

DK 621.833

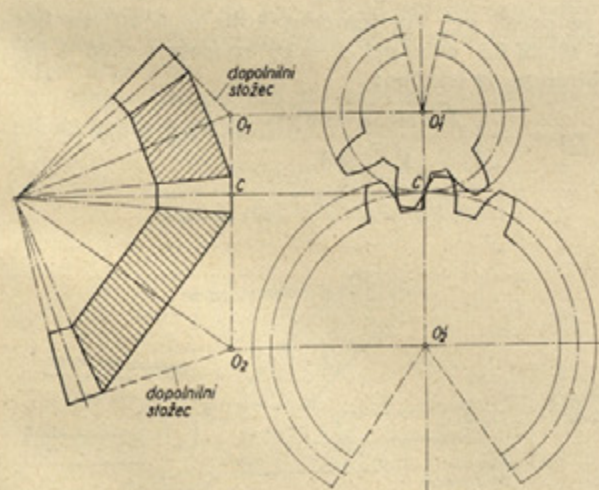
Mejno število zob pri stožčastih zobnikih

HINKO MUREN

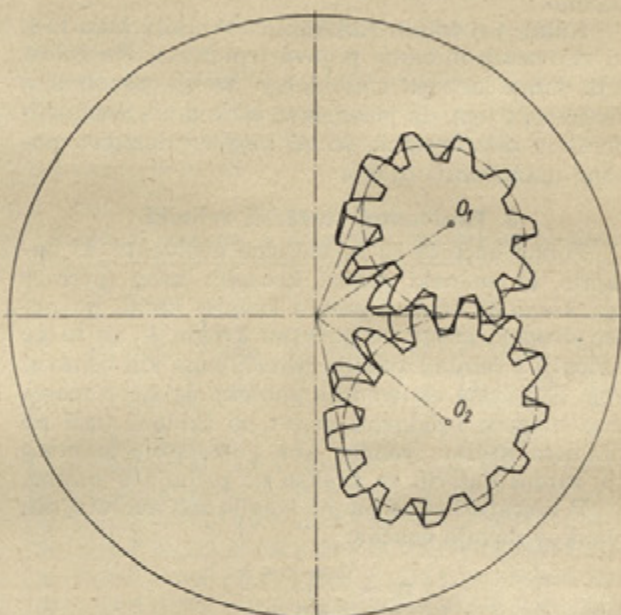
1. Uvod

Pri doslednem analitičnem obravnavanju stožčastih zobnikov zadevamo na celo vrsto matematično zelo težavnih prostorskih problemov. Da bi se izognili tem težavam, je že Tredgold uvedel tako imenovano metodo dopolnilnih stožcev, ki omogoča spreminjanje zapletenih prostorskih razmer v enostavnejše ravninske. Stožčasti zobnik si mislimo narisati na plašč dopolnilnega stožca, t. j. stožca, katerega tvornice so pravokotne na delilni stožec zobnika. Če plašč dopolnilnega stožca razvijemo v ravnino, se pokaže kot segment nekega čelnega zobnika (slika 1). Za večino praktičnih problemov daje ta poenostavitev dovolj natančne in uporabne rezultate, tako da se vsa starejša in tudi večji del novejši strokovne literature poslužujeta te metode za izvajanje enačb, ki so potrebne za računsko določitev raznih veličin pri stožčastih zobnikih kakor tudi za opis vprijemnih razmer. Slaba stran pri tem je razen tega, da dobimo le približno rezultate, še ta, da se z metodo dopolnilnih stožcev popolnoma zabriše pravo bistvo stožčastih zobnikov. Tako sta v literaturi obširno opisana cikloidno in zlasti evolventno stožčasto ozobje, ki dandanes v praksi skoraj nikjer nista več v rabi, ker ju ni mogoče izdelovati z odrezovanjem po kotalnem načinu, ampak samo po šabloni, medtem ko nastanka oktoidnega* ozobja, ki je sedaj izključno v uporabi, s to metodo sploh ni mogoče pojasniti. Pripomnimo naj še, da

* oktoida je osmici podobna prostorska krivulja.



Slika 1.



Slika 2.

so stroji za izdelavo stožčastih zobnikov po šabloni več ali manj zastareli in jih ne izdelujejo več — razen stroja tovarne Heidenreich-Harbeck za zelo velike module.

Povsem drugače kaže bistvo stožčastih zobnikov druga, analitično pravilnejša metoda. Mislimo si kroglo s središčem v skupnem vrhu para stožčastih zobnikov. Presečišče te krogle s stožčastima zobnikoma sta dva zobnika, zarisana na površini krogle (slika 2). Pri vprijemu obeh zobnikov prihajajo v dotik vedno samo tisti deli, ki leže na krogli z enakim radijem, medtem ko prihajajo pri metodi dopolnilnih stožcev v resnici v dotik samo deli, ki leže na dejanskih kotalnih stožcih (razen, če sta oba zobnika popolnoma enaka). Tako bi bilo dosti pravilnejše, označevati ozobja stožčastih zobnikov kot sferična ozobja, saj so tudi krivulje, ki tvorijo njihove zobne boke, le sferične krivulje (sferične cikloide, evolvente ali oktoidne bočnice), ki imajo precej drugačne lastnosti kakor ustrezne ravninske krivulje. Zaradi teh spremenjenih lastnosti sferičnih krivulj se tudi pojav izpodreza pojavlja deloma drugače in rezultati, ki so navedeni v literaturi za mejno število zob stožčastih zobnikov, ne ustrezajo natanko dejanskim razmeram.

2. Cikloidni stožčasti zobniki

Zobne bočnice cikloidnih stožčastih zobnikov nastajajo analogno kakor pri čelnih cikloidnih zobnikih, če se po notranjem in zunanjem obodu kotalnega kroga zobnika kotali kak drug krog. Oba kroga morata pri tem ležati na površini krogle, ki ima središče v vrhu zobnika. Točka kroga, ki se kotali po obodu kotalnega kroga, opisuje na površini krogle bočnico zoba, v tem primeru sferično cikloido.

Kakor pri čelnih cikloidnih zobnikih, tako tudi pri stožčastih nimamo pojava izpodreza. Na žalost je ta dobra lastnost cikloidnega ozobja popolnoma zasenčena s tem, da je izdelava cikloidnih stožčastih zobnikov zelo težavna in ni mogoče dosegati posebne natančnosti ozobja.

3. Evolventni stožčasti zobniki

Zobne bočnice so tu sferične evolvente, ki nastajajo, če se neki glavni krogelni krog (premer tega kroga je enak premeru krogle) kotali po nekem drugem krogu na površini krogle, ki ga tu po analogiji s čelnimi zobniki označujemo kot osnovni krog. Stožčaste evolventne zobnike je sicer teoretično mogoče izdelovati razen po šabloni tudi po kotalnem načinu, vendar ima postopek celo vrsto hib, zaradi katerih za prakso ne prihaja v poštev.

V literaturi se za mejno število zob evolventnih zobnikov navaja enačba:

$$z_g = \frac{2 y_f \cdot \cos \delta}{\sin^2 a_t}$$

kjer pomeni:

z_g ... mejno število zob

y_f ... višino glavnice orodja pri modulu $m = 1$

δ ... kot izdelavnega kotalnega stožca (pri normalnih zobnikih delilnega stožca)

a_t ... vprijemni kot orodja (vprijemni kot na delilnem stožcu).

V resnici ta enačba ni popolnoma natančna, ker je določena po metodi dopolnilnih stožcev, saj daje do nekaj odstotkov preveč ugodne rezultate. Natančna enačba za mejno število zob evolventnih stožčastih zobnikov je:

$$z_g = \frac{2 y_f \cdot \cos \delta}{\sin^2 a_t} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 2 a_t \cdot \tan^2 \delta \right)$$

Rezultati, dobljeni po tej enačbi, so navedeni v razpredelnici 1. V njej so zbrane najprej teoretične vrednosti za $y_f = 1$ (orodje z zaokroženimi robovi, radij zaokrožitve je $r = y_f / (1 - \sin a_t)$) in za $y_f = 1,167$ ter $y_f = 1,2$ (orodje z ostrimi robovi po starih in novih standardih DIN). Vrednosti za $y_f = 14/17,097$ ozir. za $y_f = 25/29,856$ so tako imenovane praktične vrednosti. Zobniki s temi števili zob so sicer nekoliko izpodrezani, vendar sodijo v praksi, da je tak izpodrez ravno še dopusten.

4. Pravi oktoidni stožčasti zobniki

Ti nastajajo pri izdelavi po kotalnem načinu, če noži s premimi rezalnimi robovi pri rezanju opisujejo v prostoru pravi plani zobnik (slika 3).

Razpredelnica 1

Stožčasti zobniki z evolventnim sferičnim ozobjem

δ°	$\alpha_t = 20^\circ$				$\alpha_t = 15^\circ$			
	y_f			pr. vr.	y_f			pr. vr.
	teoretične vredn.	1,167	1,2		teoretične vredn.	1,167	1,2	
	1	1,167	1,2	14/17,097	1	1,167	1,2	25/29,856
0	17,097	19,952	20,517	14,000	29,856	34,842	35,828	25,000
5	17,039	19,884	20,447	13,952	29,750	34,718	35,700	24,911
10	16,865	19,681	20,237	13,810	29,431	34,346	35,318	24,644
15	16,572	19,339	19,886	13,570	28,899	33,726	34,679	24,199
20	16,176	18,877	19,411	13,245	28,172	32,876	33,866	23,589
25	15,668	18,285	18,802	12,830	27,242	31,792	32,691	22,811
30	15,059	17,574	18,071	12,331	26,124	30,487	31,349	21,875
35	14,356	16,758	17,227	11,755	24,829	28,975	29,795	20,790
40	13,565	15,831	16,278	11,108	23,369	27,272	28,043	19,568
45	12,699	14,819	15,238	10,398	21,761	25,396	26,114	18,222

Kot kotalnega (delilnega) stožca takega planega zobnika je $\delta = 90^\circ$; stožec se torej spreverže v ravnino. Pot nožev mora biti nasproti tej ravnini nagnjena za vznožni kot φ zobnika, ki ga izdelujemo, vrhovi nožev se gibljejo po plašču stožca s kotom $90^\circ + \varphi$. Tako so lahko delali sedaj že več ali manj zastareli stroji sistema Bilgram, od sodobnih strojev pa omogočajo tovrstno obdelavo le stroji tovarne Heidenreich-Harbeck, namenjeni za izdelavo zobnikov z ravnimi in poševnimi zobmi. Ostali, sedaj uporabljeni stroji za zobčanje zobnikov z ravnimi zobmi (Gleason, Heidenreich-Harbeck), ne omogočajo izdelave pravih oktoidnih zobnikov, ker se vrh nožev pri njih giblje lahko samo v ravnini, ne pa po stožcu, s čimer ne dobimo teoretično pravilnega ozobja.

Mejno število zob pri pravih oktoidnih zobnikih se dobi po naslednji enačbi:

$$z_g = \frac{2 y_f \cdot \sin \delta}{y_g} \sqrt{1 - y_g^2}$$

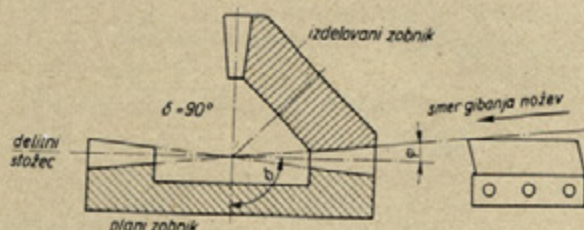
Za kote δ , manjše od vrednosti po enačbi:

$$\tan \delta = \frac{2}{3 \sqrt{3} \cdot \sin a_t}$$

to se pravi pri vprijemnem kotu $\alpha_t = 20^\circ$ za kote $\delta < 48^\circ 22' 33''$ ozir. pri $\alpha_t = 15^\circ$ za kote $\delta < 56^\circ 4' 54''$, dobimo y_g iz enačbe:

$$y_g = - \sqrt{\frac{2 \sin a_t \cdot \cos \gamma}{\sqrt{3} \cdot \tan \delta} - \sin^2 a_t}, \text{ kjer je}$$

$$\cos 3 \gamma = - \frac{3 \sqrt{3}}{2} \sin a_t \cdot \tan \delta$$



Slika 3.

Za kote δ večje od zgoraj navedenih vrednosti bi bilo:

$$y_G = \cos \alpha_t$$

kar pa praktično ne prihaja več v poštev, ker si ni mogoče zamisliti planega zobnika s tako visokimi zobmi.

Pomen označb v zgornjih enačbah je enak kakor v poglavju o evolventnih zobnikih.

Vrednosti za mejno število zob, izračunane po zgornjih enačbah, so navedene v naslednji razpredelnici:

Razpredelnica 2

Stožčasti zobniki s pravim oktoidnim sferičnim ozobjem

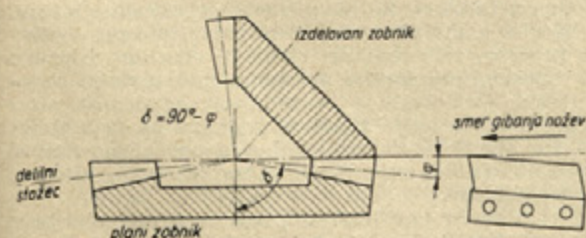
z^0	$\alpha_t = 20^\circ$				$\alpha_t = 15^\circ$			
	y_f				y_f			
	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.
	1	1,167	1,2	14/17,097	1	1,167	1,2	252/9,856
0	17,097	19,952	20,517	14,000	29,856	34,842	35,825	25,000
5	17,010	19,851	20,412	13,940	29,719	34,683	35,663	24,885
10	16,745	19,541	20,093	13,711	29,308	34,227	35,170	24,541
15	16,296	19,017	19,555	13,344	28,625	33,406	34,350	23,969
20	15,670	18,287	18,804	12,831	27,687	32,288	33,201	23,167
25	14,853	17,333	17,823	12,162	26,439	30,855	31,727	22,139
30	13,837	16,147	16,604	11,330	24,934	29,098	29,921	20,873
35	12,596	14,700	15,115	10,314	23,153	27,020	27,784	19,387
40	11,068	12,916	13,281	9,063	21,054	24,570	25,264	17,629
45	9,037	10,546	10,845	7,400	18,608	21,715	22,329	15,581

5. Nepravi oktoidni stožčasti zobniki

Kakor je že omenjeno, so se zaradi enostavnosti pri izdelavi v praksi najbolj udomačili nepravilni oktoidni zobniki. Pri obdelavi teh se vrhovi nožev gibljejo v ravnini namesto po stožcu. Rezalni robovi nožev opisujejo v prostoru plani zobnik, ki ni več plan v pravem pomenu besede. Kot njegovega kotalnega (delilnega) stožca je namreč $\delta = 90^\circ - \varphi$, kjer pomeni φ vznožni kot izdelovanega zobnika (slika 4). Dva tako izdelana zobnika ne vprijemljeta med seboj teoretično pravilno, vendar je praksa pokazala, da ta napaka ne vpliva neugodno na miren tek zobniškega para in je zato ta poenostavitev dopustna.

Mejno število zob pri nepravilnih oktoidnih zobnikih dobimo po enačbi:

$$z_g = \frac{4 y_t \cos^2 \alpha_e \sin \delta \cdot \operatorname{tg} \delta}{\sqrt{1 + \sin^2 2 \alpha_e \cdot \operatorname{tg}^2 \delta} - 1}$$



Slika 4.

Tu pomeni — poleg že znanih označb — α_e vprijemni kot planega zobnika na ekvatorju krogle s središčem v vrhu planega zobnika. Kot α_e je določen z orodjem: je kot, ki ga oklepa os planega zobnika z ravnino, ki jo opisuje rezalni rob orodja v prostoru. Pri danem kotu α_e lahko vprijemni kot na delilnem stožcu α_t izračunamo po enačbi:

$$\sin \alpha_t = \frac{\sin \alpha_e}{\cos \varphi}$$

Ker se kot α_e le malo razlikuje od kota α_t pri običajno nastajajočih vrednostih za φ (za $\alpha_e = 20^\circ$ in $\varphi = 3^\circ$ je $\alpha_t \approx 20^\circ 2'$), lahko namesto natančne vrednosti za α_e v enačbo za z_g postavljamo kar vrednosti za α_t . Tako dobljene vrednosti so navedene v spodnji razpredelnici:

Razpredelnica 3

Stožčasti zobniki z nepravim oktoidnim ozobjem

z^0	$\alpha_t = 20^\circ$				$\alpha_t = 15^\circ$			
	y_f				y_f			
	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.	teoretične vredn.	pr. vr.
	1	1,167	1,2	14/17,097	1	1,167	1,2	252/9,856
0	17,097	19,952	20,517	14,000	29,856	34,842	35,825	25,000
5	17,046	19,893	20,455	13,958	29,767	34,738	35,721	24,925
10	16,892	19,713	20,270	13,832	29,459	34,379	35,351	24,667
15	16,636	19,414	19,963	13,622	28,967	33,804	34,760	24,255
20	16,283	19,002	19,539	13,333	28,287	33,011	33,944	23,686
25	15,853	18,501	19,024	12,981	27,422	32,001	32,906	22,961
30	15,300	17,855	18,360	12,528	26,384	30,790	31,661	22,093
35	14,682	17,134	17,619	12,022	25,185	29,391	30,222	21,088
40	13,989	16,325	16,787	11,455	23,837	27,812	28,605	19,960
45	13,231	15,440	15,877	10,834	22,300	26,024	26,760	18,678

Če primerjamo vrednosti, navedene v tej razpredelnici, z vrednostmi za evolventne stožčaste zobnike, vidimo, da se le malo razlikujejo med seboj. Nepravilni oktoidni zobniki so torej tudi glede izpodreza zelo blizu evolventnim. Običaj v praksi, da z njimi računamo kot z evolventnimi zobniki, torej ne bo dal bistveno napačnih rezultatov.

Primerjava razpredelnice za mejno število pravih in nepravilnih oktoidnih zobnikov pa kaže, da se oboji precej razlikujejo med seboj, zlasti pri večjih kotih delilnega (kotalnega) stožca δ . Izpodrez se pojavlja precej pozneje pri pravih oktoidnih zobnikih. Če smo primorani uporabljati majhna števila zob, je tu umestno edino pravo oktoidno ozobje, in to tem bolj, čim večji je kot delilnega stožca δ . Vsaj za take zobnike bi bilo pravilno prenehati z dosedanjim prakso in uporabljati pravo oktoidno ozobje, kolikor razpoložljivi stroji to dopuščajo. Za nastavitev stroja je treba potem sicer nekaj več časa, razlika je pa le malenkostna in znaša celo pri izdelavi samo enega zobniškega para le nekaj minut za en zobnik, kar je samo majhen odstotek celotne priprave.

Vir: Neobjavljena študija o oktoidnih stožčastih zobnikih.

Avtor: ing. Hinko Muren, Oddelek za strojništvo Univerze v Ljubljani