tenzorja.

* Ponovljeni indeks označuje sumacijo.

** Zvezdica (*) označuje Stiltjesovo konvolucijo:

$$S_{ij} = 2 \int_{-\infty}^t \mu(t-\kappa) de_{ij}(\kappa) \quad (5)$$

Za izbrano valjasto obliko elementa velja:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 0 \\ \sigma_{KK} &= \sigma_r + \sigma_\vartheta = 2\sigma_r \\ S_r &= \frac{1}{3}\sigma_r \\ e_r &= \varepsilon_r - \frac{1}{3}\left(\frac{2\sigma_r}{3K_0} + 3a\vartheta\right)\end{aligned}\quad (5)$$

Z upoštevanjem (5), preide enačba (4) v obliko

$$\sigma_r(z, t) = 6\mu(t)^* \left\{ d \left[\varepsilon_r(t) - \frac{2\sigma_r(z, t)}{9K_0} - a[T(t)]\vartheta \right] \right\} \quad (6)$$

in

$$\sigma_r(z, t) + \frac{4\mu(t)}{3K_0} * d\sigma_r(z, t) = 6\mu(t)^* d[\varepsilon_r(t) - a(T(t))\vartheta] \quad (7)$$

V primeru, ko se temperatura materiala spreminja s časom, preide enačba (7) v obliko

$$\begin{aligned}\sigma_r(z, t) + \frac{4}{3K} \int_0^t \mu(t' - \varkappa) \frac{\delta \sigma_r(z, \varkappa)}{\delta \varkappa} d\varkappa &= \\ = 6 \int_0^t \mu(t' - \varkappa) \frac{\delta [\varepsilon_r(\varkappa) - a(T(\varkappa))\vartheta(\varkappa)]}{\delta \varkappa} d\varkappa &\quad (8)\end{aligned}$$

kjer je [9], [10]

$$d\varkappa' = d\varkappa/a_T \quad (9)$$

ozziroma

$$\varkappa' = \int_0^z \frac{du}{a_T T(u)} \quad (10a)$$

$$t' = \int_0^t \frac{du}{a_T T(u)} \quad (10b)$$

$$\log a_T = - \frac{C_1(T(t) - T_0)}{C_2 + T(t) - T_0} \quad (11)$$

Pri tem je T_0 začetna (referenčna) temperatura, C_1 in C_2 pa sta materialni konstanti.

Pri tem smo vzeli, da temperatura T ni odvisna od prostorskih koordinat.

Relativni *notranji* čas materiala je odvisen od kinetike molekularnih vezi, ta pa od trenutno razpoložljivega medmolekularnega prostora, potrebnega za gibanje molekularnih verig.

Ker je element, ki ga obravnavamo, obremenjen samo s topotno obremenitvijo, velja [9], [10]

$$t' = f(T(t)) = g(t) \quad (12)$$

Sledi

$$\begin{aligned}\sigma_r(z, t) &= \hat{\sigma}_r(z, t') \\ \varepsilon_r(z, t) &= \hat{\varepsilon}_r(z, t') \\ \Omega(t) &= \hat{\Omega}(t')\end{aligned}\quad (13)$$

kjer smo označili

$$\Omega(t) = a[T(t)]\vartheta(t) \quad (14)$$

Sistem enačb (13) definira transformacijsko razmerje med prostoroma z realnim in relativnim *notranjim* časom materiala.

Z upoštevanjem transformacijskih razmerij (13), preide enačba (8) v obliko

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_r(z, t') + \frac{4}{3K_0} \int_0^{t'} \mu(t' - \varkappa) \frac{\delta \hat{\sigma}_r(z, \varkappa)}{\delta \varkappa} d\varkappa &= \\ = 6 \int_0^{t'} \mu(t' - \varkappa) \frac{\delta [\hat{\varepsilon}_r(z, \varkappa) - \hat{\Omega}(\varkappa)]}{\delta \varkappa} d\varkappa &\quad (15)\end{aligned}$$

ozziroma

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_r(z, t') + \frac{4}{3K_0} \mu(t')^* d\hat{\sigma}_r(z, t') &= \\ = 6\mu(t')^* d[\hat{\varepsilon}_r(z, t') - \hat{\Omega}(t')] &\quad (16)\end{aligned}$$

Ker se pojavlja v enačbi (15) ozziroma (16) samo relativni ozziroma *reducirani* čas, lahko preslikamo enačbo v Laplaecov prostor. Izhaja

$$\bar{\sigma}_r(z, s) + \frac{4}{3K_0} \bar{\mu}(s) \bar{\sigma}(z, s) s = 6\bar{\mu}(s) [\bar{\varepsilon}_r(z, s) - \bar{\Omega}(s)] s \quad (17)$$

in od tod

$$\bar{\sigma}_r(z, s) = 18K_0 \frac{\bar{\mu}(s) [\bar{\varepsilon}_r(z, s) - \bar{\Omega}(s)] s}{3K_0 + 4\bar{\mu}(s) s} \quad (18)$$

Glede na to, da je prostorninski modul stisljivosti konstanten, lahko brez matematičnega dokaza vzamemo, da obstaja v časovnem intervalu $[0, \infty)$ taka funkcija lezenja $P(t)$, da je

$$P(t) = \{3K_0 + 4\mu(t)\}^{-1*} \quad (19)$$

Potem velja [11]

$$\int_0^{t'} [3K_0 + 4\mu(t' - \varkappa)] \hat{P}(\varkappa) d\varkappa = t' \quad (20)$$

ozziroma

$$[3K_0 + 4\bar{\mu}(s) s] s \bar{P}(s) = 1 \quad (21)$$

Enačbo (18) lahko sedaj zapišemo

$$\bar{\sigma}_r(z, s) = 18K_0 [\bar{\mu}(s) \bar{P}(s) s] \{[\bar{\varepsilon}_r(z, s) - \bar{\Omega}(s)] s\} \quad (22)$$

Po izpeljavi inverzne Laplaceove preslikave dobimo

$$\hat{\sigma}_r(z, t') = 18K_0 \{\mu(t')^* dP_1(t')^* d[\hat{\varepsilon}_r(z, t') - \hat{\Omega}(t')]\} \quad (23)$$

Pri tem smo z indeksom 1 označili, da velja rešitev (23) za viskoelastični sloj.

* Eksponent (-1) označuje operacijo invertiranja.

2.2. Elastični sloj

Za elastični sloj se napetostno-deformacijski enačbi (3) in (4) poenostavita v znano obliko

$$\sigma_{KK} = 3K[\varepsilon_{KK} - 3a \vartheta] \quad (24a)$$

$$S_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (24b)$$

Enačba (6) se poenostavi v

$$\sigma_r(z, t) = 6\mu \left[\varepsilon_r(t) - \frac{2\sigma_r(z, t)}{9K} - a(T(t)) \vartheta(t) \right] \quad (25)$$

in od tod

$$\sigma_r(z, t) = 6\mu \left[1 + \frac{4\mu}{3K} \right]^{-1} [\varepsilon_r(t) - a(T(t)) \vartheta(t)] \quad (26)$$

Če sedaj upoštevamo, da je

$$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_0(t) - z \frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} \quad (27)$$

in nadomestimo μ in K z modulom elastičnosti E in Poissonovim koeficientom ν , preide enačba (26) v

$$\sigma_{r2}(z, t) = \frac{E_2}{1 - \nu_2} \left[\varepsilon_0(t) - z \frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} - a_2(T(t)) \vartheta(t) \right] \quad (28)$$

kjer smo z indeksom 2 označili, da rešitev velja za elastični sloj.

Iz ravnotežnih enačb na sile in momente, podanih v obliki

$$\int_0^{2(h_1+h_2)} \hat{\sigma}_r(z, t') dz = 0 \quad (29)$$

$$\int_0^{2(h_1+h_2)} z \hat{\sigma}_r(z, t') dz = 0 \quad (30)$$

izhaja

$$\begin{aligned} & \left[18K_0 h_1 \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d\hat{\varepsilon}_0(t') + \frac{E_2}{1 - \nu_2} h_2 \varepsilon_0(t') \right] - \\ & - \left[18K_0(h_1^2 + 2h_1 h_2) \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d\left(\frac{\partial^2 \hat{w}(t')}{\partial r^2}\right) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{E_2}{1 - \nu_2} h_2^2 \frac{\partial^2 \hat{w}(t')}{\partial r^2} \right] = \\ & = 18K_0 h_1 \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d\hat{\Omega}_1(t') + \\ & \quad + \frac{E_2}{1 - \nu_2} h_2 a_2 \hat{\vartheta}(t') \end{aligned} \quad (31a)$$

in

$$\begin{aligned} & \left[18K_0(h_1^2 + 2h_1 h_2) \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d\hat{\varepsilon}_0(t') + \right. \\ & \quad \left. + \frac{E_2}{1 - \nu_2} h_2^2 \hat{\varepsilon}_0(t') \right] - \\ & - \left[24K_0(h_1^3 + 3h_1^2 h_2 + 3h_1 h_2^2) \cdot \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d \cdot \right. \\ & \quad \left. \cdot \left(\frac{\partial^2 \hat{w}(t')}{\partial r^2} \right) + \frac{E_2}{1 - \nu_2} \frac{4}{3} h_2^3 \frac{\partial^2 \hat{w}(t')}{\partial r^2} \right] = \\ & = 18K_0(h_1^2 + 2h_1 h_2) \mu_1(t') * d\hat{P}_1(t') * d\hat{\Omega}_1(t') + \\ & \quad + \frac{E_2}{1 - \nu_2} h_2^2 a_2 \hat{\vartheta}(t') \end{aligned} \quad (31b)$$

Enačbi (31) predstavljata sistem konvolucijskih integralskih enačb z dvema neznankama $\hat{\varepsilon}_0(t')$ in $\frac{\partial^2 w(t')}{\partial r^2}$, ki sta rešitev zastavljene naloge v prostoru z reduciranim časom.

V skladu s (13) sledi

$$\varepsilon_0(t) = \hat{\varepsilon}_0(t') \quad (32a)$$

$$\frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \hat{w}(t')}{\partial r^2} \quad (32b)$$

kjer je zveza med t in t' podana z enačbami (9), (10) in (11).

Sistem enačb (31) po sklenjeni poti ni rešljiv, zato je treba sistem rešiti številčno.

V primeru, ko sta oba sloja elastična, se sistem (31) poenostavi in rešitev sledi v sklenjeni poti. Elastična rešitev je kot posebni primer obravnavana v dodatku I.

3. ŠTEVILČNA REŠITEV

Za številčni zgled smo izbrali dvoslojni material, sestavljen iz polivinilacetata (PVA_c) in stekla BK-7. Viskoelastične lastnosti PVAC smo poznali že od prej [9], [10], lastnosti za steklo BK-7 pa smo dobili od izdelovalca:

$$\alpha_2 = 7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

$$E_2 = 8 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\nu_2 = 0.208$$

Obravnavali smo dva primera:

a) gretje od začetne temperature $T_0 = -25^\circ\text{C}$, ki je precej pod temperaturo faznega prehoda PVAC, $T_g = 29^\circ\text{C}$ in

b) ohlajanje od začetne temperature $T_0 = 150^\circ\text{C}$, pri kateri je PVAC že v raztaljenem stanju.

V obeh primerih je bila hitrost spremenjanja temperature materiala $0.05^\circ\text{C}/\text{min}$. Debelini viskoelastičnega in elastičnega sloja sta bili po vrsti $h_1 = 0.5 \text{ mm}$ in $h_2 = 0.3 \text{ mm}$.

Številčno reševanje je potekalo takole:

a) najprej smo z uporabo enačb (9–11) izračunali zvezo med t in t' . Rešitev je v obliki diagrama po vrsti za gretje in ohlajanje prikazana na slikah 2 in 5;

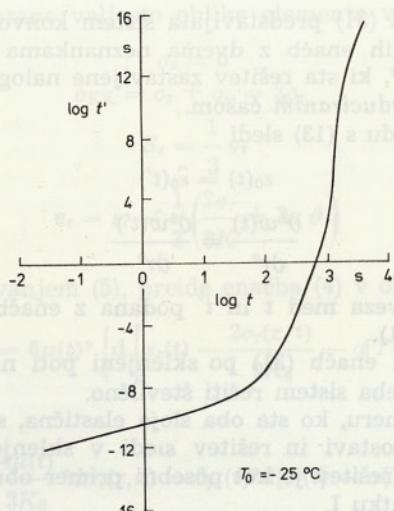
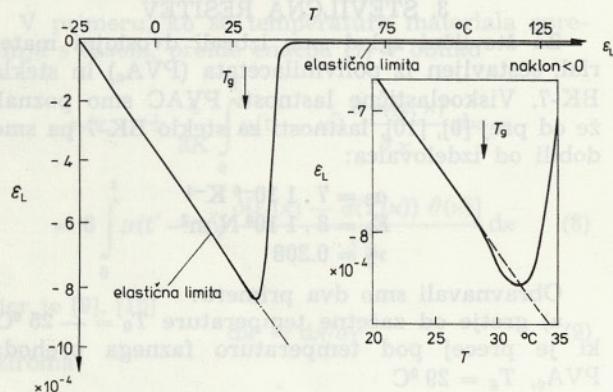
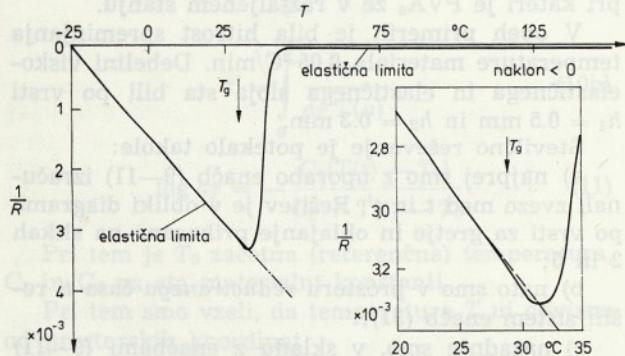
b) nato smo v prostoru reduciranega časa t' rešili sistem enačb (31);

c) nazadnje smo, v skladu z enačbami (9–11) in (18), preoblikovali rešitev v prostor realnega časa t .

Rešitve so v obliki diagramov prikazane na slikah 3 in 4 ter 6 in 7.

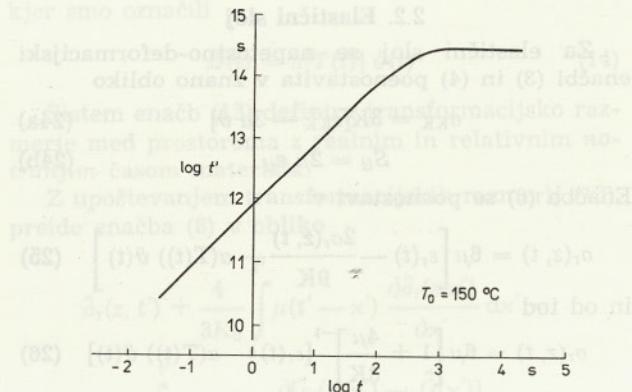
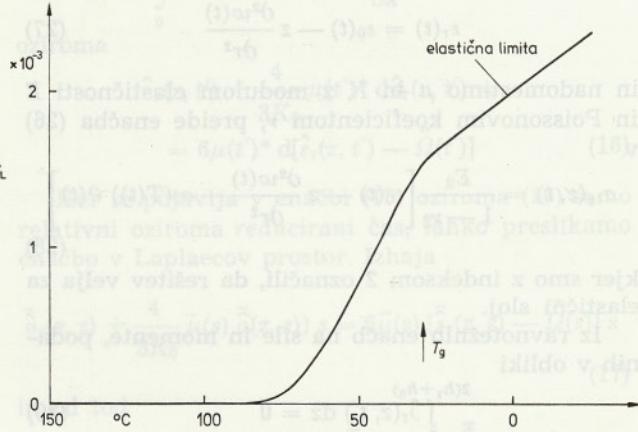
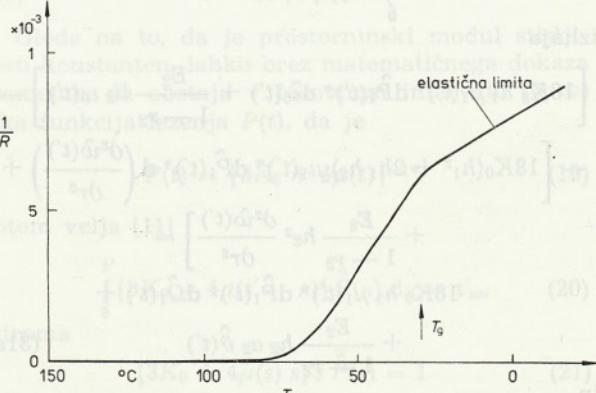
4. OBRAVNAVA IN SKLEPI

Rezultati za primer gretja so prikazani v diagramih na slikah 2, 3 in 4. V prvem diagramu je v logaritemski skali podana zveza med realnim (t) in reduciranim notranjim časom viskoelastičnega sloja (t'). Iz diagrama je razvidno, da se na začetku notranji čas, glede na realnega spreminja počasneje,

Sl. 2. Zveza med t' in t za primer gretjaSl. 3. $\varepsilon_L = \varepsilon_0(t) - a_2(T - T_0)$ v ovisnosti od temperature materiala za primer gretjaSl. 4. Ukrivljenost elementa l/R v ovisnosti od temperature materiala za primer gretja

kar je logično, saj je pri $T_0 = -25^\circ\text{C}$ material daleč pod temperaturo faznega prehoda, ki je za PVA približno pri $T_g = 29^\circ\text{C}$.* Gibanje molekularnih verig je pri tej temperaturi izredno počasno, zato je proces relaksacije materiala izredno počasen in se material obnaša *linearno elastično*. To je lepo raz-

* T_g je odvisen od molekularne teže materiala in preizkusnih razmer [10].

Sl. 5. Zveza med t' in t za primer ohlajanjaSl. 6. $\varepsilon_L = \varepsilon_0(t) - a_2(T - T_0)$ v ovisnosti od temperature materiala za primer ohlajanjaSl. 7. Ukrivljenost elementa l/R v ovisnosti od temperature materiala za primer ohlajanja

vidno tudi iz diagramov (3) in (4), kjer sta za primerjavo vrzani elastični rešitvi (A4) in (A3), ki sta podani v dodatku. Zaradi različnih temperturnih razteznostnih koeficientov v tem območju dvoslojni element krivi v linearni ovisnosti od trenutne temperature materiala.

V trenutku, ko pa se približamo temperaturi faznega prehoda, hitrost gibanja molekularnih verig naglo naraste, kar lepo popisuje diagram ovisnosti $t' = f(t)$ (sl. 2). Notranji čas materiala namreč popisuje kinetiko molekularnega gibanja [10].

Zaradi sile, ki jo povzroča deformirani elastični sloj, pride do relaksacije v viskoelastičnem sloju, katere hitrost z naraščajočo temperaturo naglo narašča. V okolini nad temperaturo faznega prehoda T_g pride torej do interakcije dveh pojavov:

a) povečevanja deformacije elementa zaradi različnih temperturnih raztezkov in

b) procesa relaksacije, v viskoelastičnem sloju, ki ima nasprotni učinek — zakrivljenost se zmanjšuje.

Z naraščajočo temperaturo slednji prevlada in element se vrne v začetno nedeformirano stanje. To je lepo razvidno s slike 4.

V primeru ohlajanja, smo za izhodiščno stanje izbrali temperaturo $T_0 = 150^{\circ}\text{C}$, ki je daleč nad temperaturo faznega prehoda T_g . Youngov modul viskoelastičnega sloja je v tem temperturnem področju izredno majhen, zato ostaja element na začetku procesa ohlajanja nedeformiran, kar je lepo razvidno s slik 6 in 7. Pričakovali bi, da bo do krivljenja elementa prišlo pri isti temperaturi kakor v primeru segrevanja, tj. v okolini temperature faznega prehoda. Iz diagramov 6 in 7 pa je razvidno, da to ni tako. Do krivljenja elementa pride namreč že pri temperaturi, približno $T = 80^{\circ}\text{C}$. Opraviti imamo s pojavom zamrznitve molekularnih verig, ki se pojavi v trenutku, ko je hitrost ohlajanja večja od hitrosti gibanja molekularnih verig [10], [12]. Tak material je v termodinamično neravnovesnem stanju. V trenutku, ko ohladimo material pod temperaturo faznega prehoda, se gibanje molekularnih verig praktično ustavi (glej odvisnost $t' = f(t)$ na sliki 5) in material se ponovno obnaša linearno elastično, kar je razvidno iz diagramov na slikah 6 in 7.

Prikazani primer lepo ponazarja problematiko, ki se pojavi pri toplotno obremenjenih večslojnih materialih. Iz primerjave rezultatov, prikazanih na slikah 3 in 4 ter 5 in 6, je razvidno, da je postopek ohlajanja neprimerno bolj kritičen od postopka segrevanja.

Pri ohlajanju polimerov iz gumijaste v steklasto karakteristiko pride namreč pri konstantni hitrosti ohlajanja, vedno do pojava zamrzovanja molekularnih verig [10], [12], kar ima za posledico močno spremjanje vseh fizikalnih lastnosti polimerov.

Da bi se izognili temu problemu, je treba proces teoretično analizirati in določiti optimalni potek ohlajanja, ki vsebuje vmesna izotermalna časovna obdobja, znotraj katerih se material relaksira. Več o tem v eni od naslednjih objav.

DODATEK I:

ELASTIČNA REŠITEV DEFORMACIJSKEGA STANJA DVOSLOJNEGA MATERIALA

V primeru, ko sta oba materiala elastična, lahko sistem enačb (31) rešimo po sklenjeni poti.

Napetostno stanje v obeh slojih je po vrsti podano naslednje

$$\sigma_{r1}(z, t) = \frac{E_1}{1 - \nu_1} \left[\varepsilon_0(t) - z \frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} - \alpha_1(T(t)) \vartheta(t) \right] \quad (\text{A1})$$

$$\sigma_{r2}(z, t) = \frac{E_2}{1 - \nu_2} \left[\varepsilon_0(t) - z \frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} - \alpha_2(T(t)) \vartheta(t) \right] \quad (\text{A2})$$

Če sedaj enačbi (A1) in (A2) uvrstimo v ravnotežni enačbi (29) in (30) in integriramo, dobimo po nekaj računih naslednji rešitvi:

$$\frac{\partial^2 w(t)}{\partial r^2} = - \frac{3\Phi_1 \Phi_2 h_1 h_2}{\Delta} \cdot [T(t) - T_0] [\alpha_1(T(t)) - \alpha_2(T(t))] (h_1 + h_2) \quad (\text{A3})$$

in

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(t) &= \frac{[T(t) - T_0]}{\Delta} \\ &\cdot \{ [\Phi_1^2 \alpha_1(T(t)) h_1^4 + \Phi_2^2 \alpha_2(T(t)) h_2^4] - \\ &- \Phi_1 \Phi_2 [3h_2^2(h_1^2 + 2h_1 h_2) (\alpha_1(T(t)) - \alpha_2(T(t))) - \\ &- 4h_1 h_2 (\alpha_1(T(t)) h_2^2 + \alpha_2(T(t)) h_1^2)] \} \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

kjer je

$$\begin{aligned} \Delta &= \Phi_1^2 h_1^4 + \Phi_2^2 h_2^4 + \\ &+ 4\Phi_1 \Phi_2 h_1 h_2 (h_1^2 + h_2^2) + 6h_1^2 h_2^2 \Phi_1 \Phi_2 \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\Phi_i = \frac{E_i}{1 - \nu_i}; \quad i = 1, 2 \quad (\text{A6})$$

LITERATURA

- [1] S. Timoshenko: »Analysis of bimetal thermostats«, J. Optical Soc. Am., Vol 11, pp. 233–255, (1925).
- [2] A. J. Kinloch: »The science of adhesion, Part 1: Surface and interfacial aspects«, J. Mater. Sci., Vol 15, pp. 2141–2166, (1980).
- [3] A. J. Kinloch: »The Science of adhesion, Part 2: Mechanics and mechanisms of failure, J. Mater. Sci., Vol 17, pp. 617–651, (1982).
- [4] Y. Weitsmann: »Residual thermal stresses due to cool-down of epoxyresin composites«, J. Appl. Mech., Vol 46, pp. 563–567, (1979).
- [5] R. Mukri, E. Sternberg: »On transient thermal stresses in Viscoelastic Materials with temperature variation«, J. Appl. Mech., Vol 28, pp. 193–207, (1961).
- [6] L. W. Morland, E. H. Lee: »Stress analysis for linear viscoelastic materials with temperature variation«, Trans. Soc. Rheol., IV, pp. 233–263, (1960).
- [7] J. D. Ferry: »Viscoelastic Properties of Polymers«, John Wiley, New York, (1970).
- [8] M. L. Williams, R. F. Landel, J. D. Ferry: »The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glassforming liquids«, J. Am. Chem. Soc., Vol 77, pp. 3701, (1955).
- [9] W. G. Knauss, I. J. Emri: »Non-linear viscoelasticity based on free-volume consideration«, Computer & Structures, Vol 13, pp. 123–128, (1981).
- [10] I. Emri: »Volume change and the non-linearity thermo-viscoelastic constitution of polymers«, California Institute of Technology, SM Report 85-26, Pasadena, (1985), to appear in the J. of Appl. Phys. (W. G. Knauss co-autor).
- [11] M. E. Gurtin, E. Sternberg: »On the linear theory of viscoelasticity«, Arch. Rat. Mech. Anal., Vol 11, pp. 291, (1962).
- [12] L. C. E. Struik: »Physical Aging in Amorphous Polymers and other materials«, Elsevier Sci. Publ. Co., Amsterdam, (1978).