

UDK 621.822.8:621.01:539.38

Metoda za natančnejši izračun nosilnosti kotalnih vrtljivih zvez transportnih naprav**A Precise Method of Rotational Connection Carrying Capacity Calculation on Transportation Machines**

SAMO ZUPAN – IVAN PREBIL – KATARINA DROBNIČ

V prispevku je predstavljen model za izračun porazdelitve obremenitve kotalnih elementov ležajev velikih dimenzij, ki so vgrajeni v vrtljive zveze različnih transportnih naprav na vozilih in mobilnih strojih, pa tudi drugje. Nosilnost kotalnega ležaja je določena glede na največjo dopustno kontaktno silo in se večinoma izračuna s predpostavko, da sta obroča ležaja idealno toga, kar da matematično pravilne krivulje porazdelitve sil po obodu obročev. Resnično stanje je zaradi podajnosti podpornih konstrukcij in neenakomerne pritrditve obročev lahko bistveno drugačno. Rezultati analiz in meritev kažejo, da bo v prihodnje v določenih primerih pri izbiranju ležaja nujno treba preveriti njegovo nosilnost ob upoštevanji elasticnosti celotne konstrukcije, v katero je ležaj vgrajen.

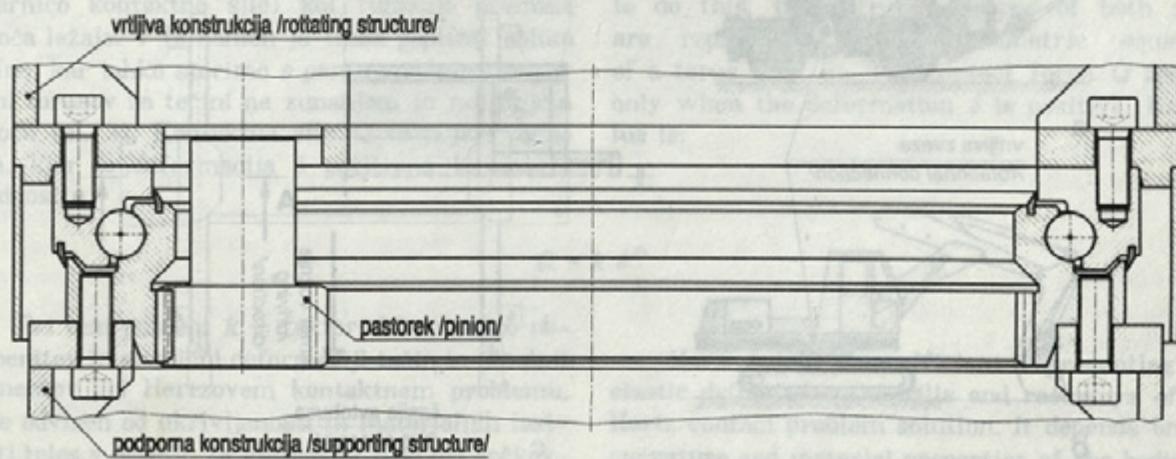
The paper presents a model for the computation of load distribution to rolling elements of a large dimension rolling bearing built into various forms of transport machinery. The carrying capacity is determined using the highest contact force allowed, while presuming the total rigidity of both rings. The results are mathematically correct curves of force distribution along the rings. In practice however, the elasticity of support structure and non uniformity of ring fixing cause some differences. The computation results show that in future the selection of the bearing will have to include a check on its carrying capacity in relation to the elasticity of the whole structure.

0 UVOD

Za vrtljive ali nihajoče zveze dveh delov nosilnih konstrukcij pri raznovrstnih napravah so v današnjem času najpogosteje uporabljeni specialni kotalni ležaji velikih dimenzij. Naloga ležajev je prenašanje velikih aksialnih sil, prekucnih momentov in tudi radialnih sil, vendar so slednje v večini primerov sorazmerno majhne in zato zanemarljive. Najpogosteje uporabljena oblika ležajev je štiritočkovni enoredni kroglični ležaj (sl. 1). Prenos obremenitve z vrtljive konstrukcije prek

0 INTRODUCTION

Rotating or oscillating substructures in industrial equipment are usually connected with rolling bearings of large dimensions. The bearings transfer axial forces and turnover moments. The radial forces however are usually very small and can be neglected. Load transfer from the rotating (upper) structure through the bearing rings and rolling elements (Fig. 1) is



Sl. 1. Primer vrtljive zveze
Fig. 1. Example of a rotational connection

vijačne zveze, ležajnih obročev in kotalnih elementov (kroglica, valjček) na podporno konstrukcijo je statično nedoločen primer, saj se obremenitev porazdeli po obodu ležaja na veliko število kotalnih elementov.

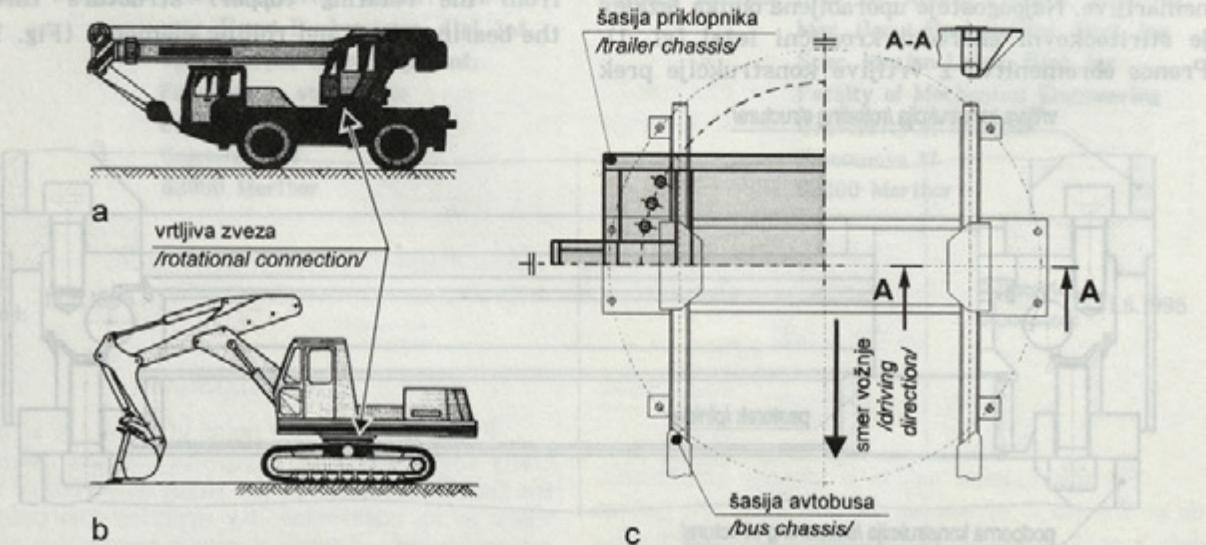
Modeli za izračun porazdelitve obremenitve po kotalnih elementih ležaja [1], [2], [6], pri katerem imajo obroči razmeroma majhen prerez in so privijačeni na konstrukcijo z enakomerno porazdeljenimi vijaki, temeljijo na predpostavki tогih zgornjih in spodnjih nosilnih konstrukcij. Upoštevajo elastične deformacije v področju stikov med kotalnimi elementi in tečinama [3]. Po tej predpostavki so pri čisti aksialni obremenitvi vsi kotalni elementi obremenjeni enako. Pri kombinirani obremenitvi (aksialna sila, moment, radialna sila) se porazdelitev obremenitve spremeni. Diagram porazdelitve kontaktnih sil po obodu kotalne krožnice je podoben grafu sestavljenem trigonometrične funkcije.

Podporne konstrukcije, na katere sta z vijačno zvezo pritrjena obroča ležaja, so v splošnem zelo različne. Kljub temu lahko ugotovimo nekatere skupne značilnosti. Večina večjih dvigal in bagrov ima podporne konstrukcije v obliki obročastih nosilcev različnih škatlastih prerezov, na katere so radialno ali poševno priključene tri ali več podpornih nog. Konstrukcije, ki so pritrjene na različna vozila (npr. avtovigalo - sl. 2a), so oblikovno bolj različne. Spodnji del je običajno sestavljen iz dveh nosilcev, na katere je vpeta osnovna plošča ležaja, ki je okrepljena z navpičnimi rebri. Zgornji vrtljivi del nosilne konstrukcije je pogosto izveden kot obročni nosilec, na katerega so prigrajena delovna orodja, ki pri uporabi obremenjujejo vrtljivo zvezo z lastno težo ter statičnimi in dinamičnimi zunanjimi obremenitvami. Pri nekaterih napravah je

statically a non-determined case — the load is distributed to a large number of elements.

Existing models for the computation of load distribution to the rolling elements (the rotational connection has bearing rings with relatively small cross sections, fixed with uniformly spaced fixing screws) [1], [2], [6] consider the upper and lower supporting structure to be ideally stiff. Elasticity appears only in the contacts between the rolling elements and the raceways [3]. This results in uniform loads of all rolling elements, when the bearing is axially loaded. The load distribution changes, however, when the bearing load is a combined one (axial force, turnover moment, radial force). The graph of contact force distribution resembles a function combined from several trigonometric functions.

The support structures, that carry both large diameters bearing rings fastened with a prestressed screw connection, can generally take very differing shapes. Nevertheless, there are some common points. The support structures of bigger cranes and excavators are in the form of a carrying ring with different rectangular sections, supported by three or more legs. The mobile designs (mobile crane - Fig. 2a) show greater variety. The lower part usually consists of two beams carrying the bearing supporting plate. The plate is reinforced with vertical ribs. The upper (rotating or oscillating) part of the structure usually takes the form of a carrying ring with mounted machinery, which loads the structure (and bearing) with its own weight and external static and dynamic forces. In some designs the bearing is fixed to its supporting structure only at a few points (articulated bus - Fig. 2c). The biggest part of the bearing ring is unsupported. Its



Sl. 2. Primeri podpornih konstrukcij: a) avtovigalo, b) bager c) zgibni avtobus
Fig. 2. Examples of supporting structures: a) mobile crane, b) excavator, c) articulated bus

ležaj vpet na nosilne konstrukcije samo na nekaj mestih (npr. pri zgibnih avtobusih, sl. 2c). Večji del obroča sploh ni podprt in je zato podajnost obročev na teh mestih bistveno večja kakor v točkah vpetja.

Razvoj programske opreme za analizo nosilnih konstrukcij omogoča uresničitev že dolgo opazne želje po optimirjanju. Potreba je upravičena, ker se delovne obremenitve in dimenzijske konstrukcij ter s tem premeri ležajev povečujejo. Z zmanjševanjem teže konstrukcij se pojavi nevarnost prevelike podajnosti oz. neenakomerne togosti konstrukcij v neposredni okolini ležaja v vrtljivi zvezi. To nedvomno vpliva na porazdelitev obremenitve v kotalnih elementih, zaradi česar postane predpostavka o togih konstrukcijah nenatančna in vprašljiva. Zato moramo pri doslednem reševanju problema porazdelitve obremenitve upoštevati resnične togosti nosilnih konstrukcij [4], [5], [7] do [11].

1 SPLOŠNI MODEL ZA IZRAČUN PORAZDELITVE OBREMEMENITVE PO KOTALNIH ELEMENTIH LEŽAJA

1.1 Idealno toge podporne konstrukcije

Zaradi delovanja zunanje obremenitve na enega izmed obročev ležaja se ta v prostoru relativno premakne proti drugemu. Premik je podan s translacijami x_t , y_t , z_t ter rotacijama α_x in α_y ter je sestavljen iz deleža zaradi ohlapa v ležaju, elastične deformacije kontakta med kotalnim elementom in tečinama ter elastične deformacije podpornih konstrukcij, ki jih v tej fazi ne upoštevamo. Posledica elastičnih deformacij v kontaktih so sile (reakcije), katerih vsota drži ravnotežje zunanjih obremenitvi.

Za vsak kotalni element je treba najprej izraziti kontaktne deformacije in sile ter dejanske kote nošenja (med ravnino kotalne krožnice in smernico kontaktne sile) kot funkcijo premika obroča ležaja. V ta namen je treba popisati obliko tečine, kar lahko storimo s parametričnimi enačbami torusov za tečini na zunanjem in notranjem obroču (sl. 3). Kontaktna sila Q se pojavi samo tam, kjer je deformacija δ pozitivna in doseže vrednosti:

$$Q = k \delta^n \quad (1)$$

Pri tem pomeni k – faktor, ki povezuje obremenitev in elastični deformaciji tečin in kotalnih elementov pri Hertzovem kontaktinem problemu, in je odvisen od ukrivljenosti in materialnih lastnosti teles v dotiku. Za eksponent n je pri točkovnem dotiku privzetna vrednost $n = 1.5$, pri linijskem pa $n = 1.08$ [4].

flexibility in these sections is therefore much higher than in the fixing points.

Structure optimisation has become possible with the development of the software for supporting structure analysis. This is essential, because as the dimensions of the structures increase, so their weight decreases. Consequently the bearings and control elements become larger, thus increasing the danger of excessive flexibility of bearing rings and their supporting structures. This has an important influence on the load distribution on the rolling elements. Thus the supposition of stiff supporting structures leads to inaccurate results. Considering the above, the actual stiffnesses of the parts of the support structure must be taken into account [4], [5], [7] to [11].

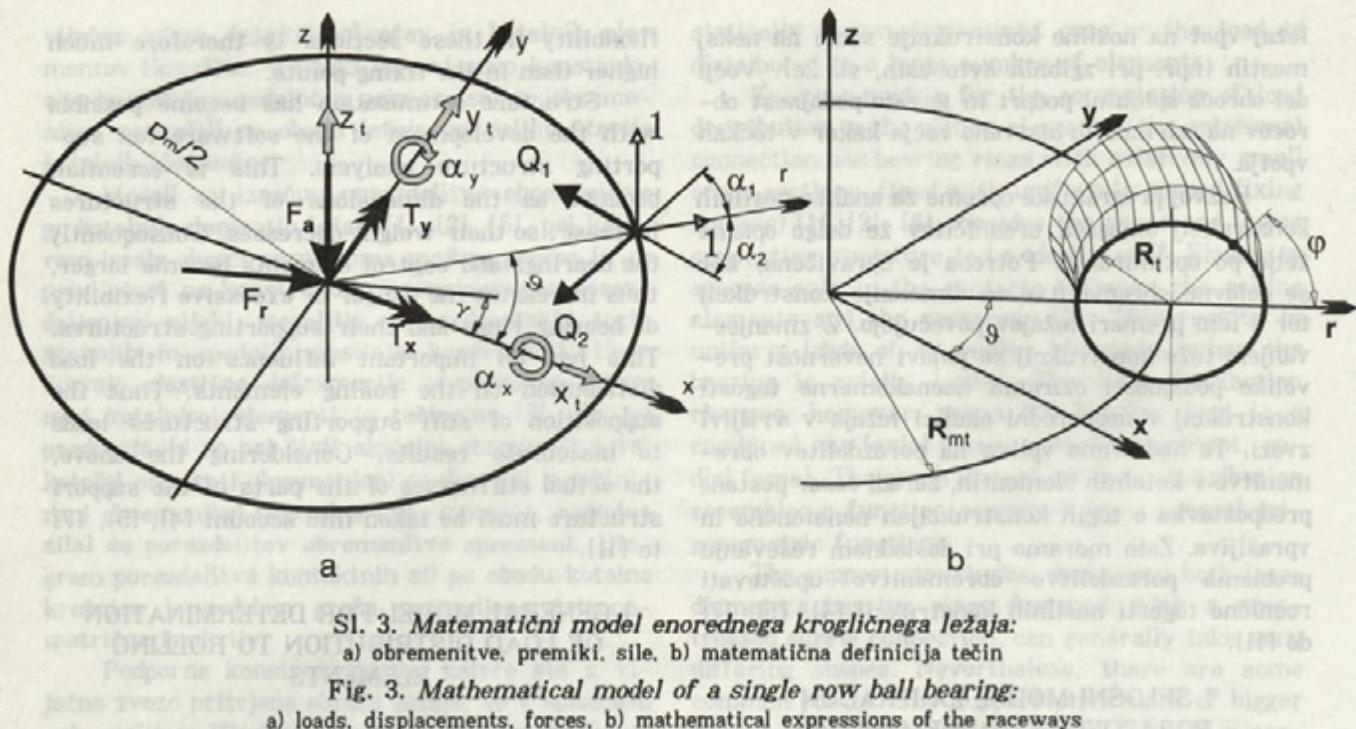
1 GENERAL MODEL FOR DETERMINATION OF LOAD DISTRIBUTION TO ROLLING ELEMENTS

1.1 Ideally rigid supporting structures

The external load on one of the bearing rings shifts (displaces) it relatively to the other ring. The displacement is described with the translation components x_t , y_t , and z_t , and the rotation components α_x and α_y . It consists of the portions caused by the bearing play, elastic deformation in the contact points of the raceways and the rolling element, and elastic deformation of the supporting structure (not taken into account in this phase). The elastic displacements in the contact points encase the contact forces creating an equilibrium with respect to the external loads.

First the contact forces and the carrying angles for each element must be expressed as functions of the bearing ring shift. In order to do this, the raceway shapes of both rings are represented using parametric equations of a torus (Fig. 3). The contact force Q appears only when the deformation δ is positive. Its value is:

Here k is the coefficient representing the elastic deformation of balls and raceways of the Hertz contact problem solution. It depends on the curvature and material properties of the bodies in contact. The exponent $n = 1.5$ is valid for point contacts, $n = 1.08$ for line contacts [4].



Sl. 3. Matematični model enorednega krogličnega ležaja:
a) obremenitve, premiki, sile, b) matematična definicija tečin

Fig. 3. Mathematical model of a single row ball bearing:

a) loads, displacements, forces, b) mathematical expressions of the raceways

Če predpostavimo, da so podporne konstrukcije in obroči ležaja idealno togi, lahko zapišemo sistem petih nelinearnih enačb, ki za vrteči se oziroma nihajoči obroč ležaja pomenijo statični ravnotežni pogoj (sile v smeri vseh treh koordinatnih osi in momenti okrog osi x in y; sl. 3). Rešitev tega sistema so premiki notranjega obroča proti zunanjemu, ko je doseženo ravnotežje med zunanjimi obremenitvami in kontaktnimi silami v ležaju. S tem so natančno izračunane tudi vse kontaktne sile v ležaju ter velikosti in lega kontaktnih površin, ki nastanejo med kotalnimi elementi in tečinama. Oboje je merilo za določanje nosilnosti ležaja. Dopustna kontaktna sila je določena glede na dovoljeno trajno deformacijo teles v dotiku (standard ISO 76) oziroma glede na pod površinske napetosti na meji kaljene plasti tečine ležaja. Dopustna velikost in lega kontaktnih površin na tečinah ležaja pa sta odvisni od geometrijskih omejitev tečine na obroču ležaja, to je od tipa in konstrukcijskih posebnosti ležaja.

Za podan statični obremenitveni primer je tako po tem postopku mogoče določiti varnost tečine. Z iterativnim ponavljanjem lahko izračunamo največjo dopustno kombinacijo zunanjih obremenitev (običajno največji dovoljeni prekucni moment pri znani radialni in aksialni obremenitvi) oziroma nosilnostni diagram ležaja.

1.2 Elastične podporne konstrukcije

Ko se zaradi zunanja obremenitve na kotalnih elementih pojavi kontaktne sile, se zaradi njih deformirajo obroči ležaja skupaj s podpornimi

A system of five nonlinear equations (forces along the three coordinate axes and moments along x and y axes - Fig. 3) represents the static equilibrium for the rotating (oscillating) bearing ring provided that the supporting structures and bearing rings are ideally rigid. The solutions of this system are the relative displacements between the bearing rings when the equilibrium between the external loads and the contact forces in the bearing is reached. The results also give all the contact forces and the sizes and positions of contact surfaces between the rolling elements and the raceways. These results are the criterion for determination of the bearing carrying capacity. The maximum allowed contact force is determined from the subsurface stress in the hardened layer of the raceway and maximum allowed deformation of the contact bodies (ISO 76). The maximum allowed size of the contact surfaces and the contact angle depend on the geometric limitations of the raceway and the type of bearing.

In this way it is possible to calculate the safety factor of the raceway for a given static load case. By means of the iteration it is also possible to determine the maximum allowed external load combination (usually maximum turnover moment with given radial and axial forces), i.e., carrying capacity diagram of the bearing.

1.2 Elastic supporting structures

The contact forces, caused by external loads, result in bearing ring and support structure deformation. The displacements in the position of each

konstrukcijami. Premiki vsakega kotalnega elementa so odvisni od togosti konstrukcije, ki se lahko po kotalni krožnici tudi precej spreminja. To lahko povzroči popolnoma drugačno porazdelitev kontaktnih sil in s tem drugačne največje vrednosti kakor pri prvotni predpostavki. Če želimo te deformacije upoštevati pri izračunu kontaktnih sil, je treba najprej določiti togost konstrukcij na mestih kotalnih elementov v različnih smereh (aksialni in radialni).

Optimiranje zahtevnejših konstrukcij si konstrukterji dandanes težko zamišljamo brez numerične analize z ustreznimi programskimi paketi. Te metode je primerno uporabiti tudi za izračun elastičnih premikov podporne in vrtljive konstrukcije (vključno z obročema ležaja) na mestih, kjer so kotalni elementi. Če se omejimo na metodo končnih elementov, moramo najprej izdelati čim bolj natančna prostorska modela konstrukcij skupaj z obročema ležaja.

Prostorska modela posamično obremenimo z enotskimi silami na položaju vsakega kotalnega elementa v radialni (sl. 3, os r) in aksialni smeri (os z). To pomeni $2n_{k.e.}$ obremenitvenih primerov, pri čemer je $n_{k.e.}$ število kotalnih elementov v vrsti. Zatem za vsak obremenitveni primer izračunamo premike konstrukcij v radialni in aksialni smeri na mestih, kjer so kotalni elementi. Ti rezultati pomenijo podajnostno matriko P , ki jo moramo izračunati posebej za vsak del nosilne konstrukcije. Matrika je simetrična in je sestavljena iz štirih kvadratnih matrik:

$$P = \begin{bmatrix} P_{rr} & P_{rz} \\ P_{rz} & P_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Posamezne matrike pomenijo: P_{rr} – premik v radialni smeri na enoto radialne sile zaradi radialnih sil, P_{rz} – premik v radialni smeri na enoto aksialne sile, P_{zr} – premik v aksialni smeri na enoto radialne sile zaradi radialnih sil in P_{zz} – premik v aksialni smeri na enoto aksialne sile zaradi aksialnih sil. Za izračun porazdelitve obremenitve kotalnih elementov je potrebna togostna matrika, ki jo dobimo z invertiranjem podajnostne matrike P :

$$K = P^{-1} =$$

rolling element depend on the structural stiffness, which can change considerably along the rolling circle. This can result in a distribution pattern and maximum values of contact forces different from those mentioned in the previous chapter. In order to include these displacements in the calculation of contact forces it is necessary to determine the stiffness of the supporting structures in the axial and radial directions.

The optimisation of a complex structure is possible only with the use of numerical analysis based on suitable software packages. These methods can also be used to compute the elastic deformations of the supporting structure and bearing rings on precise locations of rolling elements. The finite element method (FEM) requires two accurate three dimensional models of the structures to be investigated, complete with the bearing rings.

Three dimensional models are loaded with unity forces at the position of every single rolling element in radial direction (Fig. 3, r -axis) and in axial direction (z -axis), resulting in $2n_{k.e.}$ load cases ($n_{k.e.}$ is the number of rolling elements in one row). For every load case the displacements in radial and axial directions are computed at every rolling element position. These results are incorporated into the flexibility matrix P . It must be computed separately for each part of the structure. The matrix is symmetrical and consists of four square matrices:

The individual matrices represent: P_{rr} – displacements in radial direction, caused by radial forces, P_{rz} – displacements in radial direction, caused by axial forces P_{zr} – displacements in axial direction, caused by radial forces, P_{zz} – displacements in axial direction, caused by axial forces. For the computation of force distribution over rolling elements, the required stiffness matrix is calculated with the inversion of the flexibility matrix P .

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{rz} \\ K_{rz} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Flexibility and stiffness matrices are best calculated separately for each substructure, because the separate models are smaller. In this way it is also possible to consider the influences

Podajnostni oziroma togostni matriki obeh konstrukcij je laže in hitreje izračunati ločeno, ker sta modela manjša. Poleg tega je tako mogoče ločeno obravnavati vplive obeh konstrukcij, če za

drugo predpostavimo, da je idealno toga. Dejanske kontaktne sile dobimo šele, ko upoštevamo togostno matriko sestavljenih konstrukcij in vektor vsote elastičnih premikov podporne konstrukcije zunanjega in notranjega obroča:

$$K = (P_1 + P_0)^{-1} \quad (4)$$

$$U = U_1 + U_0$$

Velikost elastičnih premikov konstrukcij in s tem dejanskih kontaktnih sil ter kotov nošenja izračunamo z rešitvijo sistema nelinearnih ravnotežnih enačb za vsak kotalni element za radialno in aksialno smer. Sistem izhaja iz pogoja o enakovrstnosti kontaktnih sil in sil zaradi elastičnih premikov konstrukcij:

$$F = KU - Q = 0 \quad (5)$$

Izračun porazdelitve kontaktnih sil je ob upoštevanju resničnih togosti obeh konstrukcij precej obsežen. Pri računanju tarih premikov obročev, to je pri ravnotežju kontaktnih sil in zunanje obremenitve, je treba pri vsaki iteraciji rešiti še sistem $2 n_{k.e.}$ nelinearnih enačb za elastične premike konstrukcij. Ta postopek je ponovno iterativen, s tem, da je treba na vsakem koraku rešiti sistem $2 n_{k.e.}$ linearnih enačb ob znani togostni oziroma podajnostni matriki za vsak del konstrukcije.

Porazdelitev zunanje obremenitve na kotalne elemente je odvisna tudi od medsebojne postavitve (orientacije) podpornih konstrukcij. Če želimo izračunati porazdelitev obremenitve pri različnih medsebojnih legah podpornih konstrukcij, je za vsako možno medsebojno lego treba elemente tognostnih oziroma podajnostnih matrik ustrezno prestaviti.

1.3 Poenostavljen geometrijski model podpornih konstrukcij

Ker dejanski geometrijski model v določenih fazah razvoja še ni znan do podrobnosti, je v nekaterih primerih mogoče kot poenostavljen model za izvedbo zgornjega in spodnjega dela konstrukcije pri vrtljivih zvezah uporabiti obročne nosilce škatlastega prereza na podpornih nogah. Izračun temelji na teoriji linijskih nosilcev. Pri tem opazujemo statično določen primer na treh podpornih nogah ali pa statično nedoločen primer na štirih nogah. Pri izračunu deformacij je ob statični nedoločenosti zaradi podprtja treba upoštevati še statično nedoločenost zaradi sklenjenosti obroča. Tako postavljen sistem je mogoče rešiti na več načinov [4], [5]. V današnjem času je zelo primerna metoda končnih elementov (MKE). Podajnostne

of each substructure, if the other one is considered ideally rigid. Actual contact forces result from the stiffness matrix of the combined structure and the vector of elastic displacements of the inner and outer rings:

$$K = (P_1 + P_0)^{-1} \quad (4)$$

$$U = U_1 + U_0$$

The magnitude of elastic displacements of the structure (i. e., actual contact forces and carrying angles) is computed from the system of nonlinear equations for each element separately for the axial and radial direction. The equation system is derived from the condition of equal forces, i. e., contact forces must equal the forces caused by elastic displacements of the structures:

$$F = KU - Q = 0 \quad (5)$$

The computation of contact force distribution with regard to the actual stiffnesses of both structures is numerically intensive. The computation of the displacements of rigid rings supposes the solution of another equation system containing $2 n_{k.e.}$ nonlinear equations for each iteration. This process is also iterative, containing $2 n_{k.e.}$ linear equations for each of the two substructures, assuming that the stiffness (flexibility) matrix is known.

The load distribution over rolling elements also depends on the relative positions (orientation) of the supporting structures. It is necessary to rearrange the elements of the stiffness and respectively flexibility matrix for each relative position of both structures and recompute the system.

1.3 Simplified geometric model of support structures

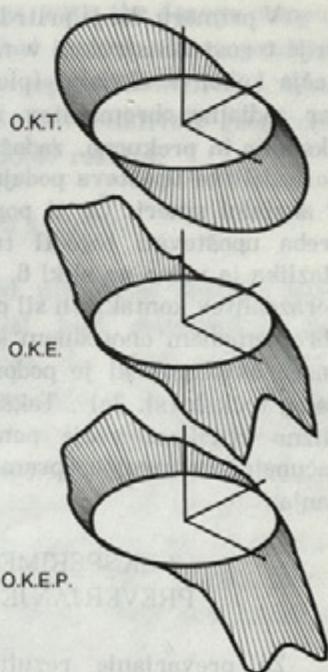
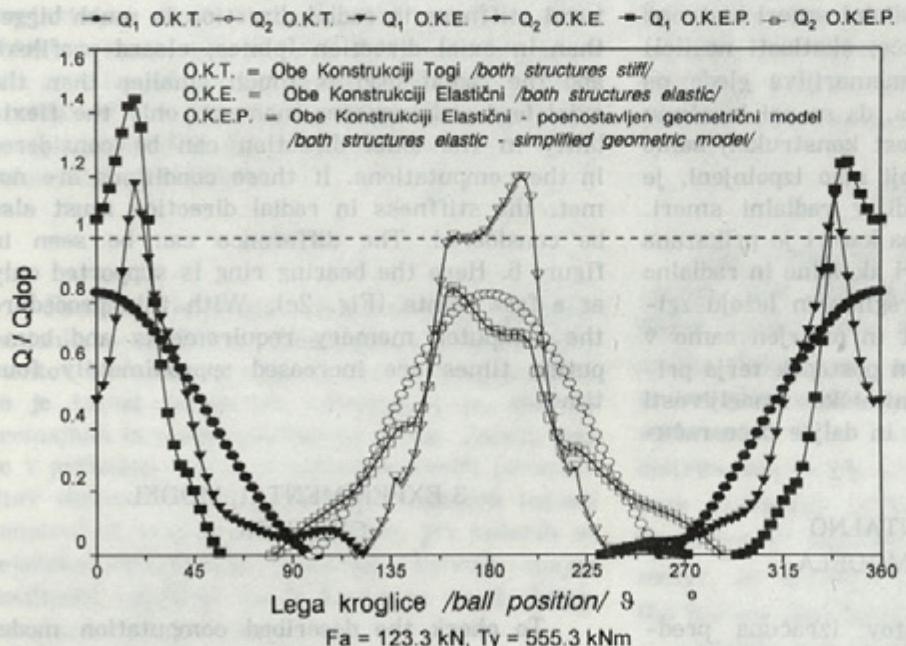
Detailed geometry models of supporting structures are still undefined in the early phases of the design process. Therefore, a supporting ring with legs (often used in actual designs) is used as a simplified model for the computation of stiffness matrices. In theory, the model is considered as a line element (beam). It is supported by three legs (statically determined case) or four legs (statically undetermined case). The supporting ring is also statically undetermined. There are many ways to solve such a system [4], [5]. The most suitable method is currently the finite elements method. The flexibility matrices are computed in the same way as for the complete system. The biggest difference is the use of a

matrike pri poenostavljenem modelu izračunamo enako kakor pri popolnem. Bistvena razlika je v tem, da lahko z uporabo makro programov v uporabniškem okolju komercialnega paketa MKE bistveno poenostavimo in pospešimo gradnjo modela in spremembo rezultatov analize v podajnostne matrike. Opisani poenostavljeni model je lahko podlaga za oblikovanje in optimiranje dejanske konstrukcije.

2 PRIMER UPORABE MODELA

S predstavljenim modelom je bila pri avtovigalu izračunana porazdelitev obremenitve kotalnih elementov. Povezovalni element med zgornjim in spodnjim delom konstrukcije je enoredni kroglični ležaj s kotalnim premerom $D_m = 1208$ mm in premerom kroglic $d = 25$ mm. V tem primeru sta bili podajnostni matriki izračunani za nosilni konstrukciji in ležajna obroča, ki sta s 36 vijaki enakomerno privita na nosilno konstrukcijo.

Slika 4 prikazuje rezultate izračuna porazdelitve obremenitve kotalnih elementov (kroglic) ležaja za resnično obremenitveno stanje, ki je kombinacija aksialne sile (123 kN) in prekucnega momenta (555 kNm). Krivulje pomenijo relativno vrednost kontaktne sile glede na dopustno kontaktno silo. Ta vrednost se spreminja v odvisnosti od lege na kotalni krožnici. Prikazani so rezultati izračuna za primer (medsebojna lega spodnje in zgornje nosilne konstrukcije) dviganja bremena z bočne strani avtovigala.



Sl. 4. Porazdelitev kontaktnih sil po kotalni krožnici enorednega krogličnega ležaja avtovigala Metalna MTA 180

Fig. 4. Distribution of contact forces on the rolling circle of the single row ball bearing built into the mobile crane of Metalna MTA 180

macro language in a commercially available FEM program, which simplifies the model creation and the conversion of analysis results to the flexibility matrices. The simplified model can also be used as a basis for the design and optimisation of the actual structure.

2 AN EXAMPLE OF THE MODEL USE

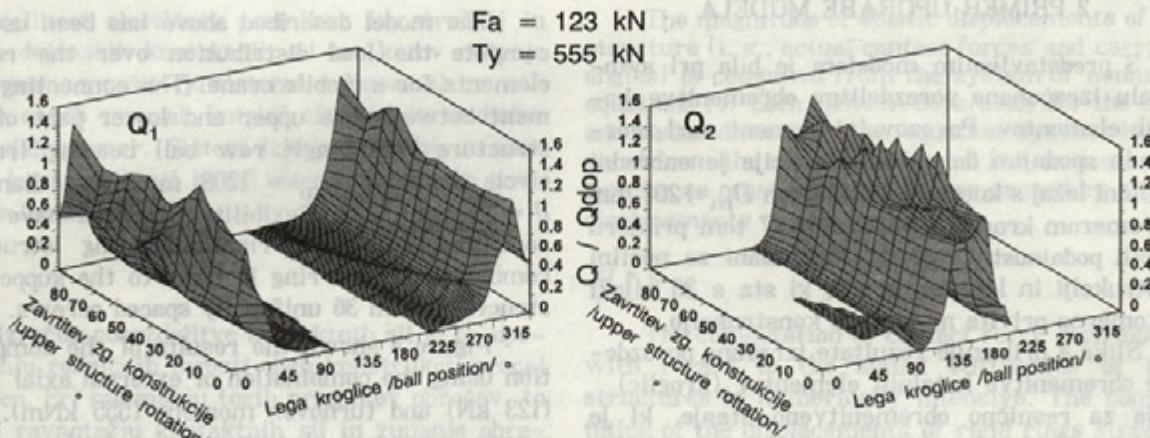
The model described above has been used to compute the load distribution over the rolling elements for a mobile crane. The connecting element between the upper and lower part of the structure is a single row ball bearing (rolling circle diameter $D_m = 1208$ mm, ball diameter $d = 25$ mm). The flexibility matrices have been computed for each ring-supporting structure combination. Each ring is fixed to the supporting structure with 36 uniformly spaced screws.

Figure 4 shows the results of the computation using the combination of external axial force (123 kN) and turnover moment (555 kNm). The curves represent the magnitude of the contact forces relative to the maximum permissible contact force. This value is changes with the position on the rolling circle. The results in figure 4 are valid for the relative position of the upper and lower structure used for load lifting on one side of the crane.

Velike trenutne kontaktne sile se lahko pojavi med vrtenjem obračala. Pri neenakomerno porazdeljeni togosti podpornih konstrukcij pod obročema ležaja so posebej kritične tiste lege, pri katerih se prekrijejo mesta s povečano lokalno togostjo obeh konstrukcij (navpična ojačitvena rebra se prekrivajo, sl. 5).

Very large contact forces can take place in various relative positions during the rotation. In the case of non uniformly distributed stiffness, the most critical are the positions of coinciding high local stiffnesses (vertical ribs - Fig. 5).

SLIKA 5. S PREDMETOM VZOREČE MODEL



Sl. 5. Sprememba porazdelitev kontaktnih sil pri vrtenju zgornje konstrukcije avtovigala ob konstantni obremenitvi

Fig. 5 Variation of the contact force distribution with the rotation of the upper substructure of the crane, at constant load

V primeru, ko je pritrditev ležaja enakomerna in je togost konstrukcij v radialni smeri bistveno večja kakor v aksialni (plošče, škatlasti nosilci) ter radialna obremenitev zanemarljiva glede na aksialno in prekučno, zadošča, da se pri izračunu porazdelitve upošteva podajnost konstrukcij samo v aksialni smeri. Če ti pogoji niso izpolnjeni, je treba upoštevati togosti tudi v radialni smeri. Razlika je vidna na sliki 6, na kateri je prikazana porazdelitev kontaktnih sil pri aksialno in radialno obremenjenem enorednem krogličnem ležaju zglobnega avtobusa, ki je podprt in pritrjen samo v nekaj točkah (sl. 2c). Takšen postopek terja približno štirikrat večje pomnilniške zmogljivosti računalniške strojne opreme in daljše čase računanja.

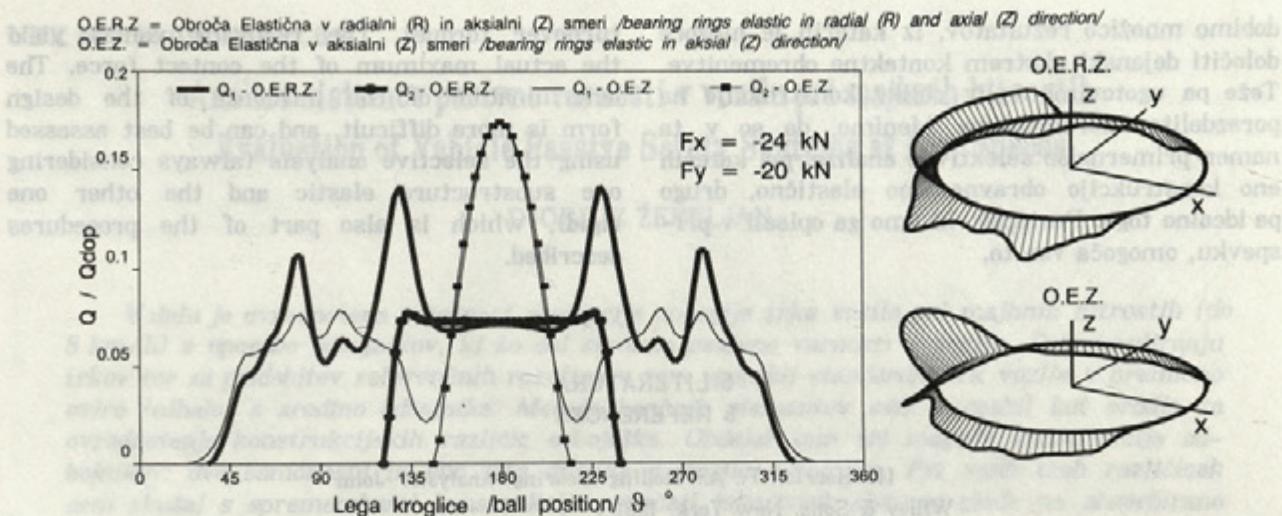
3 EKSPERIMENTALNO PREVERJANJE MODELA

Za preverjanje rezultatov izračuna predstavljenega modela so bile na avtovigalu z uporavnimi meritnimi lističi izvedene meritve napetostnih stanj več obremenitvenih primerov. Zaradi konstrukcijskih ovir smo preverjali dogajanja le na zunanjem obroču ležaja.

If the bearing is uniformly fixed, the structural stiffness in radial direction is much bigger than in axial direction (plates, closed profiles), and the radial load is much smaller than the axial load and turnover moment; only the flexibility in the axial direction can be considered in the computations. If these conditions are not met, the stiffness in radial direction must also be considered. The difference can be seen in figure 6. Here the bearing ring is supported only at a few points (Fig. 2c). With this procedure the computer memory requirements and computing times are increased approximately four times.

3 EXPERIMENTAL MODEL CHECKING

To check the described computation model stress measurements (using resistive strain gauges) of several load cases have been made on the mobile crane. Due to constraints in the design only the outer bearing ring has been checked.



Sl. 6. Porazdelitev kontaktnih sil v enorednem krogličnem ležaju zgibnega avtobusa Avtomontaža – MAN SG 240

Fig. 6. Distribution of contact forces in a single row ball bearing of the articulated bus of Avtomontaža – MAN SG 240

Da bi lahko primerjali eksperimentalne rezultate s teoretičnimi rezultati izračuna porazdelitve obremenitve kotalnih elementov, je bilo treba teoretične rezultate predstaviti z napetostmi na obodu obroča ležaja. V ta namen smo tridimenzionalni model MKE podporne in vrtljive konstrukcije avtovigala (sl. 2a), ki smo ga že uporabili za izračun podajnostnih matrik, na stikih kotalni elementi – tečine obremenili z izračunanimi kontaktnimi silami (po velikosti in smeri). Napetostna stanja na površini obroča ležaja, ki so bila rezultat teh analiz, so neposredno primerljiva z rezultati meritev napetosti na istih mestih in kažejo razmeroma dobro skladnost tako po smeri kot po velikosti.

4 SKLEP

Rezultati izračunov in meritev so potrdili, da lahko porazdelitev obremenitve kotalnih elementov bistveno odstopa od idealne (togi obroči), če je togost podpornih konstrukcij in obročev premajhna in neenakomerna po obodu. Zaradi tega bo v prihodnje nujno potrebno preveriti porazdelitev obremenitve ob upoštevanji resnični togosti konstrukcij vsaj za tiste primere, pri katerih se dejanska obremenitev približuje krivulji mejne nosilnosti ležaja ali pa je togost po obodu ležaja izrazito neenakomerna.

V končni fazi je treba preveriti porazdelitev kontaktnih sil ob hkratni upoštevanju podajnosti podpornih konstrukcij obeh obročev, ki pa je različna za vsako možno medsebojno lego konstrukcij in za vsako kombinacijo obremenitve. Tako lahko

For the purpose of comparison, the computed results are represented as circumferential stresses on the upper surface of the bearing ring. The three dimensional FEM model of the mobile crane, that has already been used for the flexibility matrix computation, has been loaded on the points of contact between the rolling elements and the raceways with the forces computed using the described model. The resulting stresses are directly comparable with the measurement results, and show relatively good conformity with the computed results.

4 CONCLUSION

The computed and measured results have shown that the actual load distribution can differ considerably from the ideal one (considering rigid rings), especially in the case of low or irregular stiffness of the rings and supporting structures. It is necessary to check the load distribution (with consideration of actual structure stiffness) in the cases of large nonuniformities of stiffness along the bearing perimeter, or where the actual loads are close to the bearing load limiting curve.

Finally the contact force distribution should be checked using the actual flexibility of both bearing ring supporting structures. This stiffness varies with the relative positions of both structures and load combinations (radial, axial, and

dobimo množico rezultatov, iz katerih je mogoče določiti dejanski ekstrem kontaktne obremenitve. Teže pa ugotovimo vpliv oblike konstrukcije na porazdelitev obremenitve. Menimo, da so v ta namen primernejše selektivne analize, pri katerih eno konstrukcijo obravnavamo elastično, drugo pa idealno togo. Postopek, ki smo ga opisali v prispevku, omogoča vse to.

turnover torque). The resulting values yield the actual maximum of the contact force. The determination of the influence of the design form is more difficult, and can be best assessed using the selective analysis (always considering one substructure elastic and the other one rigid), which is also part of the procedures described.

5 LITERATURA 5 REFERENCES

- [1] Harris, T. A.: Rolling Bearing Analysis. John Wiley & Sons, New York, 1991.
- [2] Eschman-Hasbargen-Weigand: Ball and Roller Bearings. John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [3] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. Ges. Werke I. Leipzig, 1881.
- [4] Brändlein, J.: Lastübertragung durch Grosswälz-lager bei schwenkbaren auf Ringträgern abgestützten Grossgeräten. f+h — Fördern und Heben, Mainz, 28, 1978.
- [5] Brändlein, J.: Lastübertragung durch Grosswälz-lager bei elastischen Ringträgern als Unter und Ober-konstruktion. f+h — Fördern und Heben, Mainz, 30, 1980.
- [6] Mathias, K.: Berechnung der Walzkörperkräfte in Grosswälzlagern. f+h — Fördern und Heben 29, 1979.
- [7] Wozniak, J.: Lastverteilung in Wälzdrehverbin-dungen. Ruhr — Universität Bochum, Heft 81.1., Bochum, 1980.
- [8] Kurth, F.: Der Spannungszustand in räumlich gestützten Ringträgern bei Zwischenhaltung von Kugeln. Diss. TH Dresden, 1983.
- [9] Kahn, R.: Ein Beitrag zur Berechnung der Last-verteilung in Kugeldrehverbindungen. Diss. TH Hannover, 1964.
- [10] Prebil, I.—Zupan, S.—Lučič, P.: Lastverteilung auf Rollkörper der Drehverbindungen. GTE 93. Bus Conference, Budapest, 1993.
- [11] Prebil, I.—Zupan, S.—Lučič, P.: Load Distribu-tion onto Rolling Elements of a Rotational Connection. Third International Congress on Air- and Structure Borne Sound and Vibration. Volume 3. Montreal, 1994.

Naslov avtorjev: mag. Samo Zupan, dipl. inž.
dr. Ivan Prebil, dipl. inž.
Katarina Drobnič, dipl.inž.
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Ljubljani
Aškerčeva 6
61000 Ljubljana

Prejeto: 13.6.1995
Received: 13.6.1995

Authors's Address: Mag. Samo Zupan, Dipl. Ing.,
Dr. Ivan Prebil, Dipl. Ing.,
Katarina Drobnič, Dipl. Ing.
Faculty of Mechanical Engineering,
University of Ljubljana,
Aškerčeva 6
61000 Ljubljana, Slovenia
Sprejeto: 31.8.1995
Accepted: 31.8.1995