

UDK 519.272.13

Prispevek k vrednotenju eksperimentalnih podatkov

HINKO MUREN

V primeru, da raziskujemo medsebojno odvisnost dveh spremenljivk, jo skušamo največkrat izraziti z linearno ali eksponentno enačbo. V obeh primerih na znani način poiščemo regresijsko premico in njene koeficiente, v drugem primeru v dvojno logaritemskem koordinatnem sistemu. Postopka za izračun ne bi navajali, saj je splošno znan, omenili bi le, da je mogoče dobiti že cenene žepne računalnike, ki so programirani za računanje koeficientov regresijske premice, koeficienta regresije in usmeritve. Pri manjšem številu merilnih podatkov je mogoče priti dokaj hitro do rezultatov, nekoliko manj je udobno delo pri eksponentni odvisnosti, ker je pred vnosom treba vsak podatek posebej logaritmirati.

Pri medsebojni odvisnosti večjega števila spremenljivk rešujemo problem na večjih računalnikih s programom za tako imenovano multiregresijo. Delo je precej zamudno, v primeru eksponentne odvisnosti spremenljivk je mogoče celo dvomiti o zanesljivosti dobljenih rezultatov.

V primeru odvisnosti treh spremenljivk je po podobnosti z linearno regresijo mogoče to odvisnost prikazati v prostoru. Posamezni merilni rezultati x_i , y_i , z_i so potem koordinate točk v koordinatnem sistemu $X-Y-Z$, regresijski premici pa ustreza regresijska ravnina, ki gre skozi težišče vseh točk in je zasukana tako, da je vsota kvadratov razdalj vseh točk od ravnine najmanjša.

Če pišemo enačbo regresijske ravnine v obliki:

$$\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = 1$$

bi bili smerni koeficienti:

$$A = -D_x/D_x \quad B = -D_y/D_y \quad C = D_z/D$$

Pri tem so:

$$D = N \cdot R \cdot S + 2 \cdot O \cdot P \cdot U - P \cdot P \cdot R - N \cdot U \cdot U - O \cdot O \cdot S$$

$$D_x = N \cdot S \cdot V + P \cdot Q \cdot U + O \cdot P \cdot W - P \cdot P \cdot V - N \cdot U \cdot W - O \cdot Q \cdot S$$

$$D_y = N \cdot R \cdot W + O \cdot P \cdot V + O \cdot Q \cdot U - P \cdot Q \cdot R - N \cdot U \cdot V - O \cdot O \cdot W$$

$$D_z = Q \cdot R \cdot S + O \cdot U \cdot W + P \cdot U \cdot V - P \cdot R \cdot W - Q \cdot U \cdot U - O \cdot S \cdot V$$

$$O = \sum x_i$$

$$P = \sum y_i$$

$$Q = \sum z_i$$

$$R = \sum x_i^2$$

$$S = \sum y_i^2$$

$$T = \sum z_i^2$$

$$U = \sum x_i y_i$$

$$V = \sum x_i z_i$$

$$W = \sum y_i z_i$$

Če želimo odvisnost izraziti z eksponentno enačbo v obliki:

$$z = A x^B y^C,$$

je treba v zgornje enačbe vnašati namesto x_i , y_i , z_i logaritme izmerjenih vrednosti.

Če logaritmiramo z osnovo 10, so koeficient in eksponenti zgornje enačbe:

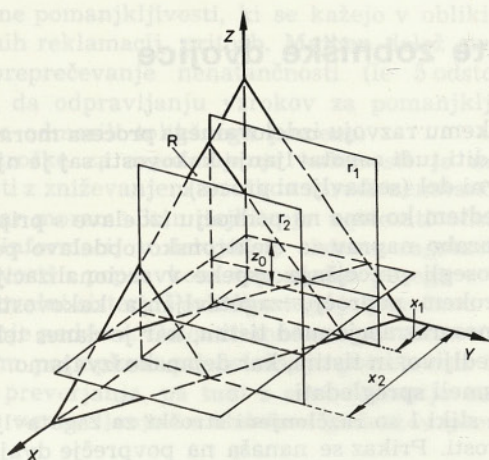
$$A = D_x/D \quad B = D_y/D \quad C = 10^E \quad E = D_z/D$$

Odvisnost treh spremenljivk lahko prikažemo v ravninskem diagramu kot družino premic (v primeru eksponentne odvisnosti v dvojno logaritemskem sistemu), če eni od spremenljivk pripišemo konstantno vrednost.

Opisano prostorsko regresijo lahko uporabimo zelo uspešno pri vrednotenju eksperimentalnih rezultatov, če gre za medsebojno odvisnost treh ali štirih spremenljivk. Kot zanimiv primer vzemimo Taylorjevo enačbo obstojnosti, ki povezuje čas (ali pot) obstojnosti in rezalno hitrost. Ker te odvisnosti (vsaj pri sodobnih rezalnih materialih) ni mogoče meriti neposredno, naredimo več serij preizkusov, pri katerih pri izbranih rezalnih hitrostih merimo napredovanje obrabe v odvisnosti od časa. Ovrednotiti je torej treba medsebojno odvisnost treh spremenljivk (obrade, časa in rezalne hitrosti), za katero iščemo ustrezno eksponentno enačbo.

Če uporabimo predlagano prostorsko regresijo, ima postopek zelo preprosto grafično ponazoritev. Iz merilnih točk x_i , y_i , z_i (vzemimo, da pomenijo x — rezalno hitrost, y — čas in z — obrabo) nastane v prostoru oblak, ki mu na opisani način poiščemo ustrezno regresijsko ravnino. Če postopamo tako, kakor je bilo do sedaj v navadi, naredimo več serij preizkusov, pri čemer v eni seriji delamo s konstantno hitrostjo. Merilni rezultati take serije ležijo vsi na ravnini, ki je vzporedna s koordinatno ravnino $Y-Z$ (sl. 1). Za vsako serijo preizkusov bi lahko neodvisno poiskali regresijsko premico (r_1 in r_2). Regresijska ravnina R bi bila določena s tako dobljenimi premicami, ki bi morale biti v idealnem primeru vzporedne.

Opisani način je v praksi izvedljiv samo, če imamo stroj z brezstopenjsko izbiro števila vrtljajev, da je mogoče vedno dobiti zahtevano rezalno hitrost.



Slika 1

Način vrednotenja s prostorsko regresijo omogoča nasprotno v izbranem primeru tudi takšno organizacijo meritev, da ima vsaka serija z enako hitrostjo samo toliko merilnih rezultatov, kolikor jih omogoča velikost preizkušanca. Pri premajhni dimenziji preizkušanca in majhni rezalni hitrosti seveda ne bo mogoče dobiti večjih obrab, kar utegne zmanjšati zanesljivost vrednotenja. Vsekakor pa je mogoče, če je treba, raziskovati tudi s skromno opremo.

Če nas v našem primeru sedaj zanima Taylorjeva enačba, ki prikazuje odvisnost obstojnega časa od rezalne hitrosti (na sliki 1 odvisnost y od x), moramo predpisati merilo največje dovoljene obrabe. Na naši sliki to pomeni, da regresijsko ravnino R presekamo z ravnino, ki je vzporedna s koordinatno ravnino $X-Y$ in je od nje oddaljena za velikost dovoljene obrabe. Presečnica te ravnine z regresijsko ravnino je potem premica, ki ustreza Taylorjevi enačbi.

Pri testiranju metode je bil opažen zanimiv pojav, ki je malo znan, vodi pa do tega, da o zanesljivosti vrednotenja z regresijo podvomimo. Pri manjšem številu merilnih točk se utegne koeficient eksponentne enačbe razlikovati tudi za več velikostnih razredov že pri razmeroma majhnih spremembah samo ene ali dveh merilnih točk. Število meritev naj zato ne bo premajhno in točk, ki opazno odstopajo od povprečja, nikakor ne bi smeli upoštevati pri vrednotenju. Vzrok za to je skoraj nedvomno v tem, da vnašamo kot podatke logaritmizirane vrednosti. Ta pomanjkljivost eksponentne krivulje bistveno zmanjšuje njene siceršnje za prakso izredno dobre lastnosti.

Kot primer za to nekoliko nenavadno obnašanje vzemimo dve namišljeni seriji meritev, katerih rezultati so prikazani v obeh preglednicah v nadaljevanju. Namenoma je upoštevano samo zelo majhno

število rezultatov, pri čemer je samo eden v obeh primerih različen. Vsekakor pa so številčne vrednosti izbrane tako, da so povsem v mejah praktično mogočega.

x	y	z	x	y	z
20	10	0,1	20	10	0.1
20	20	0,3	20	20	0.3
20	30	0,7	20	30	0.7
80	20	0,6	80	20	1.0

Enačbi prostorskih eksponentnih ploskev za obe seriji sta:

$$z = 0,0005 \ x^{0,4394} \ y^{1,7514} \quad z = 0,0002 \ x^{0,8071} \ y^{1,7514}$$

Enačbi eksponentnih krivulj pri $z = 0,8$ za obe seriji sta:

$$y = 70,7613 \ x^{-0,2509} \quad y = 132,9164 \ x^{-0,4613}$$

Z našo razmeroma preprosto in v praksi dokaj hitro metodo pa je mogoče vrednotiti tudi rezultate meritev v primeru medsebojne odvisnosti štirih spremenljivk. Kot primer lahko ponovno vzamemo določanje enačbe obstojnosti, če pritegnemo še vpliv podajanja. Namesto, da bi uporabili bolj zapleteno multiregresijo, lahko naredimo neodvisne serije meritev pri tistih velikostih podajanja, ki nas konkretno zanimajo (omenimo naj, da v skoraj vseh obstoječih pregledničnih podatkih najdemo samo vrednosti podajanj, ki so izbrane iz standardnih decimalnih vrst). Za vsako takšno serijo meritev lahko določimo premico odvisnosti obstojnega časa od rezalne hitrosti. Če jih narišemo v isti diagram, dobimo družino premic, ki bodo pri opisanem načinu vrednotenja nekoliko nagnjene druga proti drugi, medtem ko bi pri načinu z multiregresijo bile vzporedne. Povsem napačno pa bi bilo, če bi menili, da je takšno vrednotenje slabše kakor z multiregresijo. Nasprotno, vsota odstopkov merilnih točk od dobljenih premic (v dvojno logaritemskem diagramu) bi bila manjša!

Povedano pa ne sme zapeljati do napačnega sklepa, da je treba multiregresijo zavreči. Pri večjem številu spremenljivk terja manjše število meritev, seveda pa le, če eksponentna odvisnost ustreza fizikalnemu pojavu, ki ga opazujemo.

Iz zgoraj navedenih enačb ni težko sestaviti programa za delo na računalniku. Z malo truda ga je mogoče predelati za katerikoli določen primer. Podpisani je pripravil poslati celotni programski paket, posnet na disketo ali na kaseto za nekatere najbolj razširjene vrste osebnih in hišnih računalnikov (Commodore C64 in PC10, IBM PC, AT, ev. tudi Sinclair).

Avtorjev naslov: prof. dr. Hinko Muren, dipl. inž.
Fakulteta za strojništvo
Ljubljana, Murnikova 2