

UDK 624.074.4:539.37

Določanje stabilnosti valjastih lupin brez faktorja nepopolnosti

ANTE CRNJAC – PETER CRNJAC

1. UVOD

Lupine se uporabljajo kot samostojni elementi ali pa kot sestavni elementi sodobnih konstrukcij na vseh področjih industrije. Nosilnost tankih lupin je povezana z izgubo stabilnosti, zato se problemu stabilnosti pripisuje posebna pozornost. V poslednjih 50 letih je bilo objavljenih veliko del v zvezi s stabilnostjo lupin. Rezultati raziskav so zelo različni, saj so matematični problemi, nehomogenost in neizotropnost materiala, nenatančnost izdelave, skratka nepopolnost lupine, vzrok za precejšnje razlike med dejanskimi stanji in teoretičnimi izračuni. Zaradi tega so včasih eksperimenti edini način, da se ugotovi dejanska vrednost stanja v lupini. V članku bodo prikazani rezultati znanstvenih preizkusov stabilnosti valjastih lupin in njihova primerjava s teoretičnimi izračuni. Na podlagi preizkusov bo tudi podan način izračuna kritične sile valjastih lupin brez upoštevanja faktorja nepopolnosti α .

2. MATERIAL IN IZDELAVA LUPIN

Lupine so bile izdelane iz maloogljčne jeklene pločevine Č.0147 (JUS C.B4.016), z debelinami 0,4, 0,5 in 0,6 mm, ki je primerna za plastično predelavo. Pločevina je bila umirjena in površina dekapirana. Lupine so izdelali v tovarni EMO – Celje po načelu globokega vleka, kakor izdelujejo lonce. Zaradi tega ni bilo treba variti pločevine, to bi povzročilo nehomogenost in anizotropnost materiala in s tem tudi nerealne podatke pri preizkusih.

Znano je, da plastične deformacije poslabšajo fizikalne lastnosti materiala in jih lahko s toplotno obdelavo povrnemo v prvotno stanje. Torej, zaradi povečanja temperature, nastane v materialu rekristalizacija, tj. nastanek novih zrn in tako dobi material nazaj prvotne mehanske, magnetne in elastične lastnosti.

Rezultati trgalnih preizkusov na epruvetah, izrezanih iz toplotno obdelanega lonca, so pokazali, da so se s toplotno obdelavo povrnila fizikalne lastnosti materiala v običajne meje in so zelo blizu vrednostim, ki jih je imel material pred globokim vlekom. V posebnem stroju je bilo loncem odrezano dno, prav tako pa tudi odveden material na drugi strani. Ker so lupine žarili za odpravo vseh lokalnih notranjih napetosti, ki so nastale zaradi plastične deformacije, je po rezanju lupina obdržala enako valjasto obliko kakor prvotni lonec.

3. PRIPRAVA LUPINE ZA PREIZKUS

Znano je, da odstopki od geometrijske oblike lupine zelo kvarno vplivajo na realne rezultate. Zaradi tega je bila največja skrb, doseči najpopolnejšo obliko lupine.

Zgornja in spodnja roba sta bila ravna in vzporedna. Ravnost robov je bila optično preverjena. Na ravno brušeno površino je bila postavljena lupina in od zunaj osvetljena. V notranjem, temnem delu je bilo lahko ugotoviti, ali na posameznih odsekih po obodu prodira svetloba. Rob je bilo treba brusiti tako dolgo, dokler v notranjosti lupine ni bilo več opaziti nobenih sledov svetlobe.

Odstopki geometrične oblike lupine so bili izmerjeni z drsečim komparatorjem razločljivosti 0,01 mm. Na lupini

je bila narisana mreža in v vsaki točki mreže se je odbirala vrednost na komparatorju. Tako smo dobili relief lupine, iz katerega je bilo mogoče ugotoviti, da je bil največji odstop okoli 0,1 mm, kar je zanemarljivo majhno (komaj zaznavna ovalna oblika). Tudi razlike v debelini stene so bile zanemarljivo majhne.

4. IZBIRA DIMENZIJ LUPIN

4.1. Premier lupine

Lupine so imele različne premere, in sicer: $D = 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600, 650, 700, 750, 800, 850, 900, 950$ in 1000 mm. Od vsakega premera je bilo izdelanih po 5 vzorcev.

4.2. Dolžina lupine

Po uveljavljeni teoriji kritična obremenitev aksialno obremenjene valjaste lupine ni odvisna od njene dolžine. Toda preizkusi so pokazali, da mora biti dolžina lupine

$$0,75 D < L < 15 D \quad (1),$$

kjer pomenita:

D – premer lupine,
 L – dolžino lupine.

Pri lupinah, ki so bile krajše od $0,75 D$, so robne motnje vplivale na pojav kritične sile, tiste pa, ki so bile daljše od $15 D$, so se obnašale kot cevne palice.

Zaradi omejene velikosti strojev so bile izbrane dolžine lupin

$$L = 1,4 D \quad (2).$$

4.3. Debelina stene

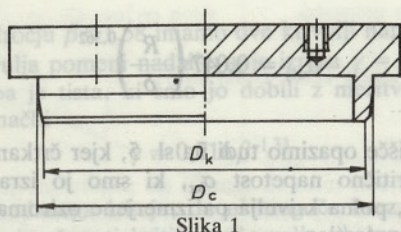
Izbrane debeline sten lupine:

$$\delta = 0,4, 0,5 \text{ in } 0,6 \text{ mm}$$

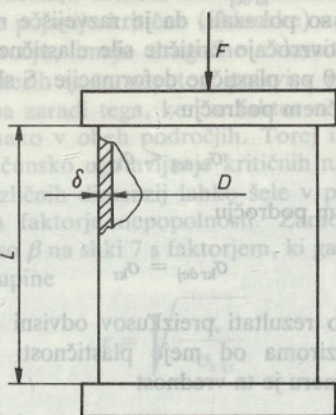
5. PREIZKUS LUPIN

Preizkusi so bili opravljeni na Institutu za naučno istraživački rad »Đuro Đaković« v Slavonskem Brodu.

Stroj za preizkušanje je bila stiskalnica Alfred Amsler z možnostjo obremenitve do $300\,000$ N, z razdelbo 100 N in avtomatičnim dopolnjevanjem, tako da se obdrži konstanten tlak olja poljubno dolgo. Lupina je bila vstavljena med dve masivni plošči. S tem je bila izključena vsaka možnost za upogibanje plošče zaradi aksialne obremenitve. Oblika plošče je prikazana na sliki 1. Premier valjastega dela plošče D_c je tako izbran, da rabi kot vodilo in obenem ustvarja togost lupine in tako onemogoča vpliv lokalnih robnih motenj. Plošča ima preprosto obliko in je zelo praktična za hitro montažo in demontažo. Na sliki 2 je prikazana lupina, pripravljena za preizkus.



Slika 1



Slika 2

kjer pomenijo:

$D_c = D + 0,15 \delta$ – premer valjastega dela plošče,

$D_k = D - \delta$ – premer konusnega dela plošče,

D – notranji premer lupine,

δ – debelino stene lupine.

Zaradi izravnave morebitnih nevzporednih robov lupine je bil vstavljen med bat stiskalnice in zgornjo ploščo členkasti vložek. Lupina je bila obremenjevana z aksialno pritiskalno silo, ki se je povečevala postopoma. Ves čas so bile opazovane površina lupine in morebitne spremembe oblike.

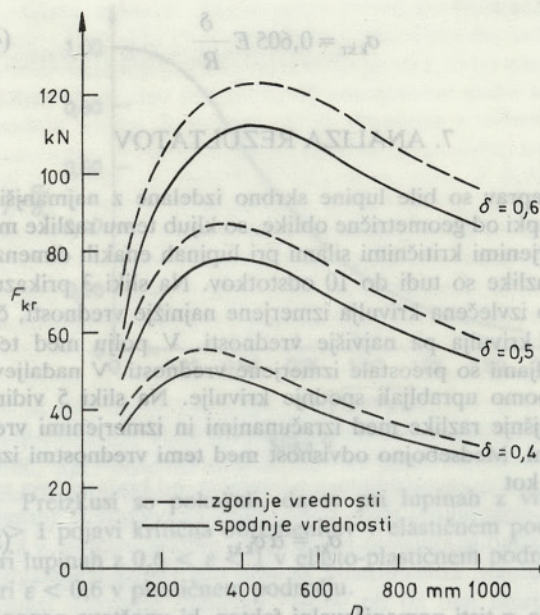
Pri določeni obremenitvi so se pojavile na lupinah deformacije. Pri lupinah večjih premerov imajo te deformacije obliko mreže romboidov. Ta pojav se zgodi hipoma in povzroči v lupini začasno ravnotežno stanje. To stanje bomo imenovali *nestabilno* stanje, a silo, ki je povzročila to stanje, *kritično* silo. Stanje lupine do kritične sile bomo imenovali *stabilno* stanje.

S pojavom romboidnih deformacij se je zmanjšala vrednost kritične sile približno za 4 odstotke. Pri postopnem razbremenjevanju se pojavi preskok iz romboidne površine v ravno pri približno 40-odstotni manjši sili od kritične vrednosti. Pri ponovnem postopnem obremenjevanju se pojav ponovi pri kritični sili, ki je približno za 5 odstotkov manjša od prve. Pri lupinah manjših premerov je kritična sila povzročila lokalne deformacije, ki niso izginile pri razbremenitvi lupine.

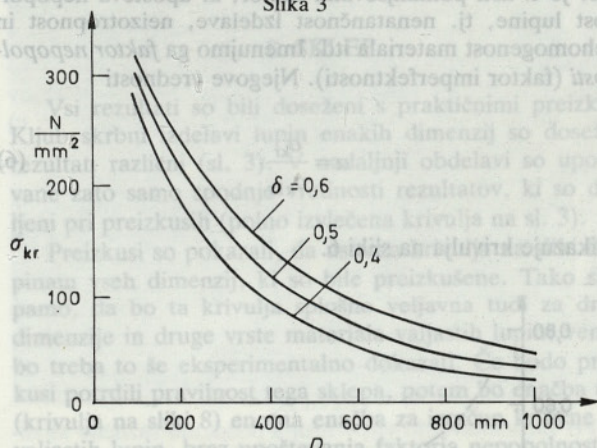
6. REZULTATI PREIZKUSOV

Izmerjene vrednosti kritičnih sil F_{kr} so prikazane v obliki krivulj na sliki 3, na sliki 4 pa ustrezne kritične napetosti:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{D \pi \delta} \quad (3),$$

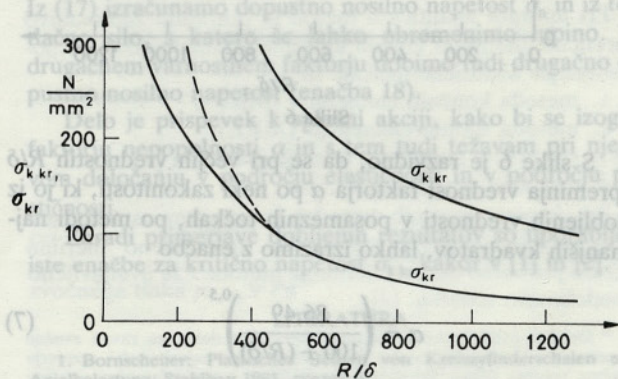


Slika 3



Slika 4

kjer je F_{kr} najnižja vrednost kritične sile od petih izmerjenih vrednosti na lupinah z enakim premerom in enako debelino stene.



Slika 5

Na sliki 5 je prikazana krivulja kritičnih napetosti σ_{kr} v odvisnosti od brezdimenzijskega faktorja R/δ . Prikazana je tudi krivulja idealne kritične napetosti, ki smo jo izračunali po ustaljeni teoriji

$$\sigma_{kkr} = 0,605 E \frac{\delta}{R} \quad (4).$$

7. ANALIZA REZULTATOV

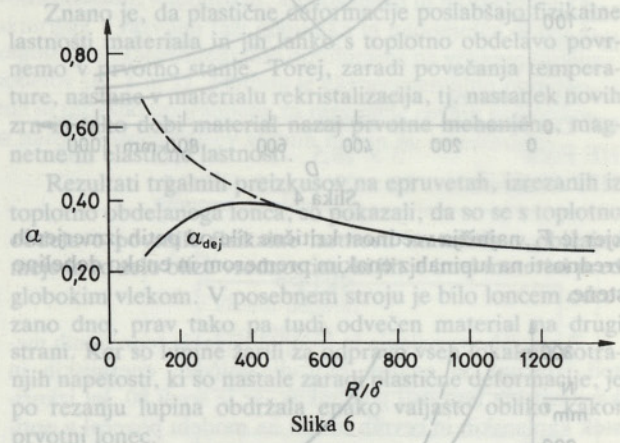
Čeprav so bile lupine skrbno izdelane z najmanjšimi odstopki od geometrične oblike, so kljub temu razlike med izmerjenimi kritičnimi silami pri lupinah enakih dimenzij. Te razlike so tudi do 10 odstotkov. Na sliki 3 prikazuje polno izvlečena krivulja izmerjene najnižje vrednosti, črtkana krivulja pa najvišje vrednosti. V polju med temi krivuljami so preostale izmerjene vrednosti. V nadaljevanju bomo upravljali spodnje krivulje. Na sliki 5 vidimo precejšnje razlike med izračunanimi in izmerjenimi vrednostmi. Medsebojno odvisnost med temi vrednostmi izrazimo kot

$$\sigma_{kr} = \alpha \sigma_{kkr} \quad (5),$$

kjer je α tisti pomanjševalni faktor, ki upošteva nepopolnost lupine, tj. nenatančnost izdelave, neizotropnost in nehomogenost materiala itd. Imenujmo ga *faktor nepopolnosti* (faktor imperfektnosti). Njegove vrednosti

$$\alpha = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{kkr}} \quad (6)$$

prikazuje krivulja na sliki 6.



Slika 6

S slike 6 je razvidno, da se pri večjih vrednostih R/δ spreminja vrednost faktorja α po neki zakonitosti, ki jo iz dobljenih vrednosti v posameznih točkah, po metodi najmanjših kvadratov, lahko izrazimo z enačbo

$$\alpha = \left(\frac{86,49}{100 + (R/\delta)} \right)^{0,5} \quad (7)$$

Pri vrednosti $R/\delta = 450$ pa se pojavi razvejišče. Črtkana krivulja pomeni vrednost faktorja α , če bi ga naprej računali po enačbi (7), polna krivulja pa prikazuje dejansko vrednost faktorja α (α_{dej}), ki smo jo dobili z meritvami. Tudi to krivuljo lahko izrazimo z enačbo

$$\alpha_{dej} = 0,047 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{0,362} \quad (8)$$

Razvejišče opazimo tudi na sl. 5, kjer črtkana krivulja pomeni kritično napetost σ_{kr} , ki smo jo izračunali po enačbi (5), polna krivulja pa izmerjene oziroma dejanske kritične napetosti σ_{krdej} .

Preizkusi so pokazali, da je razvejišče meja, kjer pri $R/\delta > 450$ povzročajo kritične sile elastične deformacije, pri $R/\delta < 450$ pa plastične deformacije. S slike 5 vidimo, da je v plastičnem področju

$$\sigma_{krdej} < \sigma_{kr} \quad (9)$$

in v elastičnem področju

$$\sigma_{krdej} = \sigma_{kr} \quad (10).$$

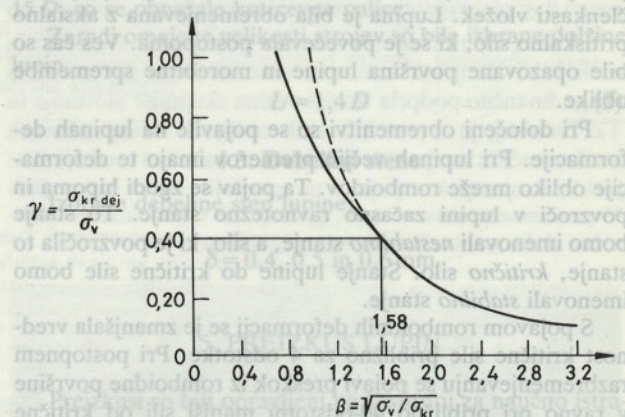
Seveda so rezultati preizkusov odvisni tudi od vrste materiala, oziroma od meje plastičnosti materiala σ_v . V našem primeru je ta vrednost

$$\sigma_v = 270 \text{ N/mm}^2 \quad (11).$$

Vpeljimo razmerje med

$$\beta = \sqrt{\frac{\sigma_v}{\sigma_{kr}}} \text{ in } \gamma = \frac{\sigma_{krdej}}{\sigma_v} \quad (12).$$

Krivulja na sliki 7 prikazuje vrednost β v odvisnosti od γ .



Slika 7

Razvejišče je pri $\beta = 1,58$, tj. v točki, ko doseže kritična napetost vrednost

$$\sigma_{kr} = \sigma_{krdej} = 0,4 \sigma_v \quad (13)$$

oziroma pri $\sigma_{kr} = 108 \text{ N/mm}^2$.

Pri vrednosti $\beta > 1,58$ sledi krivulja enačbo

$$\gamma = 1/\beta^2 \quad (14).$$

V področju $\beta < 1,58$ imamo dve krivulji napetosti. Črtkana krivulja pomeni nadaljevanje izraza $\gamma = 1/\beta^2$, polna krivulja pa je tista, ki smo jo dobili z meritvami. Le ta ustreza enačbi

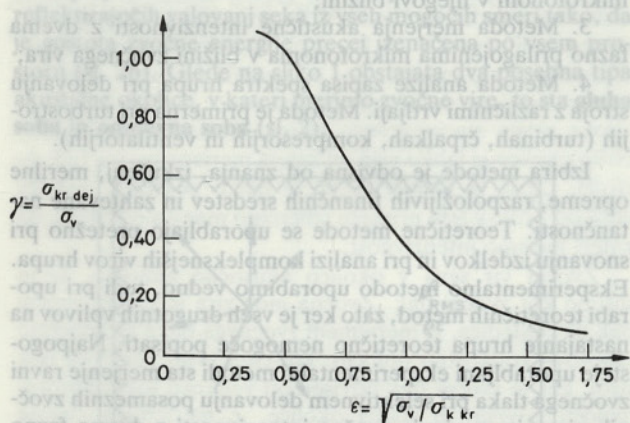
$$\gamma = 0,716 \beta^{-1,33} \quad (15)$$

Iz povedanega izhaja, da ni mogoče brez preizkusov zanesljivo izračunati kritične sile valjastih lupin. Lupine, pri katerih se pojavijo kritične (uklonske) napetosti v elastičnem področju, imajo drugačne zakonitosti od tistih lupin, pri katerih se ta napetost pojavi v plastičnem področju. To pa zaradi tega, ker se faktor nepopolnosti ne spreminja enako v obeh področjih. Torej imamo enoten kriterij za računsko ugotavljanje kritičnih napetosti valjastih lupin različnih dimenzij lahko šele v primeru, ko ta kriterij nima faktorja nepopolnosti. Zaradi tega zamenjamo absciso β na sliki 7 s faktorjem, ki ga bomo imenovali vitkost lupine

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sigma_v}{\sigma_{kkr}}} \quad (16)$$

Izraz (16) je znana veličina, saj smo α , določili laboratorijsko (11) in σ_{kkr} izračunali po uveljavljeni metodi (4). Vrednost σ_{krdej} v faktorju γ smo dobili s preizkusi (sl. 5). Tako smo dobili krivuljo na sliki 8, ki pomeni odvisnost faktorjev ε in γ . To odvisnost lahko napišemo v obliki enačbe

$$\gamma = \frac{1,515}{(1 + \varepsilon^{2,4})^2} \quad (17)$$



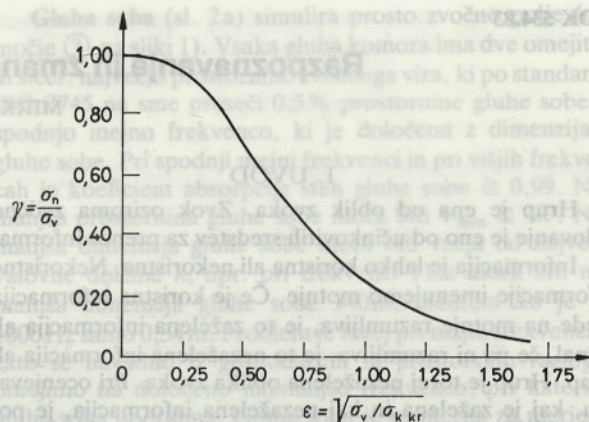
Slika 8

Seveda mora biti v praksi nosilna napetost lupine σ_n manjša od kritične σ_{krdej} . Če se odločimo, da je

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{krdej}}{1,5} = \frac{\gamma \sigma_v}{1,5} \quad (18)$$

dobimo novo krivuljo, ki je prikazana na sliki 9. To krivuljo lahko izrazimo z enačbo

$$\gamma = \frac{1,01}{(1 + \varepsilon^{2,4})^2} \quad (19)$$



Slika 9

Preizkusi so pokazali, da se pri lupinah z vitkostjo $\varepsilon > 1$ pojavi kritična obremenitev v elastičnem področju, pri lupinah z $0,6 < \varepsilon < 1$ v elasto-plastičnem področju in pri $\varepsilon < 0,6$ v plastičnem področju.

8. SKLEP

Vsi rezultati so bili doseženi s praktičnimi preizkusi. Kljub skrbni izdelavi lupin enakih dimenzij so doseženi rezultati različni (sl. 3). V nadaljnji obdelavi so upoštevane zato samo spodnje vrednosti rezultatov, ki so dobljeni pri preizkusih (polno izvečena krivulja na sl. 3).

Preizkusi so pokazali, da ustreza krivulja na sliki 8 lupinam vseh dimenzij, ki so bile preizkušene. Tako sklepamo, da bo ta krivulja splošno veljavna tudi za druge dimenzije in druge vrste materiala valjastih lupin, vendar bo treba to še eksperimentalno dokazati. Če bodo preizkusi potrdili pravilnost tega sklepa, potem bo enačba (17) (krivulja na sliki 8) enotna enačba za izračun kritične sile valjastih lupin, brez upoštevanja faktorja nepopolnosti α . Seveda kritične sile v praksi ne smemo doseči. Upošteva- joč varnostni faktor 1,5 dobimo krivuljo na sliki 9, oziroma enačbo (19), ki je prav tako kakor enačba (17) dobljena iz znanih točk, po metodi najmanjših kvadratov. Iz (17) izračunamo dopustno nosilno napetost σ_n in iz tega tlačno silo, s katero še lahko obremenimo lupino. Pri drugačnem varnostnem faktorju dobimo tudi drugačno dopustno nosilno napetost (enačba 18).

Delo je prispevek k splošni akciji, kako bi se izognili faktorju nepopolnosti α in s tem tudi težavam pri njegovem določanju v področju elastičnosti in v področju plastičnosti.

Zaradi primerjave dobljenih rezultatov so uporabljene iste enačbe za kritično napetost σ_{kkr} kakor v [1] in [2].

LITERATURA

1. Borscheuer: Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung: Stahlbau 1981, zvezek 9.
2. Borscheuer: Zur α -freien Bemessung dünnwandiger Schalen – Stahlbau 1985, zvezek 4.

Naslova avtorjev: prof. dr. Ante Crnjac, dipl. inž. str.
Peter Crnjac, dipl. inž. fiz.
Tehniška fakulteta – Maribor