

UDK 621.9.01

Kaotični rezalni proces

IGOR GRABEC

UVOD

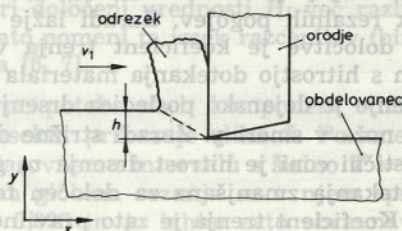
Odrezovanje sodi med osnovne tehnološke postopke, zato je bilo že pogosto predmet obširnih študij in raziskav [1]. Zaradi izredno kompleksne narave rezalnega procesa pa še vedno niso izčrpno pojasnjeni vsi pojavi, ki v njem sodelujejo. Mednje sodi pojav močnih naključnih nihanj, ki kvarno vpliva na kakovost površine izdelkov. Kot vzrok za ta pojav običajno navajajo nehomogenost in hrapavost površine obdelovanega materiala [2]. Vendar se lahko naključna nihanja pojavijo tudi pri odrezovanju izrazito homogenih materialov z gladkimi površinami, kakršne so na primer polirane plastične palice [3]. Pojav naključnih nihanj zato ne more biti povezan le z naključno naravo obdelovanega materiala. Namen članka je pokazati, da je lahko naključno nihanje v rezalnem sistemu tudi slika kaotične dinamike, ki je posledica nelinearnih lastnosti rezalne sile. Te lastnosti so bile že precej izčrpno opisane v delih drugih avtorjev [4, 5], zato si tukaj oglejmo le nekaj bistvenih značilnosti. Najbolj značilno za rezalno silo je, da narašča z debelino odrezka. Vendar je za dinamiko rezalnega procesa še bolj pomembno, da se njena vrednost zmanjšuje z naraščanjem rezalne hitrosti v določenem hitrostnem intervalu in so njene komponente medsebojno povezane. Stroj z obdelovancem je elastična konstrukcija, v kateri lahko pride zaradi takšne sile do nestabilnosti, ki je podobna spodrsavanju pri trenju. Ta nestabilnost se pri rezanju kaže s sklopljenimi nihanji stroja v najmanj dveh smereh. Raziskave dinamike nelinearnih sklopljenih nihanj so že večkrat pokazale, da lahko v takšnih primerih pričakujemo kaotično obnašanje sistema [6, 7].

Namen tega članka je pokazati, da pomeni kaotično obnašanje tudi splošno lastnost rezalnega procesa, zato je v nadaljevanju najprej izoblikovan preprost fizikalni model, s katerim so predstavljene samo najbolj splošne lastnosti ortogonalnega rezalnega sistema. Izražanje sloni na predpostavki, da se lahko obdelovalni sistem v dveh smereh elastično deformira pod vplivom rezalne sile. Njene lastnosti so opisane s precej splošnimi fenomenološkimi enačbami [4, 5]. Stanje rezalnega sistema je označeno s štirimi komponentami, ki pomenijo vektorja podajanja in hitrosti noža. Dinamski model rezalnega sistema je predstavljen s štirimi nelinearnimi diferencialnimi enačbami za komponente vektorja stanja. Rešitve teh enačb so določene

številsko pri značilnih vrednostih rezalnih parametrov. Razvoj kaosa pri naraščajoči globini rezanja je prikazan z bifurkacijskim diagramom in označen s spektralnimi porazdelitvami nihanja noža. S številsko obdelavo izračunanih podajanj in hitrosti je določen tudi časovni potek pospeškov, sil in moči, ki se porablja za deformacijo odrezka in gibanja noža. Kaotične lastnosti rezalnega procesa so nato prikazane s projekcijami ustreznega čudnega atraktorja na različne ravnine faznega prostora, razsežnost atraktorja pa je opisana s korelacijsko dimenzijo. Na koncu je kaotični značaj rezalnega procesa približno označen še z diskretno preslikavo med zaporednimi amplitudami odmika noža iz ravnovesne lege.

MODEL REZALNEGA SISTEMA

Naš namen je prikazati čimbolj preprost in kolikor je mogoče splošen model rezalnega sistema. Zato vzemimo, da imamo opravka z dolgim, ravnim rezalnim robom, ki poteka vzporedno z ravnino površino obdelovanca in pravokotno na smer rezanja, kakor kaže prerez na sliki 1. Nastavljena



Sl. 1. Shema rezalnega procesa

globina* odrezka h naj bo veliko manjša od širine, zato da lahko predstavimo celotni pojav odrezovanja samo v dveh smereh (x , y). V prvi smeri naj priteka homogeni material obdelovanca s konstantno hitrostjo v_1 na orodje, ki je usmerjeno pravokotno na površino. V rezalni coni ob konici orodja se dotekajoči material plastično preoblikuje v odrezek. Na orodje zato deluje sila, ki jo sestavljata rezalna in torzna komponenta (F_x , F_y). Pod vplivom te sile se obdelovalni sistem elastično deformira, zaradi česar se orodje premakne iz ravnovesne lege za (x , y). Če opišemo vztrajnost celotnega sistema s prirejeno maso m , togosti v smeri

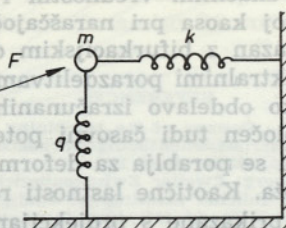
* V tehniki odrezovanja je za globino rezanja vpeljana (po ISO) označba a_p , oz. a , ki je navedena v članku na strani 44, označba h je pridržana za geometrično debelino odrezka.

osi x in y pa s k in q , lahko dinamski enačbi za obe komponenti podajanja zapišemo v obliki:

$$m\ddot{x} + kx = F_x, \quad m\ddot{y} + qy = F_y \quad (1).$$

Pri tem smo zaradi poenostavitve zanemarili dušenje v sistemu. Shema takšnega sistema, ki pomeni dvojno posplošeno nihalo je na sliki 2. Obe komponenti sile sta povezani s koeficientom trenja:

$$F_y = K F_x \quad (2).$$



Sl. 2. Dinamska shema rezalnega sistema

Zaradi te povezave sta nihanji rezalnega sistema v obeh smereh sklopljeni. Lastnosti rezalne sile so nadalje določene z odvisnostjo komponente F_x in koeficienta trenja, od globine rezanja ter hitrosti. V stacionarnem rezalnem procesu je mogoče te odvisnosti za mnogo materialov približno opisati z naslednjimi empiričnimi razmerji [4, 5]:

$$F_x = F_{x0} h/h_0 (C_1(v/v_0 - 1)^2 + 1) \quad (3),$$

$$K = K_0(C_2(v/v_0 - 1)^2 + 1) (C_3(h/h_0 - 1)^2 + 1) \quad (4).$$

Pri tem sestavljajo parametri F_{x0} , K_0 , h_0 , v_0 , C_1 , C_2 , C_3 skupek rezalnih pogojev. Zaradi lažje eksperimentalne določitve je koeficient trenja v enačbi (4) izražen s hitrostjo dotekanja materiala v smeri x , toda trenje je dejansko posledica drsenja odrezka vzdolž noža v smeri y . Zaradi strižne deformacije v plastični coni je hitrost drsenja v_p glede na hitrost dotekanja zmanjšana za določen faktor R : $v_p = v/R$. Koeficient trenja je zato pravilneje izražen v obliki:

$$K = K_0(C_2(v_p R/v_0 - 1)^2 + 1) (C_3(h/h_0 - 1)^2 + 1) \quad (5).$$

Z redukcijskim faktorjem R je določen kotangens strižnega kota, ki je tudi odvisen od hitrosti in globine rezanja. Odvisnost od globine rezanja je šibka [4], zato lahko približno zapišemo:

$$R = R_0(C_4(v/v_0 - 1)^2 + 1) \quad (6).$$

Tudi tukaj pomenita R_0 in C_4 specifična rezalna parametra.

Čeprav so bile navedene enačbe ugotovljene s preizkusi pri opazovanju povprečnih vrednosti značilnih spremenljivk, bomo nadalje vzeli, da veljajo tudi ob vsakem trenutku. To je seveda kritična predpostavka, ki jo lahko brez preizkusne potrditve vzamemo le kot najbolj grob približek pri opisu

dinamskih lastnosti rezalnega procesa. Nadaljnji korak v oblikovanju dinamskega modela pomeni zamenjava značilnih povprečnih spremenljivk h , v , v_p z ustreznimi časovno odvisnimi količinami:

$$h(t) = h_i - y(t); \quad v(t) = v_i - x'(t); \\ v_p = v(t)/R(t) - y'(t) \quad (7),$$

pri čemer sta h_i in v_i nastavljena globina in hitrost rezanja. V dinamično spreminjajočem se rezalnem procesu lahko naletimo na razmere, ki so v stacionarnem procesu nemogoče in ustrezajo $y > 0$, $x' > v_i$ ali $v_p < 0$. Skupino enačb, pridobljenih s preizkusi z opazovanjem stacionarnih povprečnih vrednosti, moramo zato dopolniti z naslednjimi pogoji:

$$F_x = 0 \text{ za } h < 0 \text{ ali } v < 0; \quad K(-v_p) = -K(v_p) \quad (8),$$

ki jih lahko analitično opišemo z uporabo stopničaste funkcije:

$$U(x) = (0 \text{ za } x < 0 \text{ in } 1 \text{ za } x \geq 0) \quad (9),$$

ter signum funkcije:

$$\text{Sgn}(x) = (-1 \text{ za } x < 0 \text{ in } +1 \text{ za } x \geq 0) \quad (10).$$

Za nadaljnjo obravnavo je ugodno, če vpeljemo brezdimenzijske spremenljivke in parametre z izrazi:

$$X_1 = x/h_0; \quad X_3 = y/h_0; \quad T = t \cdot v_0/h_0 = t \cdot \omega_0; \\ X_2 = x'/v_0; \quad X_4 = y'/v_0; \quad H_1 = h_i/h_0; \quad H = H_1 - X_3; \\ V_1 = v_i/v_0; \quad V = V_1 - X_3 \quad (11).$$

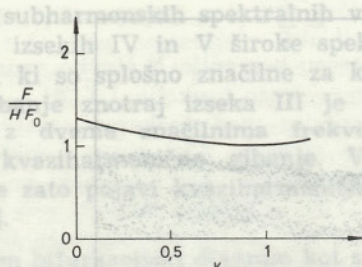
Dinamiko rezalnega procesa lahko nato opišemo s sistemom nelinearnih diferencialnih enačb prvega reda:

$$\begin{aligned} dX_1/dT &= X_2 \\ dX_2/dT &= F - A X_1 \\ dX_3/dT &= X_4 \\ dX_4/dT &= K F - B X_3 \end{aligned} \quad (12).$$

Pri tem smo uporabili štiridimenzionalni vektor $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ za opis dinamskega stanja orodja in vpeljali označbe:

$$\begin{aligned} F &= F_0 H(C_1(V - 1)^2 + 1) U(H) U(V) \\ K &= K_0(C_2(V_p - 1)^2 + 1) (C_3(H - 1)^2 + 1) U(F) \text{Sgn}(V_p) \\ R &= R_0(C_4(V - 1)^2 + 1); \quad V_p = V - R X_3 \\ A &= k/m \omega_0^2; \quad B = q/m \omega_0^2; \\ F_0 &= F_{x0}/h_0 m \omega_0^2 \end{aligned} \quad (13).$$

Sistem enačb (12) je v splošni obliki predstavljen zakon gibanja za dve sklopljeni nihali. Nestabilnost takšnega sistema je v glavnem posledica odvisnosti rezalne sile od hitrosti. Ustrezna značilnost je upodobljena na sliki 3. Podobno odvisnost od hitrosti drsenja ima tudi koeficient trenja. Zaradi negativnega naklona značilnice v določenem hitrostnem intervalu se lahko v sistemu razvijejo



Sl. 3. Odvisnost rezalne sile od hitrosti

samovzbujena nihanja, ki so podobna spodrsavanju pri trenju [1]. Nihanji v obeh smereh sta sklopjeni zaradi medsebojne odvisnosti obeh komponent rezalne sile. Zaradi zapletene nelinearne odvisnosti rezalne sile od hitrosti ne znamo sistema enačb (12) splošno rešiti, lahko pa dobimo vpogled v dinamično obnašanje sistema z numerično obdelavo enačb. S tem namenom izberemo začetne pogoje, ki ustrezajo mirujočemu orodju pred začetkom rezanja:

$$X(0) = (0, 0, 0, 0) \quad (14).$$

IZBIRA PARAMETROV IN NUMERIČNO REŠEVANJE DINAMSKIH ENAČB

Pri numeričnem reševanju moramo najprej določiti vrednosti parametrov v sistemu (12). Obsežni skupini ogljikovih jekel, ki jih najpogosteje uporabljajo pri odrezovanju, približno ustrezajo naslednje vrednosti parametrov [4]:

$$C_1 = 0,3; C_2 = 0,7; C_3 = 1,5; C_4 = 1,2; R_0 = 2,2; K_0 = 0,36$$

$$h_0 = 0,25 \text{ mm}; v_0 = 6,6 \text{ m/s}; w_0 = 2,7 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1} \quad (15).$$

Parametra A in B sta določena z resonančnima frekvencama nihanja prostega orodja. Običajno padejo resonančne frekvence orodij v frekvenčni pas 1 do 10 kHz [6]. Zato je smiselno izbrati za tipično vrednost $A = 1$, pri kateri je resonančna frekvenca v smeri x enaka w_0 . Običajno je orodje v smeri torne komponente manj togo vpeto kakor v smeri glavne rezalne komponente, zato izberemo $B = 0,25$, kar ustreza dvakrat manjši resonančni frekvenci kakor v rezalni smeri.

Drugi parametri so odvisni od nastavljenih rezalnih pogojev. Kaotično obnašanje lahko dobimo le v nestabilnem sistemu, zato izberemo parameter $V_1 = 0,5$, ki leži v sredini nestabilnega intervala. Parameter F_0 določa velikost rezalne sile, ki je odvisna od širine odrezka. Tako širina kakor tudi globina rezanja sta poljubno nastavljivi, zato predstavljata F_0 in H_1 značilna vodilna parametra sistema in smiselno je raziskati, kako je od teh parametrov odvisna dinamika rezanja. Že na podlagi brezdimenzijske oblike enačb gibanja pa lahko sklepamo, da bosta za intenzivno rezanje, kjer pričakujemo kaotično obnašanje, značilni vrednosti $F_0 = 0,5$ in $H_1 = 0,5$ [8–10].

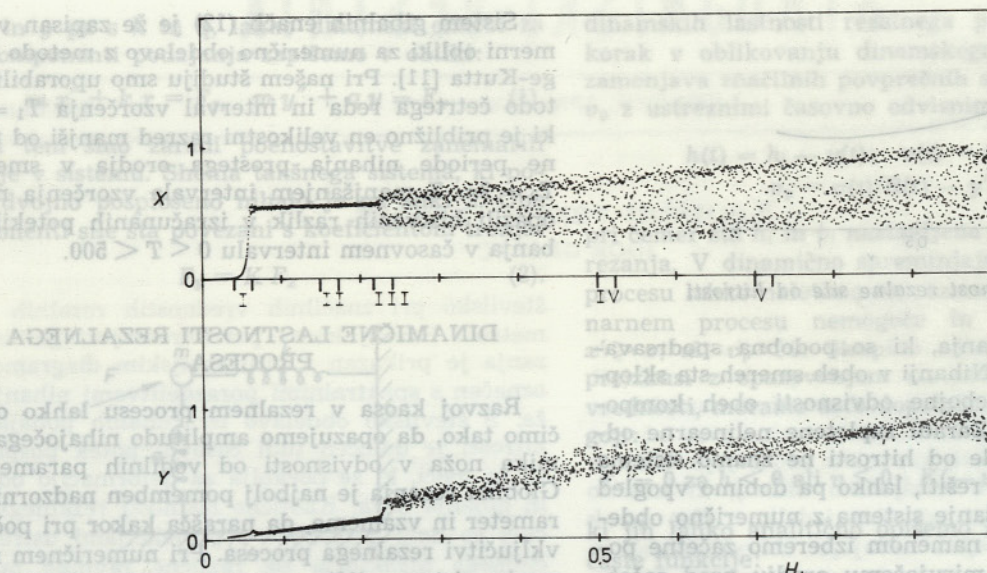
Sistem gibalnih enačb (12) je že zapisan v primeri obliki za numerično obdelavo z metodo Runge-Kutta [11]. Pri našem študiju smo uporabili metodo četrtega reda in interval vzorčenja $T_1 = 0,1$, ki je približno en velikostni razred manjši od tipične periode nihanja prostega orodja v smeri x $T_0 = 2\pi$. Z manjšanjem intervala vzorčenja nismo opazili bistvenih razlik v izračunanih potekih gibanja v časovnem intervalu $0 < T < 500$.

DINAMIČNE LASTNOSTI REZALNEGA PROCESA

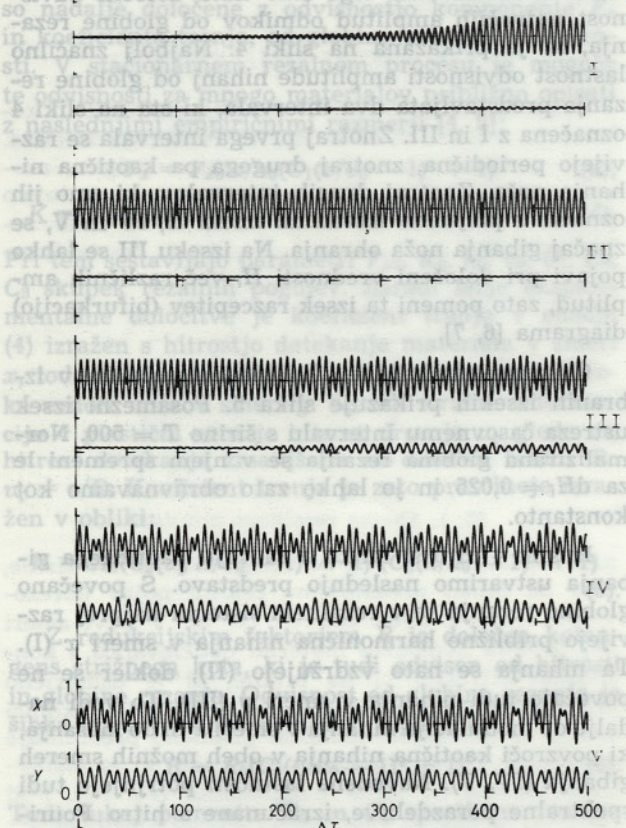
Razvoj kaosa v rezalnem procesu lahko označimo tako, da opazujemo amplitudo nihajočega odmika noža v odvisnosti od vodilnih parametrov. Globina rezanja je najbolj pomemben nadzorni parameter in vzamemo, da narašča kakor pri počasni vključitvi rezalnega procesa. Pri numeričnem reševanju sistema (12) smo zato upoštevali linearno časovno odvisnost $H_1 = T/20000$ na intervalu $0 < T < 20000$, kar ustreza naraščanju H_1 od 0 do 1. Iz numerično določenega časovnega poteka odmika noža iz ravnovesne lege smo nato določili odvisnost največjih amplitud odmikov od globine rezanja, ki je prikazana na sliki 4. Najbolj značilno lastnost odvisnosti amplitude nihanja od globine rezanja predstavljata dva intervala, ki sta na sliki 4 označena z I in III. Znotraj prvega intervala se razvijejo periodična, znotraj drugega pa kaotična nihanja noža. Znotraj drugih intervalov, ki smo jih označili s poljubno izbranimi izseki II, IV in V, se značaj gibanja noža ohranja. Na izseku III se lahko pojavi pri določeni vrednosti H_1 več različnih amplitud, zato pomeni ta izsek razcepitev (bifurkacijo) diagrama [6, 7].

Časovne poteke obeh komponent odmika v izbranih izsekih prikazuje slika 5. Posamezni izsek ustreza časovnemu intervalu s širino $T = 500$. Normalizirana globina rezanja se v njem spremeni le za $dH_1 = 0,025$ in jo lahko zato obravnavamo kot konstanto.

Iz slik 4 in 5 si lahko o razvoju kaotičnega gibanja ustvarimo naslednjo predstavlo. S povečano globino rezanja se v rezalnem sistemu najprej razvijejo približno harmonična nihanja v smeri x (I). Ta nihanja se nato vzdržujejo (II), dokler se ne povečajo tudi nihanja v smeri y (III). To vodi nadalje do modulacije nihanja v smeri x in do mešanja, ki povzroči kaotična nihanja v obeh možnih smereh gibanja (IV, V). Navedene lastnosti potrjujejo tudi spektralne porazdelitve, izračunane s hitro Fourierovo transformacijo odmikov na značilnih izsekih, ki so prikazane na sliki 6. Harmoničnemu nihanju v smeri x znotraj izseka II ustreza en sam spektralni vrh pri približno resonančni frekvenci za to smer. Z razvojem nihanja v smeri y se nato pojavi spektralni vrh še pri drugi resonančni frekvenci v porazdelitvi S_y . Spektralni vrh pa se pojavi pri

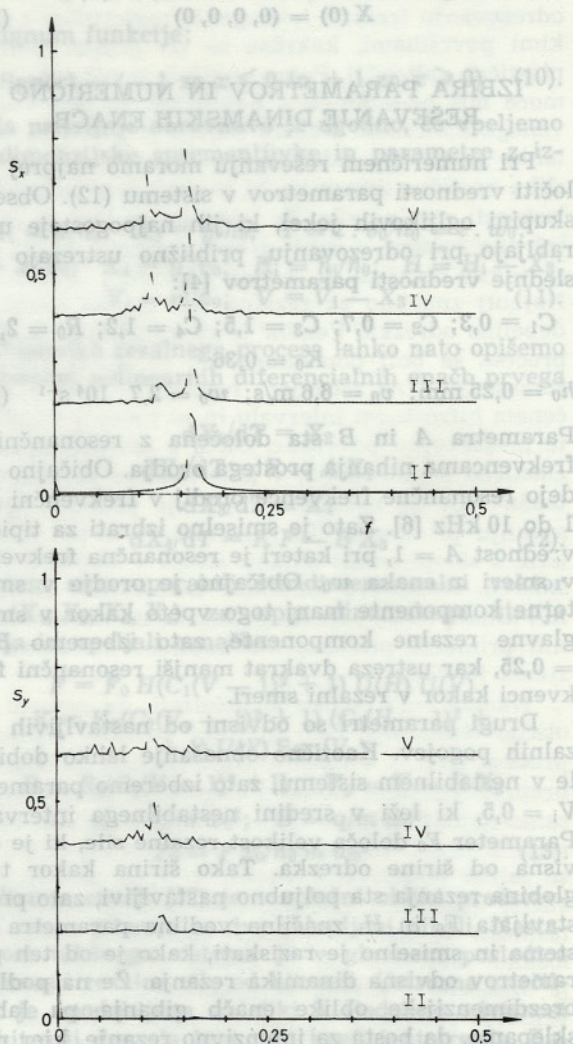


Sl. 4. Odvisnost največjih odmkov oscilirajočega noža od globine rezanja



Sl. 5. Časovna odvisnost obeh komponent odmika noža v značilnih izsekih bifurkacijskega diagrama

isti frekvenci tudi v porazdelitvi S_x zaradi sklopitve gibanja v obeh možnih smereh. Temu nato sledi zaradi nelinearnosti celotnega pojava razvoj

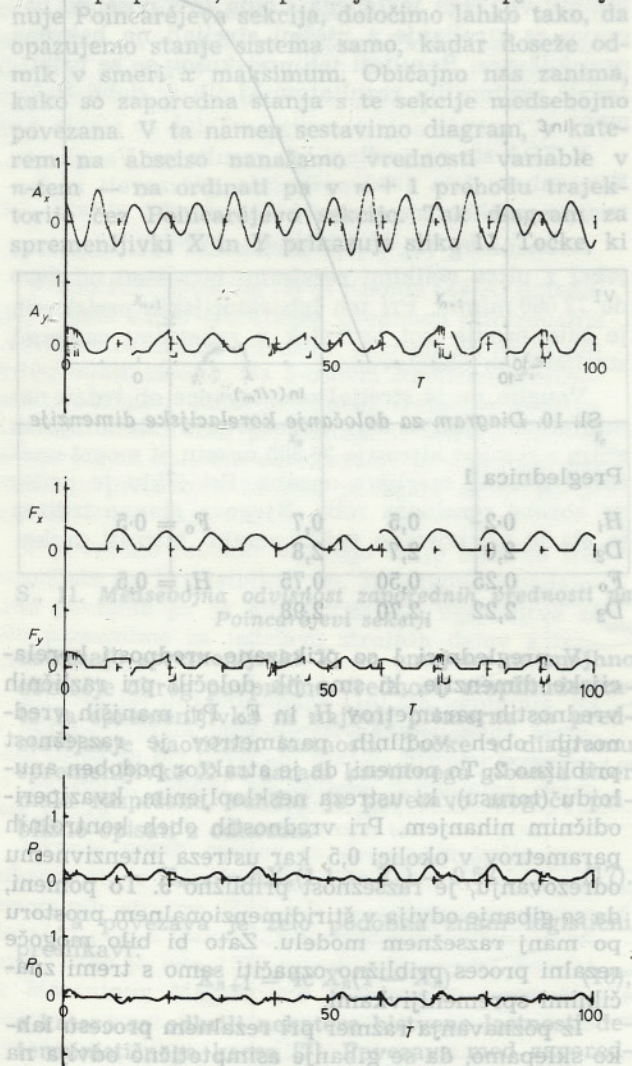


Sl. 6. Spektralne porazdelitve oscilacij noža za značilne izseke bifurkacijskega diagrama

višjih- in subharmonskih spektralnih vrhov. Tako dobimo v izsekih IV in V široke spektralne porazdelitve, ki so splošno značilne za kaotično gibanje. Gibanje znotraj izseka III je v glavnem določeno z dvema značilnima frekvencama, ki označita kvaziharmonično gibanje. V rezalnem procesu se zato pojavi kvaziharmonični prehod v kaos [6, 7].

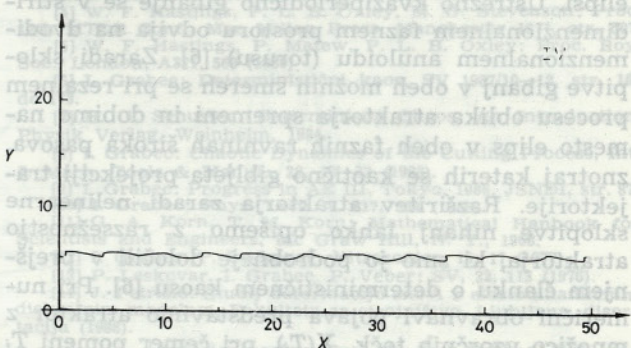
Podoben bifurkacijski diagram kot s spreminjanjem globine rezanja dobimo tudi s spreminjanjem širine odrezka oziroma parametra F_0 , zato ga tu ne bomo posebej obravnavali.

Vmesno stopnjo pri numeričnem reševanju sistema gibalnih enačb (12) pomeni določitev obeh komponent pospeška in rezalne sile. Del časovnega poteka teh količin za $H_i = 0,5$ kažejo prvi štirje posnetki na sliki 7. Osnovna značilnost teh posnetkov je pojav sorazmerno hitrih (skokovitih) sprememb pospeškov, ki spominja na zdrse pri trenju.



Sl. 7. Spreminjanje pospeškov, sil in moči za $H_i = 0,5$ in $P_0 = 0,5$

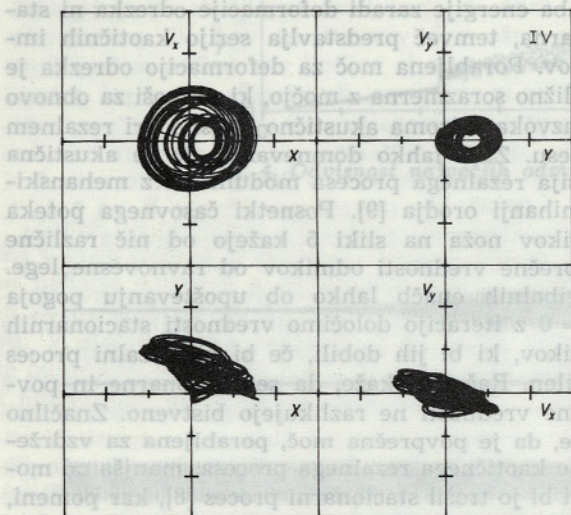
Numerični postopek vključuje tudi računanje hitrosti, zato imamo hkrati na voljo podatke za računanje moči. Moč, ki jo dovaja obdelovalni sistem, je zaradi konstantne vstopne hitrosti sorazmerna z glavno rezalno silo $P_i = V_i F = 0,5 F$ in je zato ne bomo posebej prikazali. Ta moč se v procesu troši pri osciliranju noža P_i in pri deformiranju odrezka P_d . Obe moči lahko določimo iz enačb: $P_0 = F X' + K F Y'$ in $P_d = P_i - P_0$. Njun časovni potek kažeta zadnja dva posnetka na sliki 7. V našem modelu niso upoštevane izgube energije zaradi nihanja noža, zato je povprečna vrednost moči P_0 prek daljšega časovnega intervala približno enaka 0, vložena moč pa se troši v povprečju le za deformacijo odrezka. Posnetek P_d na sliki 7 kaže, da poraba energije zaradi deformacije odrezka ni stacionarna, temveč predstavlja serijo kaotičnih impulzov. Porabljena moč za deformacijo odrezka je približno sorazmerna z močjo, ki se troši za obnovo ultrazvoka oziroma akustično emisijo pri rezalnem procesu. Zato lahko domnevamo, da je akustična emisija rezalnega procesa modulirana z mehanskimi nihanji orodja [9]. Posnetki časovnega poteka odmikov noža na sliki 5 kažejo od nič različne povprečne vrednosti odmikov od ravnovesne lege. Iz gibalnih enačb lahko ob upoštevanju pogoja $X' = 0$ z iteracijo določimo vrednosti stacionarnih odmikov, ki bi jih dobili, če bi bil rezalni proces stabilen. Račun pokaže, da se stacionarne in povprečne vrednosti ne razlikujejo bistveno. Značilno pa je, da je povprečna moč, porabljena za vzdrževanje kaotičnega rezalnega procesa, manjša od moči, ki bi jo trošil stacionarni proces [8], kar pomeni, da je razvoj kaotičnih nihanj energijsko ugoden. Površina obdelovanca, ki izhaja iz kaotičnega rezalnega procesa, je hrapava. Z izračunanimi podajanjem noža pri $H_i = 0,5$ in enakomernim gibanjem obdelovanca smo določili profil odseka izdelane površine, ki ga prikazuje slika 8. Osnovna značilnost profila je nesinusna oblika, ki spominja na valovito površino razburkane vode. Ta podobnost je verjetno posledica nelinearnosti ustreznih fizikalnih zakonov, ki določajo videz površin v obeh primerih.



Sl. 8. Profil površine, izhajajoče iz kaotičnega rezalnega procesa

LASTNOSTI ATRAKTORJA GIBANJA V FAZNEM PROSTORU

Za popis dinamskega stanja noža v rezalnem procesu smo uporabili štiridimenzionalni vektor stanja $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)$. Posamezno stanje pomeni točko v štiridimenzionalnem faznem prostoru. Zaradi gibanja noža je vektor stanja odvisen od časa in ustrezna točka se zato v faznem prostoru giblje po določeni trajektoriji. Zaradi oscilacijskega načina gibanja noža je trajektorija omejena na določeno področje faznega prostora, ki ga imenujemo atraktor gibanja. Okrnjeno predstavo o obliki atraktorja dobimo s projekcijami trajektorij gibanja na različne ravnine faznega prostora. Slika 9

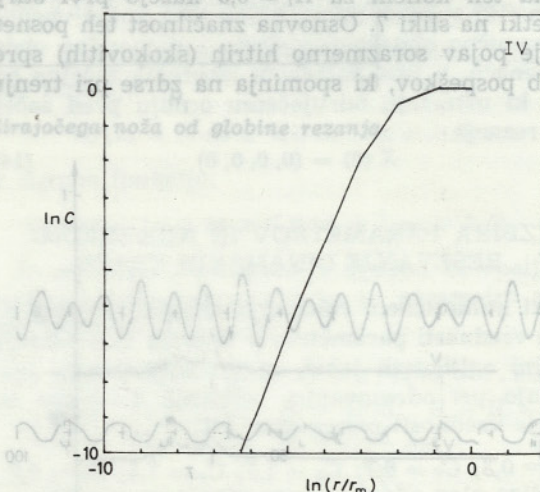


Sl. 9. Projekcije atraktorja gibanja na različne ravnine faznega prostora

prikazuje takšne projekcije na najbolj značilne faze ravnine. Slika v ravnini, ki je grafični prikaz koordinate in njene hitrosti (X, X') ali (Y, Y'), ustreza običajnemu prikazu gibanja nihala v fazi ravnini, slika v ravnini (X, Y) pa predstavlja Lissajouxjevo krivuljo sestavljenega dvodimenzionalnega nihala. V primeru, ko sta nihanji sestavljenega nihala v obeh smereh nesklopljeni, dobimo s takšno predstavitvijo v obeh faznih ravninah elipsi. Ustrezno kvaziperiodično gibanje se v štiridimenzionalnem faznem prostoru odvija na dvodimenzionalnem anuloidu (torusu) [6]. Zaradi sklopitve gibanj v obeh možnih smereh se pri rezalnem procesu oblika atraktorja spremeni in dobimo namesto elips v obeh faznih ravninah široka pasova, znotraj katerih se kaotično gibljeta projekciji trajektorij. Razširitev atraktorja zaradi nelinearne sklopitve nihanj lahko opišemo z razsežnostjo atraktorja, ki smo jo podrobneje določili v prejšnjem članku o determinističnem kaosu [6]. Pri numerični obravnavi pojava predstavimo atraktor z množico vzorčnih točk $X(T_i)$, pri čemer pomeni T_i trenutek vzorčenja. Za oceno razsežnosti je nato najbolje uporabiti korelacijski integral

$$C(r) = \sum_{i=1}^N U[r - |X(T_i) - X(T_j)|] / N^2 \quad (16)$$

V tem izrazu pomenijo N število vzorčnih točk, U enotno stopničasto funkcijo, $|X(T_i) - X(T_j)|$ posplošeno razdaljo med točkama atraktorja in r spremenljivo razdaljo. $C(r)$ pove, kolikšen del od vseh možnih dvojic vzorčnih točk ima razdaljo manjšo od r . Za majhne vrednosti r se spreminja korelacijski integral kot r^{D_2} [6], kjer pomeni korelacijski eksponent D_2 korelacijsko dimenzijo atraktorja. Atraktorju linijske, ploskovne ali prostorninske oblike ustreza razsežnost 1, 2 ali 3. Korelacijsko dimenzijo določimo tako, da upodobimo korelacijski integral v odvisnosti od r v diagramu z dvojno logaritemsko mrežo in določimo naklon krivulje pri majhnih r . Primer takšnega diagrama prikazuje slika 10.



Sl. 10. Diagram za določanje korelacijske dimenzije

Preglednica 1

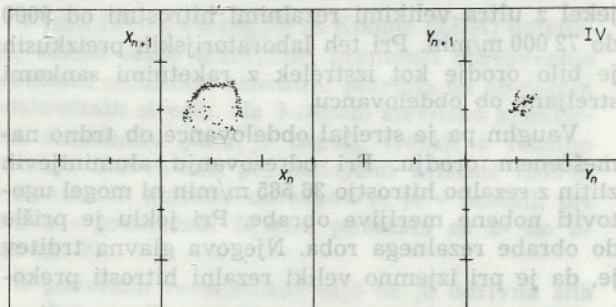
H_i	0,2	0,5	0,7	$F_0 = 0,5$
D_2	2,0	2,7	2,8	
F_0	0,25	0,50	0,75	$H_i = 0,5$
D_2	2,22	2,70	2,98	

V preglednici 1 so prikazane vrednosti korelacijske dimenzije, ki smo jih določili pri različnih vrednostih parametrov H_i in F_0 . Pri manjših vrednostih obeh vodilnih parametrov je razsežnost približno 2. To pomeni, da je atraktor podoben anuloidu (torusu), ki ustreza nesklopljenim, kvaziperiodičnim nihanjem. Pri vrednostih obeh kontrolnih parametrov v okolici 0,5, kar ustreza intenzivnemu odrezovanju, je razsežnost približno 3. To pomeni, da se gibanje odvija v štiridimenzionalnem prostoru po manj razsežnem modelu. Zato bi bilo mogoče rezalni proces približno označiti samo s tremi značilnimi spremenljivkami.

Iz poznavanja razmer pri rezalnem procesu lahko sklepamo, da se gibanje asimptotično odvija na atraktorju, ne glede na to, kako izberemo začetno stanje. To pomeni, da se s časom izgublja informacija o začetnem stanju oziroma, da je gibanje ka-

otično. Če izberemo roj začetnih točk v faznem prostoru tako, da sestavljajo štiridimenzionalno obliko, se s časom model prelije na tridimenzionalni atraktor. Posplošena štirirazsežnostna prostornina modela se torej zaradi gibanja točk po faznem prostoru skrči. To pomeni, da je rezalni proces disipativni sistem [6, 7]. Kljub krčenju prostornine roja točk v faznem prostoru morajo sosednje trajektorije zaradi kaotične narave gibanja na atraktorju divergirati. Ustrezni model imenujemo zaradi te navidezno protislovne lastnosti čudni atraktor [6, 7]. Značilno je, da ji pripada necela (fraktalna) razsežnost, kar pomeni, da mora imeti nehomogeno strukturo.

Kaotično nihanje noža v rezalnem procesu lahko obravnavamo kot serijo zaporednih impulzov z različnimi amplitudami, kar nas vodi do diskretnega opisa dinamike. Pri tem je smiselno izbrati samo nihanje v smeri x kot reprezentativno za ves proces. Poseben presek atraktorja, ki se splošno imenuje Poincaréjeva sekcija, določimo lahko tako, da opazujemo stanje sistema samo, kadar doseže odmik v smeri x maksimum. Običajno nas zanima, kako so zaporedna stanja s te sekcije medsebojno povezana. V ta namen sestavimo diagram, v katerem na absciso nanašamo vrednosti variable v n -tem — na ordinati pa v $n+1$ prehodu trajektorije čez Poincaréjevo sekcijo. Tak diagram za spremenljivki X in Y prikazuje slika 11. Točke, ki



Slika 11. Medsebojna odvisnost zaporednih vrednosti na Poincaréjevi sekciji

ustrezajo spremenljivki Y , so omejene na majhno območje okrog povprečne vrednosti amplitude, zato ta spremenljivka ni najbolj primerna za predstavljanje kaotičnih lastnosti. Točke v diagramu spremenljivke X so zaradi kaotičnega gibanja sicer malo razpršene, vendar je povezavo mogoče približno opisati z odnosom

$$X_{n+1} = 5X_n(1 - X_n) - 0,57 \quad (17)$$

Ta povezava je zelo podobna znani logistični preslikavi:

$$X_{n+1} = 4c X_n(1 - X_n) \quad (18)$$

s katero so odkrili nekatere bistvene lastnosti determinističnega kaosa [7]. Povezava med zaporednimi amplitudami odmika pomeni iteracijsko enačbo, ki je izredno primerna za približen in hiter prikaz kaotičnih lastnosti rezalnega procesa.

SKLEP

Z našim modelom rezalnega procesa smo pokazali, da lahko nelinearna odvisnost rezalne sile od hitrosti in globine rezanja vodi do kaotične dinamike že v najbolj preprostem modelu rezalnega sistema. V bolj realnem modelu bi morali zaradi konstrukcije odrezovalnega stroja upoštevati več prostostnih stopenj, kar pa bi samo še olajšalo prehod v kaos. Zato sklepamo, da sodi kaotična dinamika poleg nehomogenosti materialov med glavne vzroke za nestacionarno obnašanje rezalnega procesa.

Poglavitno lastnost kaotičnega rezalnega procesa pomeni široka spektralna porazdelitev nihanj, z izrazitimi vrhovi pri približno resonančnih frekvencah prostega orodja. Podobne porazdelitve so bile ugotovljene tudi s preizkusi [12, 13], vendar kolikostna primerjava med podatki, dobljenimi s preizkusi, in teoretičnimi podatki ni mogoča zaradi preveč poenostavljenega teoretičnega modela in nezिčrpnih podatkov o resonančnih lastnostih strojev.

V realnem rezalnem procesu je vstopna površina navadno hrapava, kar lahko v našem modelu tudi upoštevamo. Primeri, ki smo jih preučili ob upoštevanju hrapave površine, so pokazali, da lahko ustrezna parametrična nestabilnost tudi vodi do kaotične dinamike. Bistveno težje pa je upoštevati nehomogenosti materiala, ker ni na voljo podatkov o vplivih nehomogenosti na rezalne sile. Korak v tej smeri smo naredili s študijem plastične deformacije nehomogenih materialov, ki je tudi pokazal možnost determinističnega kaosa [14].

Nelinearna odvisnost sile od hitrosti ni značilna le za rezalni proces (struženje, brušenje ipd.), temveč tudi za nekatere druge obdelovalne procese, kakršni so valjanje in iztiskavanje. Stroji, na katerih se ti procesi odvijajo, so prav tako elastične konstrukcije in domnevamo, da tudi v navedenih primerih obstaja možnost kaotičnega obnašanja, ki ga lahko opišemo z determinističnimi enačbami.

LITERATURA

- [1] S. A. Tobias: Schwingungen an Werkzeugmaschinen, Carl Hanser Verlag, München, 1961.
- [2] J. Peklenik, T. Mosedale in J. Peklenik, A. W. Wiatkowski: Proc. 8th Int. MTDR Conf., Pergamon Press, Oxford 1967, str. 209 ter 683.
- [3] P. J. Tompson, M. Sarwar: Proc. 15th MTDR Conf., Mac Millan Press, Ltd, Birmingham, 1974, str. 218.
- [4] W. F. Hastings, P. L. B. Oxley, M. G. Stevenson: Proc. 12th MTDR Conf., Mac Millan Press, Manchester 1971, str. 507.
- [5] W. F. Hastings, P. Maw, P. L. B. Oxley: Proc. Roy. Soc., London, A371, 569 (1980).
- [6] I. Grabec: Deterministični kaos, SV 1987/10—12, str. 165 do 173.
- [7] H. G. Schuster: Deterministic Chaos, An Introduction, Physik Verlag, Weinheim, 1984.
- [8] I. Grabec: Chaotic Dynamics of the Cutting Process, Int. J. Mach. Tools & Manuf., 28, 19—32 (1988).
- [9] I. Grabec: Progress in AE III, Tokyo, 1986, JSNDI, str. 87.
- [10] I. Grabec: Phys. Lett. A, 117, 384 (1986).
- [11] G. A. Korn, T. M. Korn: Mathematical Handbook for Scientists and Engineers, Mc Graw Hill, N. Y., 1968.
- [12] I. Grabec, P. Leskovic: Ultrasonics, 15, 17 (1977).
- [13] P. Leskovic, I. Grabec, P. Veber: SV, 22, 113 (1976).
- [14] J. Petrišič: Studij deformacije snovi z elastodinamičnim diskretnim modelom, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, disertacija (1988).

Avtorjev naslov: Prof. dr. Igor Grabec, dipl. inž.,
Fakulteta za strojništvo,
Ljubljana