UDK 531.24

Nedoločenost približnega iskanja težišč

Uncertainty of Approximate Centroid Determination

ANDRO ALUJEVIČ

Ob gledanju ene od šolskih televizijskih oddaj BBC v Londonu, ko so zastavili in pojasnili navigacijski problem ladij s tremi svetilniki, mi je postalo bolj jasno, kaj grešimo v naših učbenikih in pri predavanjih statike o določevanju težišč (npr. E. Prelog, 1955, F. Cvetaš, 1988). Ker ponavadi uporabimo samo dve smernici, seveda vedno dobimo enovit rezultat. Izjema povsem »poljubne« zavrtitve rezultante vzporednih sil je trivialna — iztegnjeni kot ni uporaben.

Kadar pa opravimo nalogo določitve težišča nekega prereza s tremi povsem poljubnimi smermi (le vmesni koti naj bi bili vbočeni, torej manjši od 180°, da se izognemo permutacijskim težavam), kaj hitro lahko ugotovimo, da se smernice rezultant rade križajo v trikotnik. Zastaviti si moramo vprašanje, ali težišče sploh leži znotraj tega lika oziroma, kolikšna je verjetnost. Odgovor na tako vprašanje je morda kar presenetljiv - samo 25 odstotkov je možnosti, da iskano težišče res leži v dobljenem trikotniku. Čim manjši je trikotnik, tem manj je možnosti, da težišče sploh tiči v njem. Vzrok so odstopki (napake), ki jih lahko zagrešimo pri določitvi rezultant, bodisi translacijsko ali rotacijsko. Kdor je že imel opraviti z Zoom teleobjektivom pri fotografiranju, bo tudi tako laže razumel pojav nastalega »pogreška«.

Ker je napaka premika ali zavrtitve smeri seveda tudi lahko pozitivna in negativna, je pri treh neodvisnih meritvah mogoče dobiti osem kombinacij (+++, ++-, +-+, +--, -++, -+-, --+, ---), od katerih pa samo dve (+++ in ---) dajeta največji izkoristek, znotraj katerega je iskana točka težišče prereza (sl. 1). Če koti med smernicami ne bi bili vbočeni (lako pa so ostri ali topi), se pravilo izkaže malo drugače, z iztegnjenim kotom pa rešitve ni, saj sta obe smeri tedaj med seboj odvisni.

Podobno bi obravnavali tudi prostorski (tridimenzionalni) primer, ko potrebujemo kar štiri smernice, ki med seboj izrežejo četverec (tetraeder). Verjetnost, da je težišče znotraj tega jedra pa je komaj 12,5 odstotka.

Kar smo povedali o približnem določanju težišč, velja tako pri grafičnem kakor tudi pri numeričnem postopku iskanja. V slednjem primeru se poleg mogočih napak stroja in metode pojavijo še napake vhodnih in izhodnih podatkov.

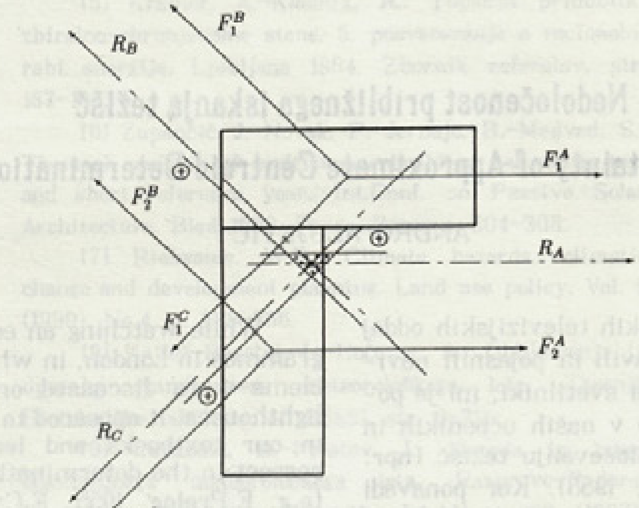
While watching an educational BBC TV programmes in London, in which boat navigation problems were discussed on the example of three lighthouses, it appeared to me what may be wrong in our textbooks and lectures on statics with respect to the determination of centres of gravity (e.g. E.Prelog, 1955, F.Cvetaš, 1988). There are usually two directions considered, yielding a single result. The only exception, of an »optional« angle of rotation for the resultant of parallel forces, is trivial - an extended flat one is not applicable.

If the task of centroid search is performed by three independent lines (where intermediate angles must be concave, i.e. smaller than 180° in order to avoid certain permutation problems), it can be seen that the three lines often cross in a triangle. It must be questioned, whether the centroid is to be found inside the area enclosed by the cutting, or what is the probability of it being so. The answer to such a question may be surprising - there is only a 25 percent possibility of the centroid really being inside. The smaller the size of the triangle, the less is the probability of incorporating the centre of gravity, reaching vanishing point. The reason are deviations (mistakes) being made while evaluating the resultants from translation and rotation sources. Anyone who has used a Zoom lens while taking photographs, understands the phenomenon of »error« encountered.

Since the translation and rotation errors may be positive or negative, three independent measurements render eight combinations (+++, ++-, +-+, +--, -++, -+-, --+, ---), only two of them (+++ and ---) yielding the largest area, in which the required point of the sectional centroid lies (fig.1). If the intermediate angles are not concave (though they may be narrow or obtuse), the rule has to be adapted, while an extended flat angle gives a singular solution, the two directions being interdependent on each other.

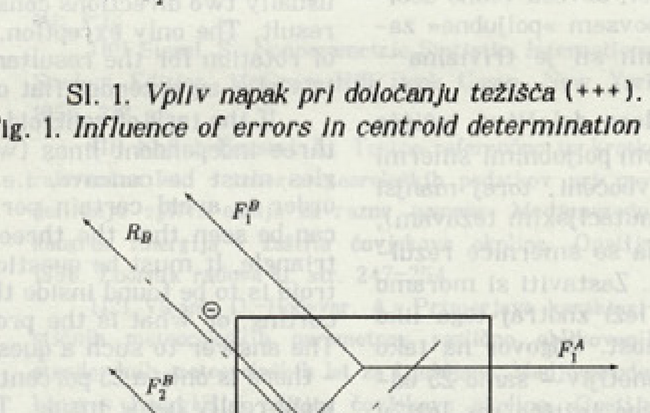
Similarly, a 3D space case can be dealt with by four resultants, the lines rendering a tetrahedral cutting. The probability of the centroid point being found inside such kernel is only 12.5 percent.

What has been said on approximate centroid determination, applies to both graphic and numerical methods. In the latter case, in addition to machine and method errors, input and output data errors must also be taken into account.



Sl. 1. *Vpliv napak pri določanju težišča* (+++).

Fig. 1. *Influence of errors in centroid determination* (+++).



Sl. 2. *Vpliv napak pri določanju težišča* (++–).

Fig. 2. *Influence of errors in centroid determination* (++–).

Avtorjev naslov: prof. dr. Andro Alujevič, dipl. inž.
Univerza v Mariboru
Tehniška fakulteta
Maribor, Smetanova 17
Slovenija

Author's Address: Prof. Dr. Andro Alujevič, Dipl. Ing.
University of Maribor
Faculty of Engineering
Maribor, Smetanova 17
Slovenia

Prejeto: 18.6.1992
Received:

Sprejeto: 18.9.1992
Accepted: