

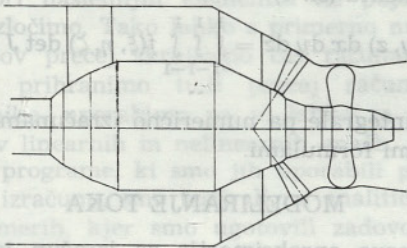
UDK 532.5:621.22

Izračun tokovnih razmer v cevni turbini do vstopa v gonilnik z metodo končnih elementov

ANDREJ LIPEJ — DRAGICA JOŠT — STANKA ULČAR — BORIS VELENŠEK

UVOD

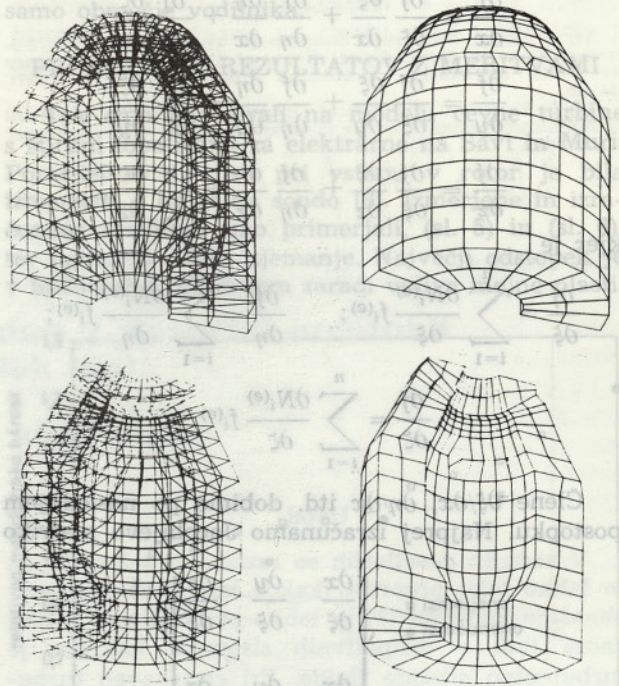
Razvoj numeričnih metod izračuna in analize toka v hidravličnih strojih in uporaba močnih računalnikov sta vplivala na zmanjšanje dragega in zamudnega eksperimentalnega optimiranja hidravličnih oblik. V te razvojne usmeritve se je vključil tudi Turboinštitut. Prvim poskusom [1], kjer ni šlo toliko za bistvo domnev o toku in fluidu, kakor za prve izkušnje s tehniko generiranja mreže in uporabe metode končnih elementov v mehaniki fluidov [3], je kasneje sledil sistematičen prijem z bistvenejšimi domnevami. V tem delu podajamo rezultate tega prijema — model računanja tokovnega polja v vseh elementih cevne turbine do vstopa v gonilnik (sl. 1). S tem modelom izračunane hitrosti na vstopu v gonilnik rabijo kot vstopni podatki za izračun gonilnika, kjer uporabljamo singularno metodo z upoštevanjem mejne plasti [2].



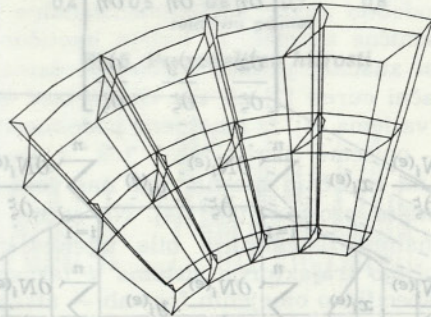
Sl. 1. Model cevne turbine

GENERACIJA MREŽE

Za različna prostorska območja je generacija mreže s poljubnimi elementi zelo zahtevna naloga. Zato smo se odločili za generacijo mreže posebej za cevi v turbino (sl. 2). Vseeno pa imamo možnost spreminjanja oblike, števila predvodilnih in vodilnih lopat ter odprtja vodilnika. Za generiranje takšne mreže smo razvili lasten programski paket, ki ga lahko uporabljamo tudi na osebnih računalnikih. Za območje med lopaticami vodilnika, kjer je geometrična oblika najbolj zapletena, pa smo uporabili grafični paket Graftek, ki omogoča hitro spreminjanje oblike lopatic ter števila elementov med lopaticami, kar je pomembno za natančnejši izračun (sl. 3). Generiranje mreže je še zahtevnejše, ker uporabljamo kot za osnovni element izoparametrični heksaeder z dvajsetimi vozlišči. Vozlišča so v ogliščih in na sredini robov, ki jih aproksimiramo s parabolo skozi tri točke. Čeprav uporabljamo izoparametrične elemente z zakrivljenimi robovi, je območje še vedno razdeljeno na veliko število elementov. To je posledica različnih ovir v toku, ki jih je treba natančno opisati, in velikega števila vodilnih lopatic.



Sl. 2. Generacija mreže



Sl. 3. Generacija mreže v vodilniku

IŽOPARAMETRIČNI ELEMENTI V PROSTORU

Oglejmo si izoparametrično formulacijo za n -vozliščni heksaeder. Geometrijo takih elementov lahko izrazimo z vozliščnimi koordinatami x , y in z ter oblikovnimi funkcijami N . Tako lahko koordinate x , y in z znotraj poljubnega e elementa dobimo z izrazi:

$$x(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)} x_i^{(e)}$$

$$y(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)} y_i^{(e)}$$

$$z(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)} z_i^{(e)}$$

Poljubno funkcijo f pa lahko zapišemo v obliki:

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)} f_i^{(e)},$$

kjer je f vrednost funkcije f v vozlišču i . Odvode izračunamo takole:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z},$$

kjer je

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} f_i^{(e)}; \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} f_i^{(e)};$$

$$\frac{\partial f}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \zeta} f_i^{(e)}.$$

Člene $\partial \xi / \partial x$, $\partial \eta / \partial x$ itd. dobimo po naslednjem postopku. Najprej izračunamo Jacobijevo matriko

$$J^{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \cdot x_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \cdot y_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \cdot z_i^{(e)} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \cdot x_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \cdot y_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \cdot z_i^{(e)} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \zeta} \cdot x_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \zeta} \cdot y_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \zeta} \cdot z_i^{(e)} \end{bmatrix}$$

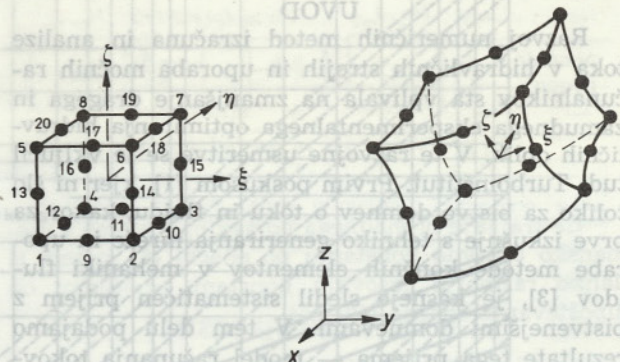
Inverzna matrika k Jacobijevi matriki pa je

$$[J^{(e)}]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Neskončno majhen del območja ima prostornino

$$dx dy dz = \det J^{(e)} d\xi d\eta d\zeta.$$

Taka formulacija omogoča, da uporabimo heksaedre v zelo splošni naravni obliki (sl. 4).



Sl. 4. 20-vozliščni izoparametrični heksaeder

Naj bo f poljubna funkcija, definirana na izoparametričnem heksaedru. Integriranje funkcije po heksaedru prevedemo na integriranje po standardnem elementu (sl. 4)

$$\iiint_{\Omega^{(e)}} f(x, y, z) dx dy dz = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) \det J d\xi d\eta d\zeta,$$

zgornje integrale pa numerično izračunamo s kvadraturnimi formulami.

MODELIRANJE TOKA

Kot prvo aproksimacijo za izračun toka smo uporabili potencialni tok, ki ima nekaj dobrih lastnosti:

- ne terja veliko časa za izračun z računalnikom,
- ne terja zapletenih robnih pogojev,
- enačbe so linearne,
- rezultate lahko uporabimo kot robne ali začetne pogoje,
- dobro lahko testiramo generacijo mreže.

Kljub nekaterim dobrim lastnostim pa s potencialnim tokom ne moremo opisati vplivov viskoznosti: odlepljanja toka, nastanka vrtincev in izgube v toku.

Zato smo kot drugo aproksimacijo reševali Navier-Stokesove enačbe v prostoru. Reševanje teh enačb je zahtevnejše, kajti enačbe so nelinearne. Precej se poveča število neznank, saj je pri potencialnem toku neznanka le hitrostni potencial, pri Navier-Stokesovih enačbah pa so neznanke vse tri komponente hitrosti in tlak.

Čas računanja se ne poveča samo zaradi večjega števila neznank, temveč tudi zaradi iteracijskega postopka pri reševanju sistema nelinearnih enačb. Število iteracij je odvisno od danih začetnih pogojev, tako si lahko z dobro izbiro le-teh precej skrajšamo računanje.

Pri reševanju Navier-Stokesovih enačb z MKE pa se pojavi še problem konvergence in enoličnosti rešitve, ki je odvisen od Reynoldsovega števila. Tako dobimo rešitve le za majhna Reynoldsova števila, reda velikosti 10^2 , kar je znano že iz običajne rešitve toka med dvema koncentričnima rotirajočima valjema, kjer nastanejo Taylorjevi vrtinci in je enoličnost rešitve prav tako odvisna od Re .

REŠEVANJE SISTEMA ENAČB

Za reševanje osnovnih parcialnih diferencialnih enačb smo uporabili metodo končnih elementov. Osnova MKE je variacijski račun [4]. V našem primeru smo uporabili Galerkinov princip, ki nas pripelje do sistema enačb, katerega velikost je odvisna od števila vozlišč.

Problemi v mehaniki fluidov pogosto delajo težave, ker zahtevajo za konkreten izračun dokaj zmogljiv računalnik. Toda z izbiro primernih numeričnih metod se temu delno izognemo.

Za reševanje velikih sistemov enačb, ki jih dobimo z MKE, uporabimo metodo "front solution" [5]. Posebej je ta metoda uporabna, kjer matrika sistema ni polna. Pri tej metodi vse spremenljivke, ki se pri naslednjih elementih ne pojavijo več, sproti izločimo. Tako lahko s primerno numeracijo elementov precej skrajšamo čas računanja. S to metodo prihranimo tudi precej računalniškega pomnilnika, uporabimo pa jo lahko za reševanje sistemov linearnih in nelinearnih enačb.

Vse programe, ki smo jih uporabili pri numeričnem izračunu, smo testirali na analitično rešljivi primerih, kjer smo ugotovili zadovoljivo natančnost.

IZRAČUN TOKA

Numerični izračun tokovnih razmer smo začeli pred hruško, nadaljevali z obtekanjem hruške, kjer je tudi večina ovir, ki pokvarijo osno simetrijo toka. Naslednji del je predvodilnik, ki ga sestavlja 6 lopatic, od katerih se dve po dimenzijah precej razlikujeta od preostalih in nazadnje še vodilnik, ki ima v našem primeru 24 lopatic. Vodilne lopatice so profilirane in so glavni problem pri generaciji mreže, kajti geometrija se mora zelo dobro ujemati z modelom.

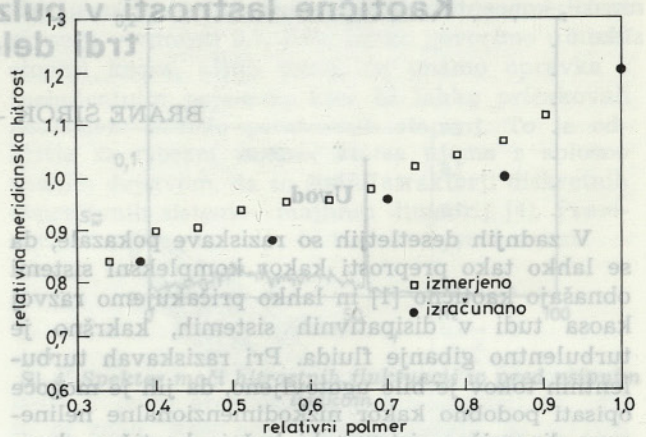
Pomemben del pri izračunu toka pa pomenijo robni in začetni pogoji. Uporabljamo lahko Dirichletove in Neumannove robne pogoje. Pri potencialnem toku rabimo samo robne pogoje, pri reševanju nelinearnih Navier-Stokesovih enačb pa potrebujemo še začetne pogoje zaradi iteracijskega postopka reševanja nelinearnih enačb. Največji problem je vsekakor predpisati pogoje pri izstopu, kajti tam jih ponavadi ne poznamo, oziroma jih hočemo izračunati.

Ponavadi območje obravnave podaljšamo, tako da se izstop premakne. Nov izstop pa oblikujemo tako, da lahko predpišemo robne pogoje, ki ne pokvarijo rešitve v notranjosti.

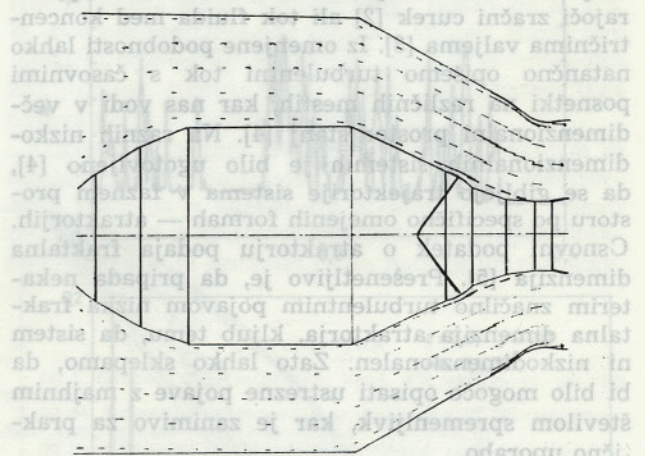
V primeru, ko smo reševali potencialni problem, smo računali tok skozi celotno območje, od začetka hruške do vstopa v gonilnik. Za ta problem smo rabili precej časa za izračun, zato smo pri reševanju Navier-Stokesovih enačb uporabili rezultat potencialnega toka kot robne pogoje ter računali samo območje vodilnika.

PRIMERJAVA REZULTATOV Z MERITVAMI

Tok smo analizirali na modelu cevne turbine s štirimi lopaticami za elektrarne na Savi in Muri. Porazdelitev hitrosti pri vstopu v rotor je bila izmerjena s krogelno sondo [6]. Izmerjene in izračunane rezultate smo primerjali, (sl. 5) in (sl. 6), ter ugotovili dobro ujemanje. Največji odstop je v bližini sten, predvsem zaradi vpliva mejne plasti.



Sl. 5. Porazdelitev hitrosti



Sl. 6. Tokovno polje po meridianskem preseku

SKLEP

Numerični izračun prostorskega potencialnega toka je primeren za analizo toka do vstopa v rotor ter za napoved vstopnih parametrov pri razvoju rotorjev.

Ugotovili smo dobro ujemanje numeričnih rezultatov z izmerjenimi.

Prikazana metoda se lahko uporabi za izračun poljubnih prostorskih modelov.

Z vpeljavo pomembnejših fizikalnih modelov in zgoštevijo mreže lahko izboljšamo rezultate, za kar pa so potrebni zmogljivejši računalniki.

LITERATURA

[1] A. Lipej, Numerical Solution of Three-dimensional Potential Flow in Draft Tube. Proc. of the Eight Conference on Fluid Machinery, Akademiai Kiado, Budapest, (1987), 434-440.

[2] B. Velenšek, Theoretical Optimization and Development of Bulb and Kaplan Turbine Runners. Conference Waterpower 87, Portland Or., ASCE, (1987).

UDK 532.529.6

Kaotične lastnosti v pulzirajočem dvofaznem toku trdi delci — plin

BRANE ŠIROK — IGOR GRABEC

Uvod

V zadnjih desetletjih so raziskave pokazale, da se lahko tako preprosti kakor kompleksni sistemi obnašajo kaotično [1] in lahko pričakujemo razvoj kaosa tudi v disipativnih sistemih, kakršno je turbulentno gibanje fluida. Pri raziskavah turbulentnih tokov je bilo ugotovljeno, da jih je mogoče opisati podobno kakor nizkodimenzionalne nelinearne dinamične sisteme, ki kažejo kaotično obnašanje. Kot značilni primer lahko navedemo pulzirajoči zračni curek [2] ali tok fluida med koncentričnima valjema [3]. Iz omenjene podobnosti lahko natančno opišemo turbulentni tok s časovnimi posnetki na različnih mestih, kar nas vodi v večdimenzionalni prostor stanj [4]. Na raznih nizkodimenzionalnih sistemih je bilo ugotovljeno [4], da se gibljejo trajektorije sistema v faznem prostoru po specifično omejenih formah — atraktorjih. Osnovni podatek o atraktorju podaja fraktalna dimenzija [5]. Presenetljivo je, da pripada nekaterim značilno turbulentnim pojavom nizka fraktalna dimenzija atraktorja, kljub temu, da sistem ni nizkodimenzionalen. Zato lahko sklepamo, da bi bilo mogoče opisati ustrezne pojave z majhnim številom spremenljivk, kar je zanimivo za praktično uporabo.

Namen našega članka je pokazati, da lahko do podobnih sklepov pridemo tudi pri opazovanju dvofaznih tokov. S tem namenom predstavljamo osnovne lastnosti dvofaznega toka trdi delci — plin v vodoravni cevi. Kot reprezentativno fizikalno spremenljivko uporabimo prostorninsko koncentracijo trdnih delcev. Turbulentni tok natančno opišemo s spektri fluktuacij, faznimi portreti atraktorja in dimenzionalnostjo, ocenjeno s korelacijskim eksponentom.

[3] Chung T. J., Finite Element Analysis in Fluid Dynamics. McGraw Hill Book Company, New York, (1978).

[4] K. Rektorys, Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, (1980).

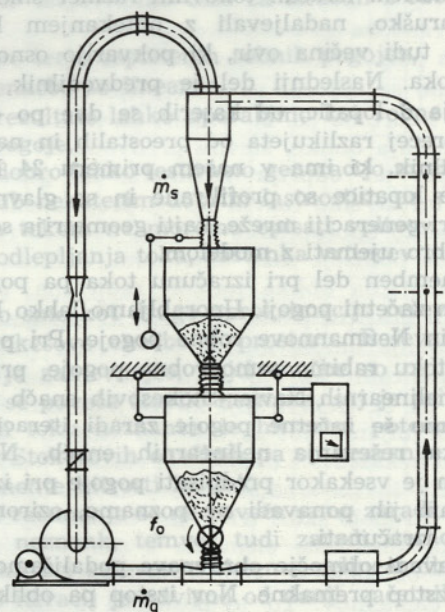
[5] C. Taylor, Finite Element Programming in Fluids. Pine-ridge Press, Swansea, (1981).

[6] B. Velenšek, A. Lipej, V. Vujanović, S. Cizl, Cevne Turbine — Teoretične in eksperimentalne raziskave. RSS — URP poročilo za leto 1986.

Naslovi avtorjev: Andrej Lipej dipl. inž.,
Dragica Jošt dipl. inž.,
Stanka Ulčar dipl. inž.,
prof. dr. Boris Velenšek dipl. inž.,
Turboinštitut, Ljubljana

Eksperiment

Za transport sipkega materiala v plinastem mediju v poljubnem elementu pnevmatskega transporta so pomembne tri osnovne karakteristične spremenljivke: masni pretok plina, masni pretok trdnih delcev in prostorninska koncentracija delcev. Na sliki 1 je prikazana eksperimentalna postaja za pnevmatski transport v Turboinštitutu. Postaja omogoča transportiranje trdnih delcev v zračnem toku pri zvezno nastavljenih karakterističnih spremenljivkah.



Sl. 1. Eksperimentalna postaja