

DK 621.311.21:532.57

Merjenje pretoka v HE Moste po metodah Moody in Aichelen¹

MIROSLAV PEČORNIK

1 Uvod

V članku »Novi postopki za merjenje pretoka v cevih«² sem podal teoretične osnove, na katerih temeljita dve aproksimativni metodi za merjenje pretoka v cevovodih, in sicer metoda Moody in metoda Aichelen.

Obe sta utemeljeni s tem, da obstaja pri pretoku skozi cev določeno razmerje $\beta = c/c_{os}$ med povprečno hitrostjo c in hitrostjo v osi (središčnic) cevi c_{os} , ki pa je pri turbulentnem pretoku odvisno od hrapavosti cevnih sten.

Pri metodi Moody merimo zato dve količini: hitrost v osi cevi oziroma njen dinamični pritisk h_{os} , ter izgubo pritiska zaradi trenja h_r (na določeni dolžini l cevi s premerom d). Končna formula za povprečno hitrost se glasi, če vstavimo dimenzijs v metrskih enotah (torej h_d in h_r v $[m \text{ H}_2\text{O}]$ in l in d v $[\text{m}]$)

$$c = 4,43 \sqrt{h_{os}} - 5,87 \sqrt{h_r d/l} \quad [\text{m/s}] \quad (1)$$

Pretok dobimo, po znani formuli, s površino prereza cevi A $[\text{m}^2]$

$$Q = c A \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (2)$$

Aichelenova metoda določa mesto v cevi, na katerem je povprečna hitrost enaka za zelo veliko območje Reynoldsovih števil, ne glede na hrapavost cevi. Zato se pri tej metodi meri povprečna hitrost na določeni razdalji (od središča cevi $x = 0,762 r$ ali na oddaljenosti od stene $y = 0,119 d$, kjer so r oz. d radij oz. premer cevi). Pretok določimo spet po formuli (2).

¹ Z istim naslovom je imel avtor referat na II. posvetovanju jugoslovenskih strokovnjakov za hidraulične raziskave v maju 1958 na Bledu.

² Glej SV 1955-2, str. 39 . . . 42.

Pripomniti moram, da obe metodi veljata le s pogojem, da je profil hitrosti popolnoma turbulenten.

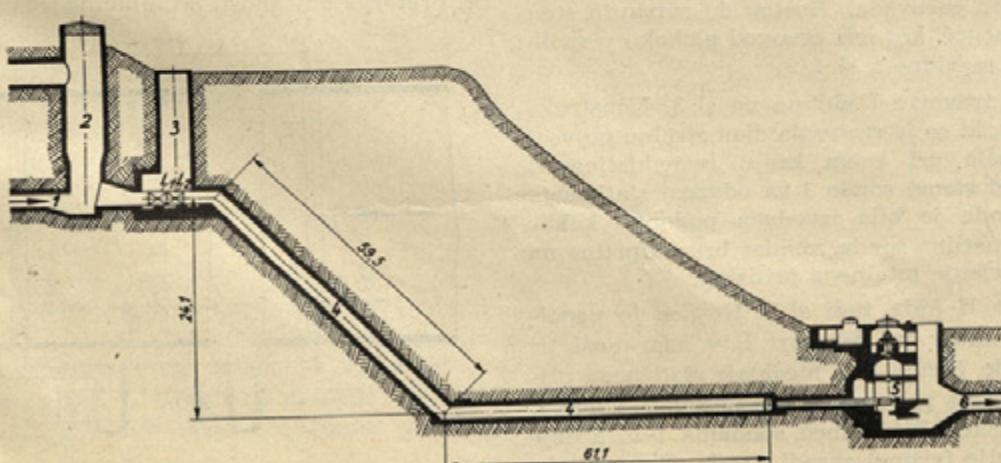
V HE Moste, ki izkorišča Savo v bližini Žirovnice, je bilo treba instalirati merilno napravo za stalno obratno kontrolo pretoka za turbine. Ko je bilo določeno, naj se pretok meri v tlačnem cevovodu s pomočjo instrumenta, ki bo umeren z eno od znanih merilnih metod, je Turbinštítut v Ljubljani izrabil priložnost ter — ob največjem razumevanju in naklonjenosti uprave elektrarne — vgradil merilno napravo, ki je bila sicer nekoliko dražja, vendar je omogočila merjenje pretoka po obeh omenjenih metodah. S tem pa je tudi bila omogočena meritev koeficienta trenja λ v cevi in njegove spremembe s časom.

2 Merilna naprava

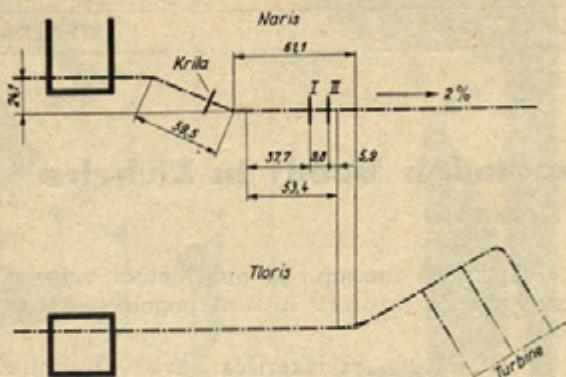
Na sl. 1 je podana shema situacije elektrarne. Tukaj vidimo: 1 — dovodni rov, 2 — vodostan, 3 — loputni jašek z loputama L_1 in L_2 , 4 — tlačni cevovod, 5 — strojnico in 6 — odvodni kanal.

Glavni podatki elektrarne so: bruto padec $H = 67,5 \text{ m}$; pretok (za tri turbine pri normalni obtežbi) $Q = 3 \times 9,5 = 28,5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Kakor vidimo iz formule (1), moramo meriti izgubo pritiska h_r [m] na razdalji l [m]. Zato potrebujemo dve merilni napravi, razmagnjeni za razdaljo l . Ti dve merilni napravi sta vgrajeni v spodnjem, horizontalnem delu tlačnega cevovoda na mestih I in II, kakor je to označeno v načrtu (sl. 2). Razdalja znaša $l = 9,765 \text{ m}$, premer cevi $d = 2,586 \text{ m}$. S temi vrednostmi, uvrščenimi v (1) oz. (2), dobimo formulo za volumenski pretok po Moodyju:



Slika 1



Slika 2

$$Q_M = 23,21 \sqrt{h_{os}} - 15,83 \sqrt{h_r} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (3)$$

Zelo podoben je izraz za pretok, izmerjen po metodi Aichelen. Če namreč označimo dinamični pritisk povprečne hitrosti, izmerjen na Aichele-novi oddaljenosti, s h_A [m], lahko zapišemo, da je volumenski pretok

$$Q_A = 23,21 \sqrt{h_A} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (4)$$

Kakor je že omenjeno, je bila merilna instalacija sestavljena iz dveh merilnih »traverz«. Na traverzi I, pred katero je bil ravni del cevovoda $l_I = 37,7/2,6 \text{ m} \approx 14 \text{ d}$, smo odvzemali statični pritisk za merjenje padca pritiska zaradi trenja. Traverza II z ostalimi merilnimi odvzemami je bila oddaljena od traverze I za $l \approx 9,8 \text{ m}$, tako da je ravni del cevovoda pred njo znašal $l_{II} = l_I + l = (37,7 + 9,8)/2,6 \text{ m} \approx 18 \text{ d}$. Te dolžine niso zadostne, ker je Moody zahteval vsaj $(20 \dots 30) \text{ d}$, vendar v tem primeru druge možnosti ni bilo, ker stoji traverza II komaj $5,9/2,6 \text{ m} \approx 2,3 \text{ d}$ pred naslednjim ovinkom cevi. Sploh je treba omeniti, da je morala biti merilna naprava razen omenjene nevšečnosti tudi drugače izvedena dokaj zapleteno, in sicer zategadelj, ker — kakor po navadi pri naših hidroelektrarnah (kar se pa pri termoelektrarnah ne dogaja!) — pri projektiranju ni bila zamišljena nobena meritev. Zaradi tega so tudi odvzemni statični pritiskovi izvedeni v obliki sond (namesto običajnih preprostih izvrtin v steni cevovoda). Dostop do zunanjih sten namreč ni mogoč, ker leži cevovod globoko v skali, kakor je to razvidno s sl. 1.

Izvedbo traverze I vidimo na sl. 3. Konstrukcija (nosilec), ki se je raztezala diametralno po vsej cevi, je nosila pri enem kraju (v oddaljenosti $\approx 350 \text{ mm}$ od stene) sondu 1 za odvzem statičnega pritiska. Sonda je bila izvedena podobno kakor Prandtlova merilna sonda, vendar brez odprtine na vrhu (za merjenje totalnega pritiska).

Traverzo II kaže tudi sl. 3. Nosilec je popolnoma enak kakor pri traverzi I, vendar nosi tri merilne sonde. Sonda 2 za merjenje statičnega pritiska je izvedena popolnoma enako kakor sonda 1. Razlika pritiskov h_r [m] med sondama 1 in 2 daje izgubo energije (višine) zaradi trenja. Če poznamo

pretok, lahko preračunamo koeficient trenja λ po znani Darcyjevi formuli

$$\lambda = 2 g A^2 d h_r / l Q^2 \quad (5)$$

Sonda 3, nameščena natančno v sredi cevi, je bila izvedena tudi podobno kakor Prandtlova merilna sonda, vendar je bila nekoliko krajsa od Prandtlove, in sicer zaradi tega, ker ni imela statičnega odvzema. Merila je torej samo totalni pritisk v osi cevovoda. Skupno s sondijo 2 je merila dinamični pritisk h_{os} [m] v osi cevovoda, ker je statični pritisk po vsem prerezu konstanten. Sonda 4, ki je bila izvedena popolnoma po predpisih za Prandtlovo sondu, je bila pritrjena na nosilcu v oddaljenosti $y = 0,119 d \approx 308 \text{ mm}$ od stene cevi in bi morala meriti dinamični pritisk h_A [m] povprečne hitrosti. Vse štiri sonde so imele premer $d = 30 \text{ mm}$.

Umerjanje merilne naprave je bilo izvedeno v maju 1956 s pomočjo hidrometričnih kril, ki so bila instalirana v poševnem delu cevovoda, in sicer na mestu, obeleženem na sl. 2, po vseh predpisih SEV (švicarskih norm) za merjenje pretoka s krili. Razlike pritiskov h_r , h_d in h_A so merjene pri majhnih odklonih s pomočjo obrnjenih manometrov, polnjenih s toluolom (C_6H_5) oziroma zrakom, pri večjih odklonih pa z normalnimi diferencialnimi manometri, polnjenimi z živim srebrom.

3 Rezultati meritev

so razvidni iz diagrama na sl. 4.

Na absciso so naneseni izmerjeni dinamični pritiski v stebru (fluida) vode [$\text{m H}_2\text{O}$], in sicer:

za sredo cevovoda: h_{os}

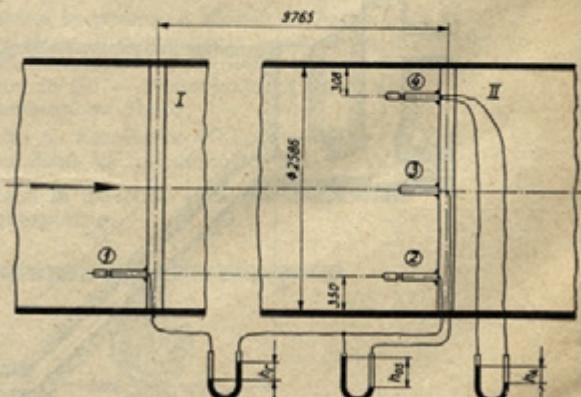
v Aichele-novi oddaljenosti: h_A

povprečne hitrosti: $h_p = Q^2 / 2 g A^2$, (6)

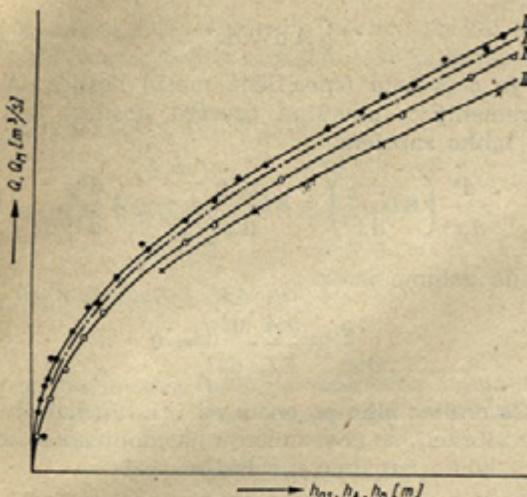
ki je preračunan iz dejansko (s krili) izmerjenega pretoka Q [m^3/s].

Na ordinati so naneseni pretoki [m^3/s]: dejanski Q in po Moodyjevi enačbi (3) preračunani Q_M .

Krivulja I kaže dejansko izmerjeni volumenski pretok v odvisnosti od dinamičnega pritiska po-



Slika 3



Slika 4

vprečne hitrosti, torej $Q = f(h_p)$. Dobljena je iz formule (6) z uvrščanjem vrednosti za $A = \pi d^2 / 4 \approx 5,241 \text{ m}^2$, t. j.

$$h_p = 1,855 \cdot 10^{-3} Q^2 [\text{m}] \quad (6a)$$

ozziroma

$$Q = 23,21 h_p^{0.5} [\text{m}^3/\text{s}] \quad (7)$$

Krivulja II kaže izmerjeni pretok po Moodyju, po formuli (3). Narisana je v odvisnosti od krivulje I, torej: $Q_M = f(Q)$.

Krivulja III kaže dejansko izmerjeni pretok v odvisnosti od dinamičnega pritiska pri Aichelenu oddaljenosti, torej $Q = f(h_A)$.

Krivulja IV pa daje odvisnost dejanskega pretoka od dinamičnega pritiska osne hitrosti, torej $Q = f(h_{os})$.

4 Diskusija

Kakor je mogoče razbrati s sl. 4, je krivulja Moodyja (II) izmerjena samo na enem odsek, ker se je pri meritvah pojavila okvara na manometru, ki je med meritvami ni bilo več možno popraviti. Izmerjene točke ležijo tesno ob krivulji, vendar je izmerjena količina približno za 9 % manjša od dejanske (kriv. I). Temu bi lahko bila vzrok nepravilnost hitrostnega profila, ki je določen z merjenjem s krili, vsekakor na mestu, kjer so vgrajena krila, vendar je verjetno, da je bil približno enak tudi na mestu traverz. Profil hitrosti je namreč v sredi nekoliko sločen, tako da je $c_{os} < c_{max}$, osnovni pogoj za meritve po postopku Moodyja pa je $c_{os} = c_{max}$.

Krivulja Aichelena (III) ima nekoliko raztresene merne točke, po vsej priliki tudi zato, ker je bilo odčitavanje zelo oteženo zaradi močnega nihanja tekočinskega stebra v manometru. Potem takem je treba zaradi tega imeti krivuljo kot dobro aproksimacijo. Krivulja se ravna po zakonu

$$Q \approx 23,8 h_A^{0.501} \quad (8)$$

Pretoki po Aichelenu (form. (4)) so torej za okrog 3 % manjši od dejanskih. Odnos med dejanskim pretokom Q ter obema, z meritvami preračunanimi pretokoma Q_A oz. Q_M , je nazorno podan na sl. 5.

Krivulja IV (sl. 4), ki prikazuje odvisnost $Q = f(h_{os})$, se ravna po zakonu

$$Q = 22,25 h_{os}^{0.503} \quad (9)$$

ali z zadostno natančnostjo

$$Q \approx 22,3 \sqrt{h_{os}} \quad (9a)$$

Merjene točke padajo tako natančno na krivuljo, da velja ta krivulja kot najnatančnejše izmerjena in zato kot osnova za merjenje, in sicer glede na to, kar so na velikem številu cevovodov v Ameriki in Evropi dognali E. S. in E. Shaw Cole [1], namreč da je koeficient hitrosti $\beta = c/c_{os}$ (Cole ga imenuje »pipe factor«) v velikem območju pretoka (razen pri povsem majhnih pretokih) za določen cevovod konstanten, ne glede na še tako popačen profil hitrosti. Koeficient β se je v našem primeru gibal med 0,95 in 0,97 in je znašal povprečno $\beta_s \approx 0,959$, pa je ostal v teh mejah še pod 15 % pretokom. Nenavadno visoko vrednost β si lahko razlagamo s tem, da je $c_{os} < c_{max}$.

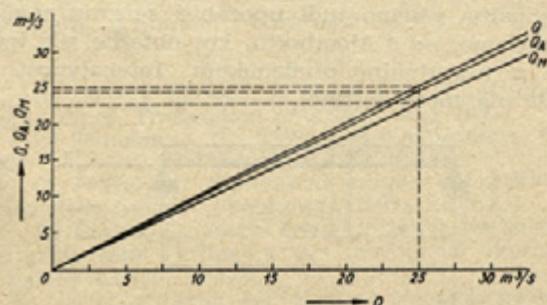
Spričo tega je kazalo nabaviti kazalni, seštevajoči in registrirni instrument, ki bi deloval po formuli (9a). Povrh tega je bilo v nameri ponoviti merjenja pretoka po Moodyju in Aichelenu po krivulji IV, toda še pred tem se je naprava porušila.

5 Porušitev meritne naprave in njeni vzroki

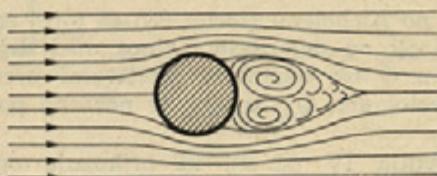
Naprava (t. j. obe meritni traverzi) se je porušila zaradi utrujenosti materiala v zvezi z nihanjem traverz. To je bilo mogoče videti že po strukturi loma; poznejši preračun je pa to tudi dokazal.

Vzroki loma in možnost za preprečitev so tako zanimivi, da jih je treba podrobneje analizirati.

Znano je, da vsako telo, pogreznjeno v stруjčni fluid, povzroča za seboj vrtince, v odvisnosti od popolnosti oblike (glede na zahteve strujanja). Če imamo glede na strujanje simetrični profil telesa, nastaneta na koncu telesa dva vrtinca, kakor to shematično prikazuje sl. 6. Ker je nemogoče, da bi oba nastala popolnoma simetrično, raste eden hitreje kakor drugi, dokler ni tako velik, da ga



Slika 5



Slika 6

strujni tok odplavi. Za trenutek ostane samo en vrtinec, ki izzove nasprotni vrtinec okrog profila in s tem tudi cirkulacijo. Ta povzroči skupno s strujnim tokom vzgon, t. j. silo navpično na smer strujanja. V naslednjem trenutku se pojavi ponovi, vendar zdaj odplava nasprotni vrtinec in »vzgon« nastane v nasprotni smeri. Ta igra se nenehno ponavlja (seveda v določenih mejah Reynoldsovega števila): vrtinci se stalno odlepljajo za profilom. Fenomen je dobro znan z imenom t. i. Kármánove vrtinčaste sledi. Posledica tega je nenehno nihanje profila navpično na smer strujanja. Če število nihajevo sovpada z lastno frekvenco konstrukcije (nosilca), se ta hitro preutrudi in poruši.

Preračun lastne frekvence nosilca je že dolgo znan, vendar bi ga bilo kazno vsaj na kratko izvesti tudi tod.

Za preračun prečnih (transverzalnih) nihanj enakomerno obremenjenega nosilca izhajamo iz diferencialne enačbe elastične linije (sl. 7)

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -M \quad (10)$$

kjer pomenijo: EI — togost na upogib,

M — moment upogiba enega prečnega prereza.

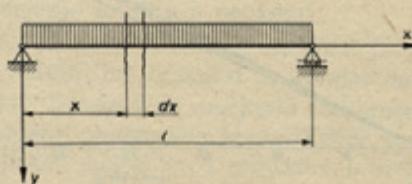
Če differenciramo enačbo (10), dobimo prečno silo

$$\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) = -\frac{dM}{dx} = -Q \quad (11)$$

če pa še enkrat differenciramo, dobimo enotno obtežbo q kontinuirano obteženega nosilca

$$\frac{d^3}{dx^3} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) = -\frac{dQ}{dx} = q \quad (12)$$

Zgornje enačbe veljajo predvsem za mirujoče nosilce, na katere vpliva mirujoča kontinuirana obtežba q . Pri nihanjih pa se pojavljajo pospeški; za gibanja smemo tudi uporabiti zgornje enačbe, če dodamo, po d'Alembertu, kot obtežbe sile inercije z negativnim predznakom. Intenzivnost sil znaša (na enoto dolžine)



Slika 7

$$\varrho A \frac{d^2y}{dt^2} \quad (13)$$

kjer je ϱ gostota (specifična masa) nosilca, A pa nespremenljiva površina prereza nosilca. Enačbo torej lahko zapišemo

$$\frac{d^3}{dx^3} \left(EI \frac{d^2y}{dx^2} \right) = EI \frac{d^4y}{dx^4} = -\varrho A \frac{d^2y}{dt^2} \quad (14)$$

slednjič dobimo izraz

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{\varrho A}{EI} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad (15)$$

Če nosilec niha po enem od t. i. normalnih načinov vibracij, se poves menja harmonično s časom ter ga lahko izrazimo z relacijo

$$y = X (A \cos \omega t + B \sin \omega t), \quad (16)$$

kjer je $X = f(x)$ t. i. »normalna funkcija«, ki določa vrsto normalnega načina vibracij. Če ta y uvedemo v (15), dobimo izraz

$$\frac{d^4X}{dx^4} = \frac{\omega^2 \varrho A}{EI} \cdot X \quad (17)$$

z uvrsttvijo

$$\omega^2 \varrho A/E I = k^4 \quad (18)$$

dobimo obliko

$$\frac{d^4 X}{dx^4} = k^4 X \quad (17a)$$

Splošna rešitev te diferencialne enačbe se glasi

$$X = C_1 \sin k x + C_2 \cos k x + C_3 \operatorname{sh} k x + C_4 \operatorname{ch} k x^* \quad (19)$$

kjer so $C_1 \dots C_4$ konstante, ki jih je treba določiti za vsak primer posebej. Enačbo (19) lahko zapišemo še v drugi, za preračunavanje ugodnejši obliki

$$X = C_1 (\cos k x + \operatorname{ch} k x) + C_2 (\cos k x - \operatorname{ch} k x) + C_3 (\sin k x + \operatorname{sh} k x) + C_4 (\sin k x - \operatorname{sh} k x) \quad (20)$$

Za določanje konstant moramo poznati robne pogoje, t. j. ob kakšnih pogojih so konci nosilca. Razlikujemo tri primere:

1. en konec je prost; upogibni moment in strižna sila sta enaka ničli:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^3 X}{dx^3} = 0;$$

2. en konec je naslonjen; preves in upogibni moment sta enaka ničli:

$$X = 0; \quad \frac{d^2 X}{dx^2} = 0;$$

3. en konec je vpet; preves in nagib tangente elastične linije sta enaka ničli:

$$X = 0; \quad \frac{dX}{dx} = 0.$$

Če veljajo za oba konca nosilca različni pogoji, kombiniramo naštete matematične izraze (glej n. pr. Hütte, 27. izd. str. 236/7).

* sh ozir. ch sta označbi za hiperbolične funkcije.

V našem primeru je bil nosilec na eni strani vpet, na drugi zgobno pritrjen, tako da imamo tele pogoje:

za en konec: $x = 0$ (vpet)

$$X = 0; \quad dX/dx = 0;$$

za drug konec: $x = l$ (naslonjen)

$$X = 0; \quad d^2X/dx^2 = 0.$$

Rešitev enačbe (20) daje

$$\operatorname{tg} k l = \operatorname{th} k l.$$

Ker je tangensova funkcija večznačna, dobimo tudi več korenov, t. j. razen osnovnega tona tudi višje harmonične

$$k_1 l = 3,927 \text{ (osnovni ton)}$$

$$k_2 l = 7,069$$

$$k_3 l = 10,210 \text{ itd.}$$

Iz znane enačbe za krožno frekvenco

$$\omega = 2\pi f \quad (21)$$

dobimo s pomočjo (18) lastne frekvence nosilca (za ta primer) v vakuumu ali praktično v zraku:

$$f_l = \frac{1}{2\pi l^2} (k_l l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (22)$$

Frekvenco vsiljenega nihanja, s kakršno niha nosilec zaradi odlepljanja vrtincev, preračunamo iz Strouhalovega števila, ki se glasi:

$$Sh = \frac{D}{cT} \quad (23)$$

kjer so: D — dimenzija prereza nosilca navpično na strujni tok (širina),

c — relativna hitrost fluida nasproti nosilca na tem mestu,

T — čas, t. j. presledek med dvema vrtinama.

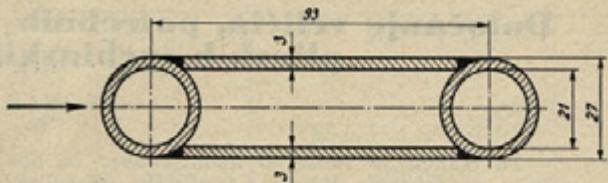
Če uvrstimo koherentne enote in upoštevamo, da je frekvencia

$$\varphi_i = 1/T \quad (24)$$

dobimo frekvenco zaradi vrtincev

$$\varphi = Sh \cdot c/D \quad (25)$$

Z drugimi besedami: za preračun frekvence odhajajočih vrtincev moramo poznati Strouhalovo število posameznega profila (prereza). Ta Strouhalova števila nam v času konstrukcije še niso bila znana. Sele l. 1957 je Levin [3] v referatu na kongresu A. I. R. H. v Lizboni objavil rezultate svojih poizkusov, v katerih so podana Strouhalova števila za različne prereze. Na istem kongresu je Castex [4] v referatu priobčil rezultate svojih poizkusov, iz katerih izhaja, da je lastna frekvencia nosilcev v vodi približno $2/3$. frekvence v zraku (oz. vakuumu).



Slika 8

S temi podatki oboroženi smo mogli — žal šele pozneje — narediti preračun, ki pa je pokazal, da je bila naša traverza ravno v območju resonance.

Zaradi zanimivosti bomo ta račun podali v najkrajših potezah. Prerez (profil) nosilca je viden na sl. 8. Pri preračunu so zaradi enostavnosti zanemarjene dodatne obtežbe nosilca zaradi merilnih sond. Lastna osnovna frekvanca nosilca po (22)

$$f_l = \frac{3,927^2}{2\pi l^2} \sqrt{EI/A\rho}$$

$$l = 260 \text{ cm}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$$

$$I = 10,7 \text{ cm}^4$$

$$\rho \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ kp s}^2/\text{cm}^4$$

$$A = 9,7 \text{ cm}^2$$

$$f_l = \frac{3,927^2}{2 \cdot 2,6^2 \cdot 10^4} \sqrt{2,1 \cdot 10^6 \cdot 10,7 / (8 \cdot 10^{-6} \cdot 9,7)} \approx 20 \text{ s}^{-1}$$

V vodi bi bila osnovna frekvencia

$$f'_l \approx 2/3 \cdot f_l \approx 13 \text{ Hz}$$

Maksimalno frekvenco odtekajočih vrtincev dobimo iz (25)

$$\varphi_{max} = Sh \cdot c_{max}/D$$

Sh — kritično (max) Strouhalovo število za ta profil $\approx 0,265$

$$c_{max} \approx 7 \text{ m/s}$$

$$\text{širina profila } D = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\varphi_{max} = 0,265 \cdot 7 \cdot 10^2 / 2,7 \approx 70 \text{ Hz}$$

Ker je, kakor vidimo, $\varphi_{max} > f'_l$, ni izpolnjen osnovni pogoj, da se izognemo resonanci, namreč, da je $f'_l > \varphi_{max}$, in sicer vsaj

$$f'_l \geq (1,3 \dots 1,6) \varphi_{max}$$

V prikazanem primeru prihaja namreč do resonance bodisi z osnovno frekvenco pri manjši hitrosti ($c < c_{max}$) ali pa z višjimi harmoničnimi frekvencami v območju obratovalnih hitrosti.

Literatura:

[1] Cole S. Edward, E. Shaw Cole: Pitot tubes in Large Pipes, Transaction of ASME, July 1950.

[2] Timošenko, S.: Théorie des vibrations, Paris, 1939.

[3] Levin, L.: Etude hydraulique des grilles de prise d'eau (referat s kongresa AIRH), Lisboa.

[4] Castex, L.: Etude de la vibration des barreaux de grille sous l'influence des tourbillons alternés (s kongresa AIRH), Lisboa.

Avtor: ing. Miroslav Pečornik, Inštitut za turbo stroje, Ljubljana—Vižmarje