

UDK 621.822.76

Vpliv dejanskega ohlapa na kot nošenja aksialnih ležajev

IVAN PREBIL - SAMO ZUPAN

1. UVOD

V aksialnih ležajih velikih dimenzij se realno pojavi ohlap, ki je zaradi aksialne, radialne ali diagonalne premaknitve tečine od prvotnega središča. S tem se spreminja tudi lega dotikalne točke in s tem imenski kot nošenja. Pri radialnih krogličnih ležajih je imenski kot nošenja pri čistem radialnem naleganju obroča na kotalni element enak 90° , pri čistem aksialnem naleganju pa se zmanjša. Velikost je odvisna od radialnega ohlapa ležaja, ukrivljenosti tečine in premera kotalnega elementa.

Pri aksialnih krogličnih ležajih velikih dimenzij, ki prenašajo predvsem aksialne obremenitve in upogibni moment, so razmere spremenjene, zato je tudi tečina izoblikovana drugače. Tečino tvorita, na vsakem obroču, dve ukrivljeni ploskvi s krivinskima polmeroma, ki imata različni središči. Pri čistem radialnem naleganju nosijo ti ležaji v štirih točkah (radialni samo v dveh). Pri aksialnem naleganju pa mora biti kot nošenja natančno določen.

2. POLMER TEČINE

Pri določanju polmera tečine r_t velja omejitev [1], [2]

$$0,51 < f = r_t/d_{k,v} < 0,54$$

ali

$$0,92 < s = r_k/r_t < 0,97.$$

Polmer tečine r_t , potrebno ukrivljenost k in razmik središč obeh tečin r_0 je mogoče za določen imenski kot nošenja α_0 , poznan premer kroglice d_k in želen radialni ohlap e_d izračunati, če upoštevamo enačbi:

$$k = \frac{e_d}{2 d_k (1 - \sin \alpha_0)} \quad (1)$$

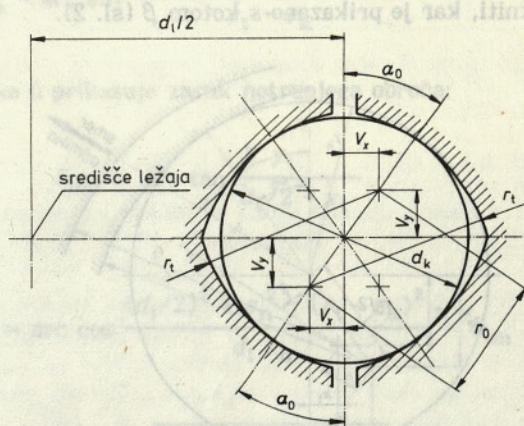
in

$$r_0 = k d_k \quad (2).$$

V primeru, da je $r_{ln} = r_{lz} = r_t$, velja za polmer tečine izraz:

$$r_t = \frac{1}{2} (k d_k + d_k) \quad (3).$$

S slike 1 je razvidno, da je pri tako izoblikovani tečini dejanski ohlap po vrednosti enak nič. To velja tako za aksialni kakor tudi za radialni ohlap. Imenski kot naleganja α_0 je vedno in v vsakem primeru tak, kakršnega zahteva konstrukcija ležaja.



Sl. 1. Naleganje tečine ležaja na kroglico pri danem kotu nošenja brez premaknitve središča tečine $V_x = x_t$ in $V_y = y_t$.

Pri simetričnem naleganju tečine na kroglico je $\alpha_0 = 45^\circ$ pri nesimetričnem naleganju pa znaša $\alpha_0 = 35^\circ$.

Dejanski radialni ohlap e_d in aksialni ohlap a_d se pojavita šele takrat, kadar pride do premaknitve tečine od kotalnega premera d_t na notranjem in zunanem obroču. Pri tem so mogoči aksialni odmik, radialni odmik ali odmik po diagonali. Za vse tri načine premaknitve tečine pa se izkaže, da se skladno z ohlapoma spremeni tudi imenski kot nošenja α_0 .

Z odkom tečine se razume premaknitev središč krožnih lokov, ki sestavljajo tečino glede na dejansko središče kroglice, ki leži na kotalnem premeru d_t . Premaknitev je simetrična. Z V_x in V_y sta označeni koordinati središča polmerov tečine, ki se prilaga kroglici (dejanska ohlapa sta nič - štiritočkovni dotik). Vrednosti koordinat sta določeni z izrazoma:

$$V_x = r_0/2 \sin \alpha_0 \quad (4),$$

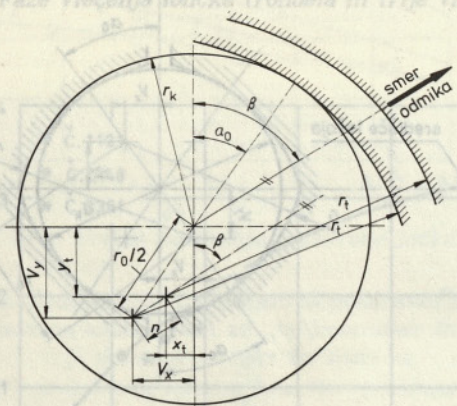
$$V_y = r_0/2 \cos \alpha_0 \quad (5).$$

3. PREMAKNITEV TEČINE

V nadaljevanju bodo podane enačbe za določitev lege središč tečin pri dejanskem radialnem ohlapu e_d , enačbe za določitev aksialnega ohlapa a_d pri dejanskem radialnem ohlapu in enačbi za določitev dejanskega imenskega kota nošenja α_0 pri dejanskem ohlapu in različnih primerih naleganja (radialno, aksialno naleganje ali zasuk obroča okoli središča ležaja).

Pri uporabljanju ležajev se pojavi zaradi namembnosti njihove vgradnje in kombinacije obremenitev zasuk obročev okoli točke, ki se ne ujema s središčem ležaja. Zato je kot nošenja med skrajnima vrednostma. V prispevku niso upoštevane deformacije tečine in kotalnih elementov, ker so vzete nične obremenitve.

V splošnem je mogoče tečino (sl. 1) poljubno odmakniti, kar je prikazano s kotom β (sl. 2).



Sl. 2. Splošni premik tečine od središča V_x, V_y za radialni in aksialni ohlap.

3.1. Določitev središča tečine pri dejanskem radialnem ohlapu e_d

Znane so vrednosti za imenski kot nošenja α_0 , polmer kotalnega elementa r_k , polmer tečine r_t in s tem za razmik središča tečin r_0 , lega središča tečine brez ohlapa s koordinatama V_x, V_y in kotalni premer ležaja d_t . Vrednost za dejanski ohlap e_d in smer premaknitve tečine je treba izbrati.

Izračunamo pa koordinati središča tečine x_t, y_t in razdaljo n , dejanski aksialni ohlap a_d , dejanski imenski kot nošenja pri različnih naleganjih tečine na kroglico α_n in kot zasuka obroča ležaja zaradi dejanskega radialnega ohlapa e_d .

Izhajamo iz enačbe krožnic za kroglico:

$$x = r_k \sin \alpha_0 \quad (6),$$

$$y = r_k \cos \alpha_0 \quad (7)$$

in enačbe za tečino v dotiku:

$$x = (e_d/4 + x_t) + r_t \sin \alpha_0 \quad (8),$$

$$y = y_t + r_t \cos \alpha_0 \quad (9).$$

Pri izenačenju vrednosti v enačbah (6) in (8) ter (7) in 9 in njihovi ureditvi dobimo po sliki 2 izraz:

$$\sin \alpha_n \cos \beta - \cos \alpha_n \sin \beta =$$

$$= \sin \alpha_0 \cos \beta - \cos \alpha_0 \sin \beta \frac{e_d \cos \beta}{4(r_t - r_k)}.$$

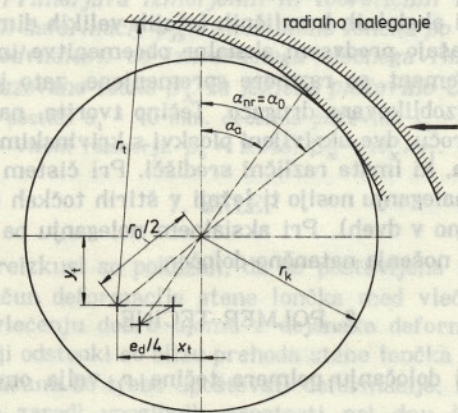
Enačbo v skrajšani obliki zapišemo:

$$\sin(\alpha_n - \beta) = \sin(\alpha_0 - \beta) + \frac{e_d \cos \beta}{4(r_t - r_k)} \quad (10).$$

3.1.1 Radialno naleganje

Obroča se pri radialnem naleganju tečine na kroglico radialno premakneta drug proti drugemu za dejanski radialni ohlap $e_d/4$ (sl. 3). Zaradi tega se spremenita imenski kot nošenja iz α_0 na vrednost α_{nr} in lega središča tečine v točko $(x_t + e_d/4, y_t)$. Kot nošenja α_{nr} pri čistem radialnem naleganju je definiran z izrazom:

$$\alpha_{nr} = \arcsin \left(\sin(\alpha_0 - \beta) + \frac{e_d \cos \beta}{4(r_t - r_k)} \right) + \beta \quad (11).$$



Sl. 3. Radialni premik tečine za dejanski radialni ohlap e_d .

Lego središča popišeata izraza:

$$x_t = (r_t - r_k) \sin \alpha_{nr} - \frac{e_d}{4} \quad (12)$$

in

$$y_t = (r_t - r_k) \cos \alpha_{nr} \quad (13).$$

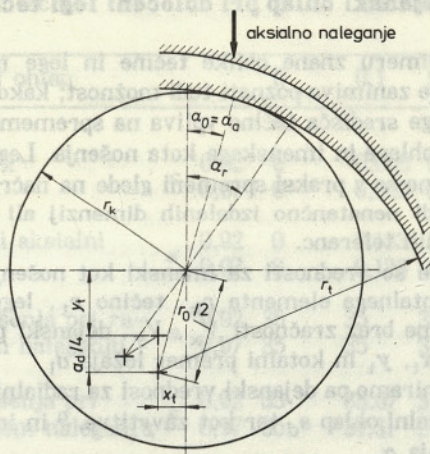
3.1.2 Aksialno naleganje

Obroča se pri aksialnem naleganju tečine aksialno premakneta drug proti drugemu za dejanski aksialni ohlap $a_d/4$, ki je definiran glede na dejanski radialni ohlap e_d (že izračunan odmik tečine x_t, y_t). Slika 4 kaže, da imenski kot nošenja α_{na} pri čistem aksialnem naleganju in znanem radialnem ohlapu, dosega vrednosti po enačbi:

$$\alpha_{na} = \arcsin \frac{x_t}{(r_t - r_k)} \quad (14).$$

Aksialni ohlap je definiran:

$$\frac{a_d}{4} = (r_t - r_k) \cos \alpha_{na} - y_t \quad (15).$$



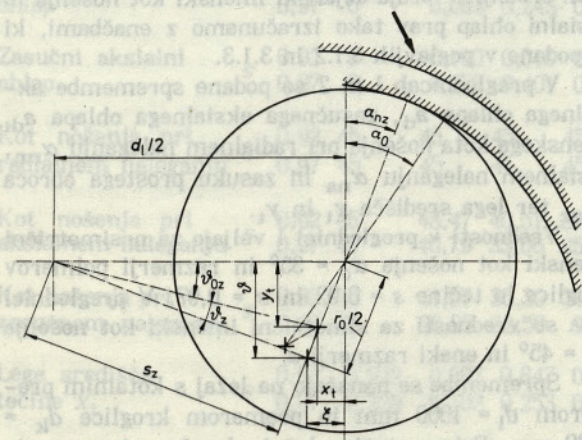
Sl. 4. Aksialni premik tečine za dejanski aksialni ohlap a_d .

3.1.3 Zasuk obroča okoli središča ležaja

Posamičen obroč se zasuke okoli središča ležaja za kot ϑ , ki je definiran glede na dejanski radialni ohlap e_d . Zasuk obroča je odvisen od polmera, zato je kot ϑ različen za zunanji in notranji obroč. Po sliki 5 je kot zasuka zunanjega obroča določen z geometrično obliko ležaja in tečine:

$$\vartheta_{oz} = \arctan \frac{y_t}{d_1/2 - x_t} \quad (16),$$

$$\vartheta_z = \arccos \frac{(d_1/2)^2 + s_z^2 - (r_t - r_k)^2}{d_1 s_z} - \vartheta_{oz} \quad (17).$$



Sl. 5. Dejanski zasuk zunanjega obroča za kot ϑ_z .

$$s_z = \sqrt{(d_1/2 - x_t)^2 + y_t^2}.$$

Imenski kot nošenja pri zasuku zunanjega obroča se izračuna po enačbi:

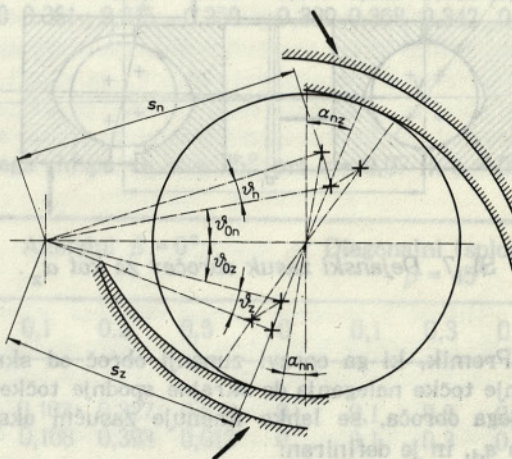
$$\alpha_{nz} = \arcsin \frac{d_1/2 - s_z \cos(\vartheta_z + \vartheta_{oz})}{r_t - r_k} \quad (18).$$

Slika 6 prikazuje zasuk notranjega obroča:

$$\vartheta_{on} = \arctan \frac{y_t}{d_1/2 + x_t} \quad (19),$$

$$\vartheta_n = \arccos \frac{(d_1/2)^2 + s_n^2 - (r_t - r_k)^2}{d_1 s_n} - \vartheta_{on} \quad (20),$$

$$s_n = \sqrt{(d_1/2 + x_t)^2 + y_t^2}$$



Sl. 6. Dejanski zasuk notranjega obroča za kot ϑ_n .

Imenski kot nošenja pri zasuku notranjega obroča je definiran z enačbo:

$$\alpha_{nn} = \frac{s_n \cos(\vartheta_n + \vartheta_{on}) - d_1/2}{r_t - r_k} \quad (21).$$

S slike 6 je razvidno, da sta kota α_{nz} in α_{nn} različna. Zaradi tega se kotalni elementi pri obremenitvi premaknejo proti notranjemu obroču, tako da se ponovno doseže ravnotežno stanje in kota se med seboj izenačita.

Zaradi velikih kotalnih premerov d_l v primerjavi s premaknitvijo središča x_t in y_t so te razlike zelo majhne. Zato se lahko dejanski kot nošenja izrazi s približkom:

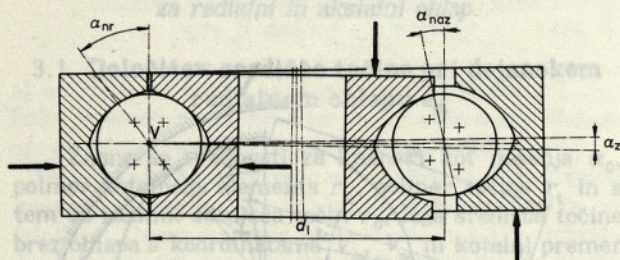
$$\alpha_n = \frac{\alpha_{nz} + \alpha_{nn}}{2}$$

celotni zasuk obročev drug proti drugemu pa z enačbo:

$$\vartheta = 2 (\vartheta_{nz} + \vartheta_{nn}) \quad (22).$$

3.1.4 Zasuk obroča okoli središča kotalnega elementa

Pri radialnem naleganju obročev na kotalni element se pojavi na nasprotni strani ležaja radialni ohlap v velikosti e_d . Pod obremenitvijo se prosti obroč zasuka okoli točke V za kot α_z . Zaradi razmerna majhnega zasuka obroča ($d_l \gg d_k$) lahko menimo, da se zunanji obroč kar aksialno premakne.



Sl. 7. Dejanski zasuk obročev za kot α_z .

Premik, ki ga opravi zunanji obroč od skrajne zgornje točke naleganja do skrajne spodnje točke notranjega obroča, se lahko imenuje zasučni aksialni ohlap a_{d1} in je definiran:

$$\frac{a_{d1}}{4} = (r_t - r_k) \cos \alpha_{naz} - y_{t1} \quad (23).$$

Zasučni imenski kot nošenja se pri takšnem zamiku prostega obroča izračuna po enačbi:

$$\alpha_{naz} = \arcsin \frac{x_{t1}}{(r_t - r_k)} \quad (24),$$

pri čemer je

$$x_{t1} = (r_t - r_k) \sin \alpha_{nr} - \frac{e_d}{2} \quad (25).$$

Vrednost y_{t1} je po velikosti enaka y_t in se izračuna z enačbo (13).

3.2 Dejanski ohlap pri določeni legi tečine

V primeru znane oblike tečine in lege njenega središča je zanimivo poznati tudi možnost, kako sprememba lege središča tečine vpliva na spremembo dejanskega ohlapa in imenskega kota nošenja. Lega središča tečine se v praksi spremeni glede na načrtovano lego zaradi nenatančno izdelanih dimenzij ali zaradi izdelovalnih toleranc.

Znane so vrednosti za imenski kot nošenja α_0 , polmer kotalnega elementa r_k , tečino r_t , lego središča tečine brez zračnosti V_x , V_y , dejanski premik središča x_t , y_t in kotalni premer ležaja d_l .

Definiramo pa dejanski vrednosti za radialni ohlap e_d in aksialni ohlap a_d ter kot zavrtitve ϑ in imenski kot nošenja α_n .

3.2.1 Radialno naleganje

Slika 3 prikazuje, da je imenski kot nošenja mogoče izračunati po enačbi:

$$\alpha_{nr} = \arccos \frac{y_t}{r_t - r_k} \quad (26),$$

dejanski radialni ohlap pa z izrazom:

$$\frac{e_d}{4} = (r_t - r_k) \sin \alpha_{nr} - x_t \quad (27).$$

Za primer aksialnega naleganja in zasuka obroča okoli srednjice ležaja dejanski imenski kot nošenja in aksialni ohlap prav tako izračunamo z enačbami, ki so podane v poglavjih 3.1.2 in 3.1.3.

V preglednicah 1 in 2 so podane spremembe aksialnega ohlapa a_d , zasučnega aksialnega ohlapa a_{d1} , imenskega kota nošenja pri radialnem naleganju α_{nr} , aksialnem naleganju α_{na} in zasuku prostega obroča α_{naz} ter lega središča x_t in y_t .

Vrednosti v preglednici 1 veljajo za nesimetrični imenski kot nošenja $\alpha_0 = 35^\circ$ in razmerji polmerov kroglice in tečine $s = 0,92$ in $s = 0,97$. V preglednici 2 pa so vrednosti za simetrični imenski kot nošenja $\alpha_0 = 45^\circ$ in enaki razmerji s .

Spremembe se nanašajo na ležaj s kotalnim premerom $d_l = 1000$ mm in premerom kroglice $d_k = 30$ mm. Polmer tečine ležaja doseže pri razmerju $s = 0,92$ vrednost $r_t = 16,3$ mm, pri razmerju $s = 0,97$ pa $r_t = 15,46$ mm.

Preglednica 1. Sprememba imenskega kota nošenja za $\alpha_0 = 35^\circ$ in aksialnega ohlapa pri $s = 0,97$ in $s = 0,92$.

Premik tečine			Radialni $\beta = 90^\circ$				Aksialni $\beta = 0^\circ$				Diagonalni (splošni) $\beta = 35^\circ$			
Radialni ohlap			0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5
Aksialni ohlap	s	0,92	0	0,068	0,195	0,310	0	0,072	0,227	0,398	0	0,071	0,215	0,365
		0,97	0	0,065	0,171	0,248	0	0,075	0,262	0,522	0	0,072	0,225	0,389
Zasučni aksialni ohlap	s	0,92	0	0,133	0,363	0,55	0	0,140	0,423	0,707	0	0,138	0,401	0,648
		0,97	0	0,123	0,277	0,335	0	0,140	0,433	0,770	0	0,134	0,370	0,570
Kot nošenja pri radialnem naleganju	s	0,92	35	35	35	35	35	36,35	39,13	42,02	35	35,90	37,70	39,50
		0,97	35	35	35	35	35	38,86	47,33	57,46	35	37,53	42,61	47,75
Kot nošenja pri aksialnem naleganju	s	0,92	35	33,67	31,07	28,54	35	35	35	35	35	34,56	33,64	32,70
		0,97	35	31,31	24,33	17,71	35	35	35	35	35	33,73	31,02	28,09
Kot nošenja pri zasučnem naleganju	s	0,92	35	32,36	27,29	22,45	35	33,67	31,07	28,54	35	33,23	29,77	26,39
		0,97	35	27,76	14,50	1,99	35	31,31	24,33	17,71	35	30,09	20,71	11,62
Lega središča tečine x_t	s	0,92	0,748	0,723	0,673	0,623	0,748	0,748	0,748	0,748	0,748	0,740	0,722	0,704
		0,97	0,266	0,241	0,191	0,141	0,266	0,266	0,266	0,266	0,266	0,258	0,239	0,218
Lega središča tečine y_t	s	0,92	1,068	1,068	1,068	1,068	1,068	1,050	1,012	0,969	1,068	1,056	1,032	1,006
		0,97	0,380	0,380	0,380	0,380	0,380	0,361	0,315	0,250	0,380	0,368	0,342	0,312

Preglednica 2. Sprememba imenskega kota nošenja in aksialnega ohlapa za $\alpha = 45^\circ$ pri $s = 0,97$ in $s = 0,92$.

Premik tečine			Radialni $\beta = 90^{\circ}$				Aksialni $\beta = 0^{\circ}$				Diagonalni (splošni) $\beta = 45^{\circ}$			
Radialni ohlap			0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5
Aksialni ohlap	s	0,92	0	0,097	0,277	0,440	0	0,103	0,327	0,579	0	0,1	0,3	0,5
		0,97	0	0,093	0,243	0,356	0	0,108	0,393	0,912	0	0,1	0,3	0,5
Zasučni aksialni ohlap	s	0,92	0	0,190	0,515	0,782	0	0,200	0,604	1,019	0	0,195	0,556	0,886
		0,97	0	0,173	0,401	0,517	0	0,201	0,636	1,269	0	0,186	0,494	0,737
Kot nošenja pri radialnem naleganju	s	0,92	45	45	45	45	46,57	49,87	53,41	45	45,78	47,33	48,89	
		0,97	45	45	45	45	49,55	60,31	77,56	45	47,18	51,56	55,98	
Kot nošenja pri aksialnem naleganju	s	0,92	45	43,47	40,51	37,68	45	45	45	45	44,22	42,67	41,11	
		0,97	45	40,79	33,06	25,96	45	45	45	45	42,81	38,44	34,02	
Kot nošenja pri zasučnem naleganju	s	0,92	45	41,97	36,30	31,02	45	43,47	40,51	37,68	45	42,71	38,33	34,17
		0,97	45	36,82	22,57	9,69	45	40,78	33,06	25,96	45	38,74	27,39	16,86
Lega središča tečine x_t	s	0,92	0,922	0,897	0,847	0,797	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,909	0,884	0,857
		0,97	0,328	0,303	0,253	0,203	0,328	0,328	0,328	0,328	0,328	0,315	0,288	0,260
Lega središča tečine y_t	s	0,92	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,896	0,840	0,777	0,922	0,909	0,884	0,857
		0,97	0,328	0,328	0,328	0,328	0,328	0,301	0,230	0,010	0,328	0,315	0,288	0,260

Rezultati v preglednicah 1 in 2 nazorno kažejo, da se z večanjem radialnega ohlapa pri radialnem premiku središča tečine ($\beta = 90^\circ$) imenski kot nošenja α_{nr} pri radialnem naleganju ne spreminja in je enak predvidenemu imenskemu kotu nošenja α_0 , da pa se pri aksialnem naleganju vrednost imenskega kota α_0 zmanjšuje proti vrednosti 0. Najmanjša vrednost kota α_{na} je tista vrednost, pri kateri kotalni element še ne nasede na rob tečine. Vrednost za kot α_{naz} se tudi v primeru zasuka prostega obroča zmanjšuje.

Pri aksialnem premiku središča tečine ($\beta = 0^\circ$) ostane imenski kot nošenja $\alpha_0 = 35^\circ$ ali 45° nespremenjen pri aksialnem naleganju $\alpha_{na} = \alpha_0$. Pri radialnem naleganju se imenski kot α_{nr} večja v smeri 90° , kar je tudi zgornja meja, saj v tem primeru nalega tečina na kotalni element samo v dveh točkah in ne v štirih, kakor je običajno za aksialni ležaj. Imenski kot α_{naz} se zmanjšuje tudi v tem primeru.

Pri diagonalnem oziroma splošnem premiku središča tečine ($\beta = 35^\circ$ ali 45°) se pri povečanju radialnega ohlapa, pri radialnem naleganju, imenski kot nošenja večja: $\alpha_{nr} > \alpha_0$, pri aksialnem naleganju oziroma zasuku pa se imenska kota α_{na} in α_{naz} zmanjšujeta.

Spremembe kotov so bolj izrazite pri nesimetričnem kotu nošenja $\alpha_0 = 35^\circ$. V obeh primerih $\alpha_0 = 35^\circ$ ali 45° pa je vpliv povečanja radialne zračnosti na dejanski imenski kot nošenja bistveno večji pri večjem pritisku tečine ležaja na kotalni element $s = 0,97$.

Značilno je, da aksialni ohlap a_d in zasučni aksialni ohlap a_{d1} dosegata večje vrednosti pri aksialnem in diagonalnem premiku središča tečine in pri simetričnem imenskemu kotu nošenja $\alpha_0 = 45^\circ$.

OZNAČBE

e_d	— dejanski radialni ohlap,
a_d	— dejanski aksialni ohlap,
a_{d1}	— zasučni aksialni ohlap,
k	— pritis tečine,
r_0	— razmik središč med tečinama na zunanjem in notranjem obroču,
r_t	— polmer tečine,
r_k	— polmer kotalnega elementa,
d_k	— premer kotalnega elementa,
d_l	— kotalni premer ležaja,
V_x, V_y	— koordinate za lego središča tečine brez ohlapa,
x_t, y_t	— koordinate za lego središča tečine z ohlapom,
α_0	— imenski kot nošenja,
α_{nr}	— imenski kot nošenja pri čistem radialnem premiku,
α_{na}	— imenski kot nošenja pri čistem aksialnem premiku,
α_{nz}	— imenski kot nošenja pri zasuku zunanjega obroča,
α_{nn}	— imenski kot nošenja pri zasuku notranjega obroča,
α_{naz}	— imenski kot nošenja pri zasuku prostega obroča,
$\vartheta_{oz}, \vartheta_z$	— kot zasuka zunanjega obroča,
$\vartheta_{on}, \vartheta_n$	— kot zasuka notranjega obroča,
s	— razmerje polmerov kroglice in tečine,
f	— razmerje polmera tečine in premera kotalnega elementa.

4. SKLEP

Velikost dejanskega ohlapa bistveno vpliva na dejanski imenski kot nošenja. Raziskava je pokazala, da pri pravilno izbranem premiku središča lahko dosežemo želeni kot nošenja $\alpha_0 = 35^\circ$ ali 45° tako pri radialnem kakor tudi pri aksialnem naleganju tečine na kotalni element. To je zelo pomembno, ker se s tem zagotovi pravilni dejanski kot nošenja za določene načine obremenitve ležaja. Hkrati pa je dana možnost nadzora dejanskih sprememb imenskega kota nošenja kakor tudi dejanskega aksialnega in zasučnega aksialnega ohlapa pri poljubni legi središča tečine glede na središče kotalnega elementa.

LITERATURA

- [1] Albert, M.: Köttritsch. H.: Wälzlager Theorie und Praxis. Springer-Verlag, Wien. New York. 1987.
- [2] Eschmann-Hasbargen-Weigand.: Die Wälzlager-Praxis. R.Oldenbourg Verlag, München. Wien. 1978
- [3] Prebil, I.-Golder, I.-Crnkovič, I.: Modelling and Calculation of Large-Sized Bearings. SV (33). 1987/7-9. Ljubljana.

Naslova avtorjev: doc. dr. Ivan Prebil, dipl. inž.
Samo Zupan, dipl. inž.,
oba
Fakulteta za strojništvo,
Ljubljana. Murnikova 2