

Numerično simuliranje površinske utrujenostne razpoke na zobeh zobnikov

Numerical Simulation of the Surface Fatigue Crack Growth on Gear Teeth Flanks

Gorazd Fajdiga - Jože Flašker - Srečko Glodež - Zoran Ren

V tem prispevku je predstavljen dvodimenzijski računski model za simuliranje širjenja površinsko začetne utrujenostne razpoke v stičnem področju dveh zobnih bokov zobnikov. Diskretiziran model zoba zobnika je obremenjen s pravokotno obremenitvijo (Hertzov stični tlak), strižno obremenitvijo (trenje med zobnimi boki zobnikov) in dodatno stično silo, ki je posledica elastohidrodinamičnih (EHD) pogojev mazanja. Za določitev širjenja utrujenostne razpoke od začetne do kritične dolžine, ko se delček materiala odlomi od površine in povzroči nastanek jamice, je uporabljen postopek J-integrala v okviru metode končnih elementov. Primerjava računskih in eksperimentalnih rezultatov kaže, da je predstavljeni model primeren za spremljanje širjenja površinske utrujenostne razpoke pri stični obremenitvi in ga kot takega lahko uporabimo pri napovedovanju pojava jamičenja na stično obremenjenih elementih, kakor so zobniki, ležaji, kolesa itn.

© 2000 Strojniški vestnik. Vse pravice pridržane.

(Ključne besede: utrujanje, problemi stikov, jamičenje, mehanika loma, mazanje)

The paper describes a two-dimensional computational model for simulation of the surface-initiated fatigue-crack growth in the contact area of gear-teeth flanks. The discretised model of gear teeth is subjected to normal loading (Hertzian contact pressure), tangential loading (friction between gear-teeth flanks) and additional external contact forces that arise from the EHD-lubrication conditions. The J-integral method in the framework of the finite-element analysis is used for the simulation of the fatigue-crack propagation from the initial to the critical crack length, when the material's surface layer breaks away and a pit appears on the surface. The comparison of computational and experimental results shows that the proposed model reliably simulates the surface-fatigue crack growth under contact loading and can be used for computational predictions of surface pitting for various contacting mechanical elements like gears, bearings, wheels, etc.

© 2000 Journal of Mechanical Engineering. All rights reserved.

(Keywords: fatigue, contact problems, pitting, fracture mechanics, lubrication)

0 UVOD

Najpogostejši utrujenostni poškodbi pri zobnikih, obremenjenih s ciklično stično obremenitvijo, sta jamičenje stičnih površin zobnega boka zobnika in zlom zoba v korenu ([1] in [2]). V tem prispevku je obravnavana le poškodba jamičenje, za popis katere je razvit računski model, ki omogoča izračun odpornosti glede na jamičenje oziroma izračun dobe trajanja zobnega boka zobnika do pojava prvih poškodb. Začetek procesa jamičenja se kaže v nastanku majhnih začetnih razpok na površini oziroma tik pod površino, ki se pod pogoji kotalno stičnega utrujanja materiala širijo do take dolžine, ko se pojavi nestabilno širjenje razpoke. Zaradi tega se delček materiala odlomi od površine in povzroči nastanek jamice [3].

Nastanek utrujenostnih razpok pomeni eno izmed najpomembnejših faz v procesu kotalno

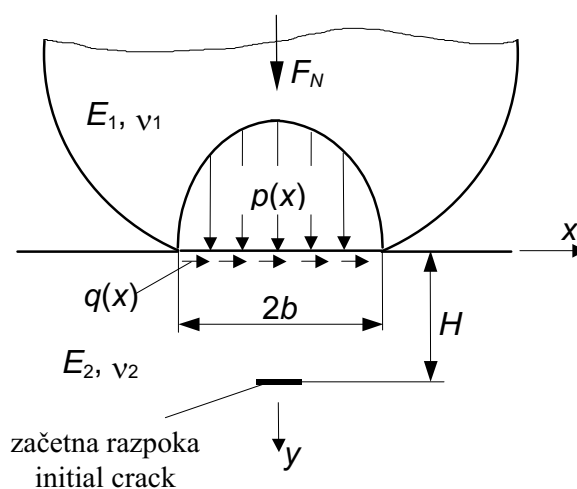
0 INTRODUCTION

Two kinds of teeth damage can occur on gears under repeated loading due to material fatigue, the pitting of gear-teeth flanks and tooth breakage in the tooth root ([1] and [2]). In this paper only the pitting phenomenon is addressed and the developed numerical model is used for determination of pitting resistance, *i.e.* the service life of gear-teeth flanks. The process of surface pitting can be visualised as the formation of small, surface-breaking or subsurface initial cracks, which grow under repeated contact loading. Eventually, the crack becomes large enough for unstable growth to occur, which causes the material's surface layer to break away and a void occurs on the surface [3].

The initiation of fatigue cracks represents one of the most important stages in the pitting process. The position and mode of fatigue-crack initiation de-

stičnega utrujanja materiala. Lega in način začetka utrujenostne razpoke sta odvisna od mikrostrukture materiala, vrste obremenitve ter makro- in mikrogeometrije elementa [4]. Glede na različno kombinacijo kotalno-drsnih stičnih pogojev lahko pride do nastanka razpoke na površini ali pod njo (sl. 1). Razpoke, začete v globini med 0 in 2 mm, so opredeljene kot površinske razpoke. Začetne razpoke v globini med 2 mm in $0,4b$ (b je polovična dolžina Hertzove stične ploskve) opredelimo kot podpovršinske razpoke, v globini več ko $0,4b$ pa kot razpoke v globljih plasteh, kjer robni pogoji na površini nimajo več bistvenega vpliva na širjenje razpoke [5].

pendo on the microstructure of a material, the type of the applied stress and the micro- and macro-geometry of the specimen [4]. Depending on the different combinations of rolling and sliding contact conditions the crack initiation periods can be very different and a crack can be initiated either on or under the surface (Figure 1). The cracks initiated at a depth H ranging from 0 to 2 mm are classified as surface cracks. Cracks initiated at a depth of 2 mm to $0,4 \times b$ are called subsurface cracks, where b is the half-width of the Hertz contact zone. Cracks initiated at depths larger than $0,4 \times b$ correspond to the regimes of internal crack initiation, since the boundary effects are negligible [5].



Sl. 1. Nastanek utrujenostne razpoke pod pogoji stične obremenitve
Fig. 1. Modelling of fatigue crack initiation under contact loading

Jamičenje kot posledica podpovršinskega nastanka razpok je opazno pri zobnikih z gladkimi stičnimi površinami in dobrim mazanjem. V tem primeru imajo velike strižne napetosti tik pod površino, ki nastanejo zaradi stične obremenitve, za posledico nastanek razpoke ([6] do [8]). Jamičenje zaradi nastalih razpok na površini pa je opaženo pri zobnikih s hrapavo površino in slabim mazanjem. Površinske razpoke se lahko pojavijo tudi zaradi mehanske in termične obdelave zobnika.

V tem prispevku je predpostavljena začetna razpoka na stični površini zaradi mehanske ali termične obdelave zobnika. Doba trajanja zobnega boka je tako enaka potrebnemu številu obremenitvenih obdobij, da se začetna razpoka razširi od začetne do kritične dolžine, ko se pojavijo tudi prve poškodbe na površini.

1 ŠIRJENJE UTRUJENOSTNIH RAZPOK PRI STIČNI OBREMNITVI

Zaradi majhnih dolžin razpok v stičnem področju zobnih bokov zobnikov je v splošnem treba pri širjenju razpoke uporabiti teorijo širjenja kratkih

Sub-surface pitting initiation is common in gears with smooth contact surfaces and good lubrication, where the large shearing sub-surface stresses, resulting from the contact loading, govern the crack initiation ([6] to [8]). Surface pitting initiation is observed in gears with rough surfaces and poor lubrication. Surface cracks may also appear as a consequence of the mechanical and thermal treatment of the material.

In this paper it is assumed that the fatigue crack is initiated on the surface as a consequence of mechanical and thermal treatment of the material. The service life of gear-teeth flanks is then estimated as the number of stress cycles required for the crack to propagate from some initial value to the critical crack length, when surface damage is expected to occur.

1 FATIGUE-CRACK GROWTH DUE TO CONTACT LOADING

The small crack lengths in the contact area of gear-teeth flanks imply that the short crack growth theory should be used for describing fatigue crack propagation.

razpok. V tem primeru ima pomembno vlogo mikrostruktura materiala, še posebej meje med kristalnimi zrn, ki bistveno vplivajo na proces širjenja razpoke ([9] in [10]). Iz predpostavke, da je hitrost širjenja razpoke da/dN sorazmerna plastičnemu pomiku vrha razpoke δ_{pl} izhaja:

$$\frac{da}{dN} = C_o (\delta_{pl})^{m_o} \quad (1),$$

kjer sta C_o in m_o materialni konstanti, ki jih določimo eksperimentalno. Pri numeričnem preračunu je koristno izraziti plastični pomik vrha razpoke δ_{pl} s faktorjem intenzivnosti napetosti K . Enačba za povezavo med omenjenima parametroma ima po [9] obliko:

$$\delta_{pl} = \frac{2(1-\nu)}{G\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{1-n^2}}{n} K\sqrt{a} \quad (2),$$

kjer sta: G - strižni modul, in ν - Poissonovo število. Parameter $n = a/c$ izraža relativno lego vrha razpoke glede na mejo kristalnega zrna (sl. 2). Z integriranjem enačbe (1) dobimo potrebno število obremenitvenih obdobj N_j za razširitev razpoke skozi posamezno kristalno zrno. Skupno število obremenitvenih obdobj za razširitev razpoke od začetne do kritične dolžine, ki dejansko pomeni dobo trajanja obravnavanega elementa, pa je definirano z enačbo:

$$N = \sum_{j=1}^z N_j ; \quad j = 1, 2, 3, \dots, z \quad (3),$$

kjer je z število kristalnih zrn, skozi katera poteka razpoka. Izračunamo ga tako, da kritično dolžino razpoke a_c delimo s povprečnim premerom kristalnega zrna D ($z = a_c/D$) (sl. 2). Postopek je podrobno opisan v [3] in [6].

Predmet raziskave je bil določitev funkcijske odvisnosti faktorja intenzivnosti napetosti od dolžine razpoke, $K = f(a)$, ki je ključnega pomena za rešitev enačbe (2) in zaradi tega tudi enačbe (1). Če je funkcija $K = f(a)$

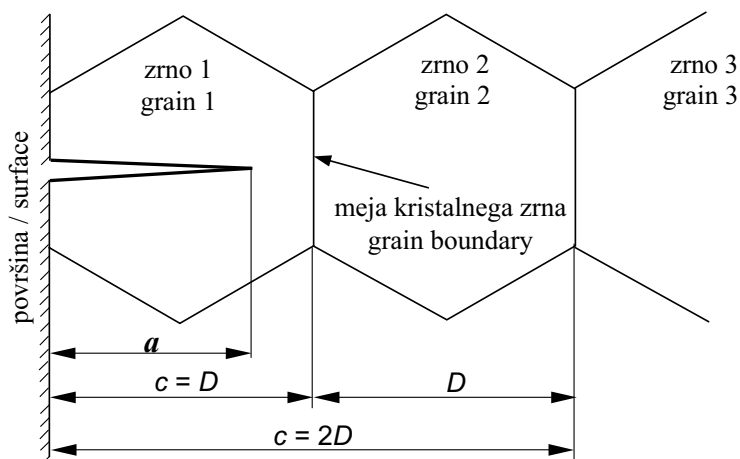
The short fatigue crack growth is characterised by successive blocking of the crack's growth by the material's microstructural grain boundaries, which implies a discontinuous character of the crack-growth process [9] and [10]. The crack growth rate da/dN is assumed to be proportional to the crack-tip plastic displacement δ_{pl} :

where C_o and m_o are material parameters that are determined experimentally. In view of the numerical simulation it is beneficial to express the crack-tip plastic displacement δ_{pl} in terms of the stress-intensity factor K . This relationship has been provided in the following form [9]:

where G is the shear modulus and ν is Poisson's ratio. The parameter $n = a/c$ describes the relative position of the crack tip with respect to the grain boundary, see Figure 2. The number of stress cycles N_j required for a crack to propagate through each crystal grain is then obtained with the integration of eqn (1). The corresponding total number of stress cycles required for pitting on gear teeth flanks to occur is then defined as:

where z is the number of grains transversed by the crack - calculated by dividing the critical crack length a_c by the average grain diameter D , i.e. $z = a_c/D$, see Figure 2. This procedure is fully explained in [3] and [6].

The subject of this study was only the determination of $K = f(a)$, which is necessary for solving solution of eqn (2) and consequently eqn (1). If the function $K = f(a)$ is known, the service



Sl. 2. Začetna razpoka v prvem kristalnem zrnju
Fig. 2. Initial crack in the first crystal grain

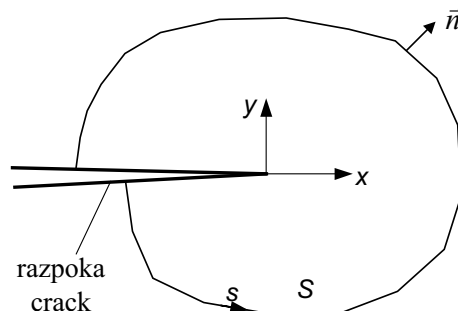
poznana, lahko ob poznavanju materialnih veličin C_0 in m_0 razmeroma preprosto določimo potrebno število obremenitvenih obdobij N do pojava jamičenja. Ta postopek je podrobno opisan v [3],[6]. Za določitev funkcije $K=f(a)$ je uporabljena metoda J -integrala v okviru metode končnih elementov (MKE - FEM).

2 METODA J -INTEGRALA

J -integral je definiran kot količina sproščene energije, potrebne za rast razpoke z enačbo [11]:

$$J = \int_S \left(W \cdot dy - T \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) ds \quad (4),$$

kjer so: W - deformacijska energija, T - vektor v smeri pravokotnica n na integracijsko krivuljo, u - pomik v smeri integracijske krivulje in S - integracijska pot okoli vrha razpoke (sl. 3). J -integral je neodvisen od izbrane integracijske poti okoli vrha razpoke, kar omogoča izračun integrala po integracijski poti, ki je poljubno oddaljena od vrha razpoke. Glavna prednost izračuna J -integrala je prav ta, da se ga lahko računa za pot, ki je dovolj oddaljena od področja vrha razpoke, s čimer se izognemo problemom singularnosti v neposredni bližini konice razpoke. Zato za rešitev J -integrala ni potrebna drobna diskretizacija okoli vrha razpoke.



Sl. 3. Integracijska pot za izračun J -integrala

Fig. 3. Close contour used in the evaluation of the J -Integral

Iz numerično izračunane vrednosti J -integrala se faktor intenzivnosti napetosti K izračuna z uporabo enačbe [11]:

$$K = \sqrt{J \cdot E'} \quad (5),$$

kjer sta $E' = E$ za ravninsko napetostno stanje in $E' = E/(1-\nu^2)$ za ravninsko deformacijsko stanje (E - modul elastičnosti, ν - Poissonovo število).

Z uporabo metode J -integrala pri simuliranju širjenja utrujenostne razpoke je potrebno reševanje, kjer je pot širjenja razpoke izračunana koračno. V splošnem je znano, da se bo razpoka širila v smeri največje sprostitve potencialne energije, to pomeni v smeri največje vrednosti J -integrala oziroma faktorja intenzivnosti napetosti K . Torej mora biti J -integral in zato tudi faktor intenzivnosti napetosti K numerično

life of gear teeth flanks can easily be estimated using the material parameters C_0 and m_0 . The function $K=f(a)$ will be obtained with the use of the J -integral method in the framework of the Finite Element Method (FEM).

2 THE J -INTEGRAL METHOD

The J -integral is defined as the energy-release rate available for crack growth with the following equation [11]:

where W is the strain energy density, T is the vector of surface tractions, u is the displacement vector and S is the integration path around the crack tip (Figure 3). The J -integral is independent of the selected integration path around the crack tip, which enables the evaluation of the integral along an arbitrary path away from the crack-tip area. The main advantage of the J -integral calculation is that it can be calculated for a contour far from the crack-tip region, which is characterised by its steep stress and strain gradients. Hence there is no need for a very fine discretisation around the crack tip to arrive at the solution of the J -integral.

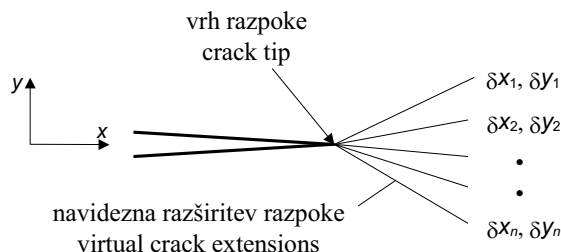
From the numerically determined J -integral value, the stress intensity factor K can be calculated from the following equation [11]:

where $E' = E$ for the plane stress and $E' = E/(1-\nu^2)$ for the plane strain case, with E being the Young's modulus and ν the Poisson's ratio.

By applying the J -integral method for simulations of the fatigue-crack growth it is necessary to set up an incremental procedure, where the crack growth path is determined incrementally. It is generally accepted that the crack will always extend in the direction that corresponds to the maximum release of potential energy, i.e. the maximum value of the J -integral and consequently, the stress intensity factor K . This implies that the J -integral, and subsequently K , should be numerically calculated for the dif-

izračunan za različne podaljške razpoke. Predpostavljeni podaljški razpoke so enake dolžine a vendar v različnih smereh od vrha razpoke (sl. 4). Razpoka je podaljšana v smeri največjega J oziroma K , nato pa se ves proces zopet ponovi.

ferent virtual extensions of the crack around the crack tip. The virtual crack extensions are of the same length, but in different directions from the crack tip (Figure 4). The crack is incrementally extended in the direction of the maximum J or K value and the process is repeated.



Sl. 4. Predpostavljene navidezne razširive razpoke

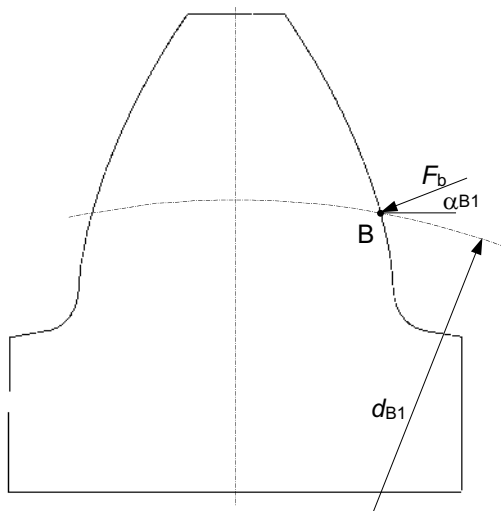
Fig. 4. Virtual crack extensions of the crack tip

3 VPLIVNI PARAMETRI NA ŠIRJENJE UTRUJENOSTNE RAZPOKE PRI ZOBNIKI

V praksi je v splošnem najbolj obremenjeno mesto na zobnem boku notranja točka enojnega ubiranja pastorka B, kjer je tudi jamičenje zobnih bokov praviloma najbolj izrazito. To je tudi mesto, ki je upoštevano pri vseh numeričnih izračunih. Za obravnavano zobniško dvojico leži točka B na premeru d_{B1} , ubirni kot v tej točki pa je α_{B1} (sl. 5).

3 PARAMETERS INFLUENCING FATIGUE- CRACK GROWTH IN GEARS

The worst contact loading conditions appear when the gears' teeth are in contact at the inner point of a single teeth-pair engagement (point B), where the surface-breaking initial cracks are expected to develop first. This is also the case considered in all computations reported in this study. For the gear pair, the contact point B is located on diameter d_{B1} , with the associated pressure angle α_{B1} (Figure 5).



Sl. 5. Model zoba pastorka s karakteristično ubirno točko B

Fig. 5. Pinion tooth model with associated contact point B

Pri vseh preračunih je Hertzova pravokotna obremenitev $p(x)$, ki deluje v točki B, upoštevana kot pravokotna obremenitev zobnih bokov zobnikov. Poleg pravokotne Hertzove stične obremenitve $p(x)$, ki je odvisna od največjega bočnega tlaka σ_H in vpliva elastohidrodinamičnega mazanja (poglavje 3.1), je pri numeričnih izračunih upoštevan tudi vpliv trenja (sl. 6). Strižna obremenitev $q(x)$ je definirana kot:

In all computations the Hertzian normal-contact-loading distribution $p(x)$ acting at point B has been considered as the normal loading of the gear flanks. Apart from the normal contact loading $p(x)$, the distribution of which is dependent on the maximum contact pressure σ_H and elasto-hydro-dynamic (EHD)-lubrication conditions (see Section 3.1), the influence of friction has also been considered (Figure 6). The tangential loading distribution $q(x)$ was assumed to be equal to:

$$q(x) = \mu \cdot p(x) \tag{6}$$

kjer je μ koeficient trenja med zobnimi boki.

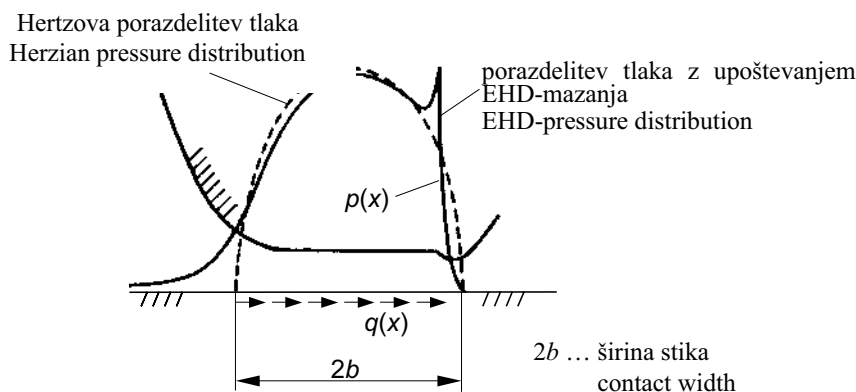
where μ is the coefficient of friction between the meshing gear flanks.

3.1 Vpliv mazanja EHD

Porazdelitev pravokotne obremenitve v stiku $p(x)$ v enačbi (6) upošteva tudi porazdelitev tlaka zaradi EHD mazanja (sl. 6). Ta porazdelitev je lahko določena eksperimentalno ali z uporabo ustreznih računalniških modelov ([12] in [13]).

3.1 Influence of the EHD lubrication

The normal-contact-loading distribution $p(x)$ in eqn. (6) also considers the EHD-pressure distribution, which is illustrated in Figure 6. This distribution can be determined experimentally or with use of relevant computational models ([12] and [13]).



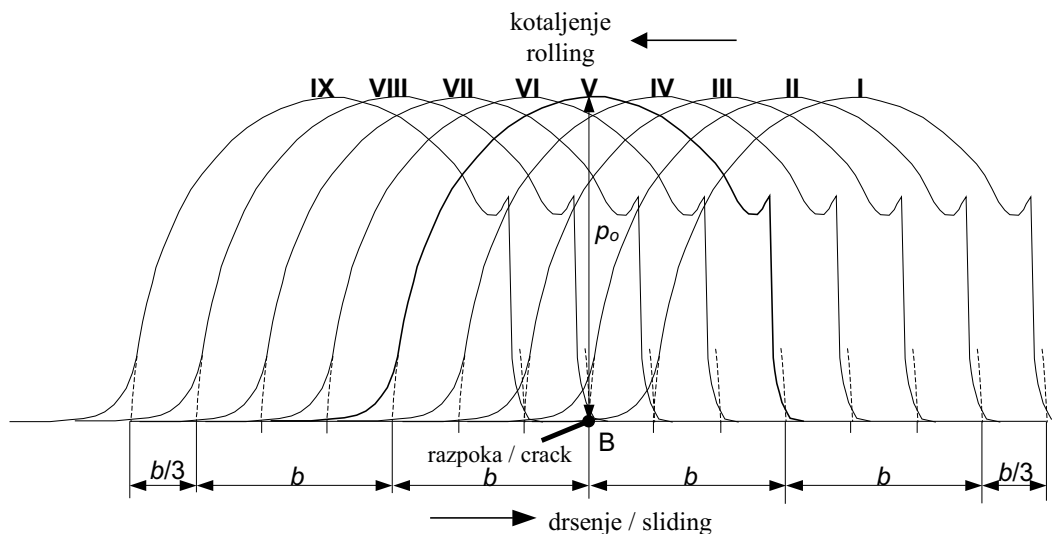
Sl. 6. Porazdelitev obremenitve v stiku
Fig. 6. Contact loading distribution

3.2 Vplivi procesa kotaljenja in maziva na širjenje razpoke

Za dejanski opis širjenja razpoke je treba upoštevati proces kotaljenja zobnih bokov okrog točke B, ki je tudi mesto, kjer je predpostavljena začetna razpoka. Za čim boljše simuliranje celotnega procesa kotaljenja bokov okrog točke B, je za vsako dolžino razpoke upoštevanih več obremenitvenih primerov, ki

3.2 The influence of moving contact and lubricant trapped into the crack

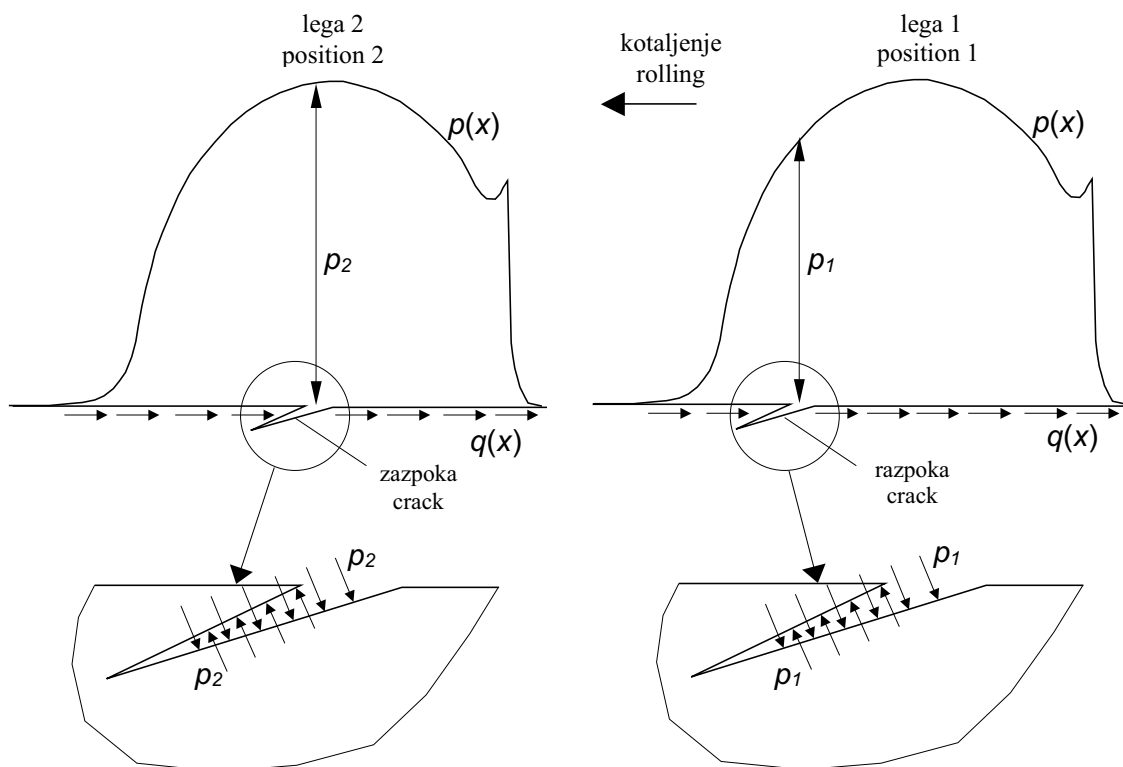
For a more realistic simulation of the fatigue-crack growth it is necessary to consider the moving gear teeth contact in the vicinity of point B, where the initial crack is assumed to appear. The moving contact can be simulated with different loading configurations as shown in Figure 7. In all configura-



Sl. 7. Obremenitveni primeri pri kotaljenju zobnih bokov okrog točke B
Fig. 7. Moving contact loading configurations in respect to point B

so prikazani na sliki 7. Pri vseh obremenitvenih primerih sta pravokotna obremenitev $p(x)$ in strižna obremenitev $q(x)$ enaki po velikosti, vendar se pojavljata na različnih mestih glede na točko B.

Poleg poprej opisane pravokotne in strižne obremenitve zobnih bokov je pri simuliranju širjenja površinsko začete utrujenostne razpoke upoštevan tudi tlak v notranjosti razpoke, kot posledica mazanja zobnih bokov. Za opazovano razpoko v točki B ta tlak ni stalen, temveč je odvisen od trenutne lege tlačne elipse (sl. 8).



Sl. 8. Obremenitev razpoke s tlakom olja
Fig. 8. Crack face loading with the lubricant pressure

4 PRAKTIČEN PRIMER

Za analizo širjenja površinske utrujenostne razpoke je uporabljena zobniška dvojica s podatki ozobja, navedenimi v preglednici 1. Za obravnavano zobniško dvojico leži točka B na premeru $d_{B1} = 84,708$ mm, ubirni kot v tej točki pa je $\alpha_{B1} = 19,448^\circ$ (sl. 5). Največji bočni tlak v točki B je $p_o = 1685$ MPa in je izračunan z uporabo standarda DIN 3990 [1] z upoštevanjem spodnjih karakterističnih veličin:

- nominalni bočni tlak: $\sigma_{H0} = 1525$ MPa
- koeficient enojnega ubiranja: $Z_B = 1,047$
- koeficient obratovanja: $K_A = 1,0$
- dinamični koeficient: $K_v = 1,06$
- koeficient porazdelitve sile po širini zoba:
 $K_H\beta = 1,05$
- koeficient porazdelitve sile na zobe: $K_H\alpha = 1,0$

V predloženem delu je upoštevana vrednost za koeficient trenja $\mu = 0,04$, kar je povprečna vrednost za zobniške dvojice z dobrim mazanjem [14].

tions the normal $p(x)$ and tangential $q(x)$ contact loading distributions are of the same magnitude, however they are acting at different positions with respect to point B.

The simulation of the surface-initiated fatigue-crack propagation also needs to consider the influence of the lubricant pressure acting on the crack faces. The lubricant pressure is not constant and is dependent on the contact-loading position, *i.e.* the contact-pressure-distribution position with respect to point B, see Figure 8.

4 PRACTICAL COMPUTATIONS

The real gear pair with the complete data set as given in Table 1 has been used for analyses of the surface-initiated fatigue-crack growth leading to pitting. For the treated gear pair the contact point B can be identified to be on diameter $d_{B1} = 84.708$ mm, with the associated pressure angle $\alpha_{B1} = 19.448^\circ$ (Fig. 5). The maximum contact pressure $p_o = 1685$ MPa has been determined according to the standard procedure DIN 3990 [1] taking into account the following assumptions:

- nominal contact pressure: $\sigma_{H0} = 1525$ MPa
- coefficient of single engagement: $Z_B = 1,047$
- application factor: $K_A = 1,0$
- dynamic factor: $K_v = 1,06$
- face load factor: $K_H\beta = 1,05$
- transverse load factor: $K_H\alpha = 1,0$

In the treated application the coefficient of friction $\mu = 0.04$ has been used, which is the average value for well-lubricated gears [14].

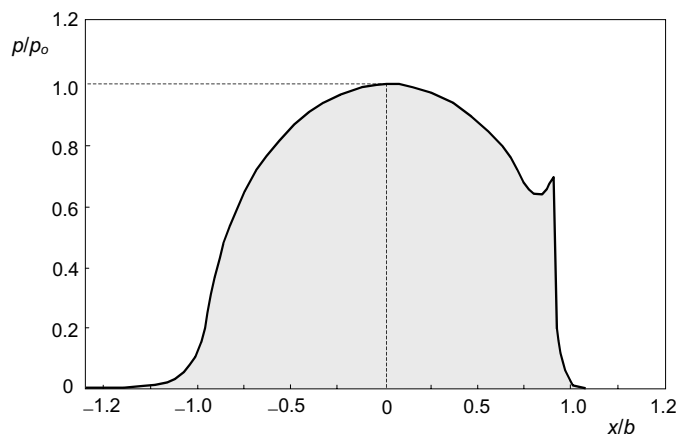
Preglednica 1. Osnovni podatki testne zobniške dvojice

Table 1. Data set of gear pair

Pomen Parameter	Pastorek Pinion	Zobnik Gear
modul normal module	$m_n = 5$ mm	
število zob number of teeth	$z_1 = 17$	$z_2 = 18$
ubirmi kot izhodnega profila pressure angle on pitch circle	$\alpha_n = 20^\circ$	
nagibni kot bočnic helical angle	$\beta_o = 0^\circ$	
koeficient profilnih premikov coefficient of profile displacement	$x_1 = 0.475$	$x_2 = 0.445$
medosje centre distance	$a = 91,5$ mm	
širina zoba tooth width	$b_1=b_2 = 16$ mm	
premer razdelnega kroga pitch diameter	$d_1 = 85$ mm	$d_2 = 90$ mm

Porazdelitev EHD tlaka je izračunana s računalniškim programom ROSLCOR [12] in je prikazana na sliki 9. Upoštevano je olje ISO-VG-100 s kinematično viskoznostjo $\nu_{50} = 61$ mm²/s in gostoto $\rho_{15} = 880$ kg/m³.

The EHD-pressure distribution has been determined with the computer program ROSLCOR [12] and is given in Figure 9. The lubricant oil used, ISO-VG-100, had a cinematic viscosity $\nu_{50} = 61$ mm²/s and a density $\rho_{15} = 880$ kg/m³.



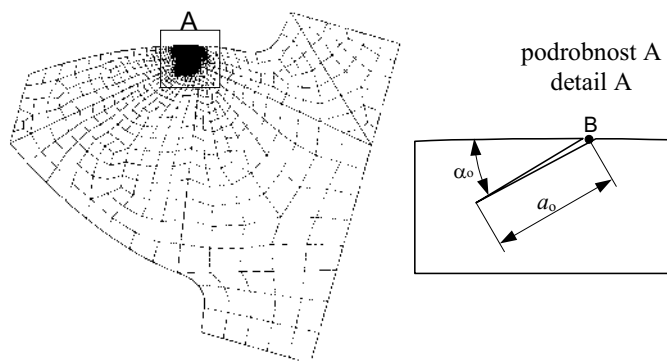
Sl. 9. Porazdelitev EHD tlaka v kontaktnem področju
Fig. 9. EHD- pressure distribution in the contact area

Pri vseh numeričnih preračunih je uporabljen model zoba pastorka na sliki 5, ter pravokotne in strižne obremenitve, opisane v poglavju 4. Slika 10 prikazuje mrežo končnih elementov za model zoba pastorka in konfiguracijo začetne razpoke na površini v notranji točki B enojnega ubiranja pastorka. Pri tem je predpostavljena dolžina začetne utrujenostne razpoke $a_0 = 0,015$ mm pod kotom $\alpha_0 = 22^\circ$. Predpostavka o začetni razpoki izhaja iz rezultatov metalurških raziskav razpok na zobnikih [15].

Za numerično simuliranje širjenja razpoke in določitev faktorja intenzivnosti napetosti K (s tem tudi odvisnosti $K=f(a)$) je bil v tej študiji uporabljen programski paket MARC [16], ki bazira na metodi končnih elementov (MKE - FEM). Za simuliranje procesa

For all the numerical calculations the pinion-tooth model, shown in Figure 5, and the normal and tangential loading described in Section 4 have been used. Figure 10 shows the finite-element mesh of the pinion-tooth model and the configuration of the initial crack on the surface, located at point B. It was assumed that the initial length of the crack is equal to $a_0 = 0.015$ mm with the initial inclination angle $\alpha_0 = 22^\circ$. This configuration of the initial crack corresponds to the metallographic investigations of cracks appearing on gears [15].

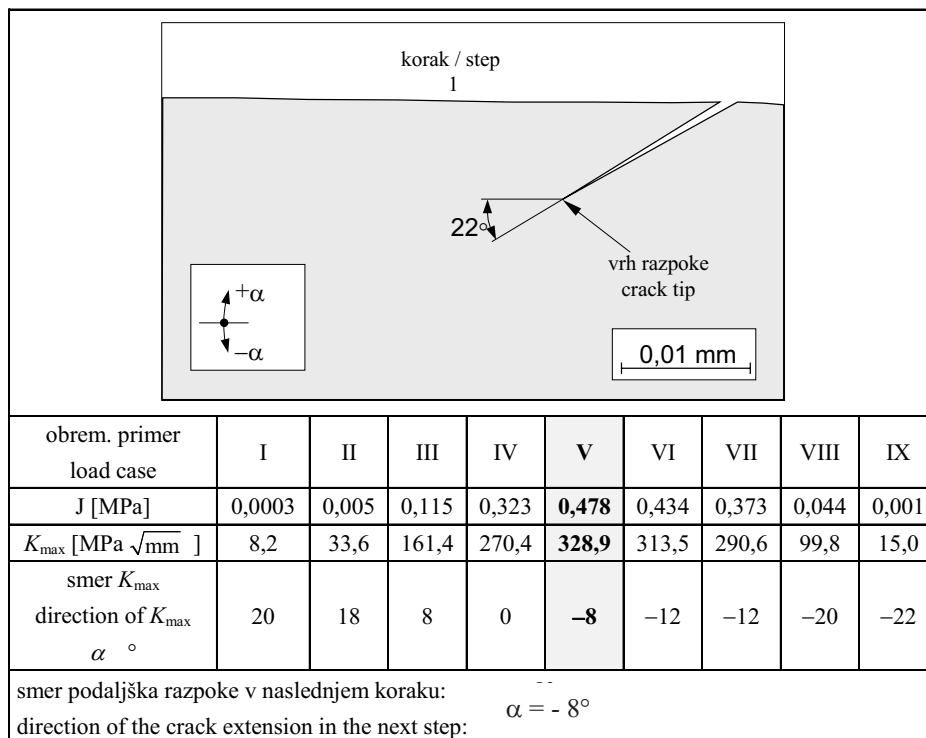
In this study the program package MARC [16], based on the FEM, has been used for computational simulation of crack growth and the associated determination of the function $K=f(a)$. For simu-



Sl. 10. Numerični model in oblika začetne razpoke
Fig. 10. FE discretisation and configuration of the initial crack

kotaljenja zobnih bokov je upoštevanih devet obremenitvenih primerov za vsako dolžino razpoke (sl. 7). V konici razpoke so določene različne navidezne razširitve razpoke (sl. 4) in za vsako od teh je izračunan faktor intenzivnosti napetosti. Razpoka se v naslednjem koraku podaljša v smeri največjega faktorja intenzivnosti napetosti, izbranega izmed vseh izračunanih vrednosti faktorjev intenzivnosti napetosti za različne navidezne razširitve razpoke in obremenitvene primere. Ta postopek je za prvi korak (začetna razpoka) prikazan na sliki 11. Vsi rezultati širjenja utrujenostne površinske razpoke pa so prikazani na sliki 12.

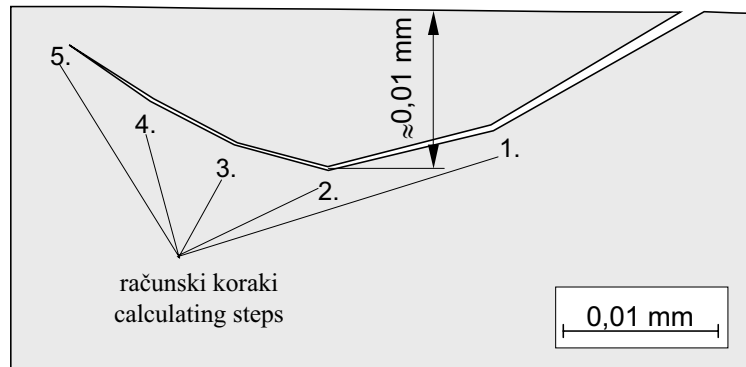
lations of the moving-gear-teeth contact, nine different loading configurations have been considered for each crack length (Fig. 7). Therefore, the stress intensity factor has been calculated for different virtual crack extensions (Fig. 4) of the crack tip and for each load case. The crack has then actually been extended in the direction of the maximum stress intensity factor K_{\max} for all calculated load cases and virtual crack extensions. This procedure is for step 1 (initial crack), given in Figure 11. The complete results of the surface fatigue-crack growth are shown in Figure 12.



Sl. 11. Numerični izračun J in K za začetno razpoko
Fig. 11. The numerical determination of J and K for the initial crack

Po konfiguraciji razpoke na sliki 12 lahko sklepamo, da vodi začetna površinska razpoka dolžine 0,015 mm ob upoštevanih robnih pogojih do pojava zelo majhnih jamic na površini zobnih bokov, ki jih označimo kot mikrojamčenje.

On the basis of the results in Figure 12 it can be concluded that the initial surface crack of length 0.015 mm and the considered boundary conditions lead to the appearance of very small surface pits, which can be termed as micro-pitting on gear-teeth flanks.



korak step	a mm	K MPa $\sqrt{\text{mm}}$	obrem. primer load case
1	0,015	329	V
2	0,025	374	VI
3	0,030	412	VI
4	0,035	500	VII
5	0,040	2132	VII

Sl. 12. Potek širjenja površinsko inicirane razpoke

Fig. 12. Results of the surface initiated fatigue crack growth

5 SKLEPI

5 CONCLUSIONS

V prispevku je predstavljen numerični model za analizo širjenja površinske utrujenostne razpoke na zobnih bokih zobnikov. Pri tem je predpostavljeno, da je zobni bok obremenjen s pravokotno obremenitvijo (največji bočni tlak) in strižno obremenitvijo (trenje) ter dodatno obremenitvijo zaradi EHD mazanja. Površinska razpoka je ob tem še dodatno obremenjena s tlakom olja, ki pritiska na obe površini razpoke in je odvisen od lege tlačne elipse glede na opazovano razpoko.

Simuliranje širjenja utrujenostne površinske razpoke je izvedeno na praktičnem primeru zobniške dvojice, ob uporabi metode J -integrala v okviru metode končnih elementov (MKE - FEM). Z uporabo modela izračunana odvisnost $K=f(a)$ omogoča določitev dobe trajanja zobnika glede na jamičenje površine. Rezultati izvedenih numeričnih izračunov kažejo, da vodi zelo majhna začetna površinska razpoka do pojava mikrojamčenja zobnih bokov, kar se dobro ujema tudi z nekaterimi eksperimentalnimi raziskavami ([14] in [15]).

The paper presents a computational model for the simulation of surface-initiated fatigue-crack growth on gear-teeth flanks. The teeth flanks are subjected to the normal (normal contact pressure) and tangential (frictional forces) contact forces which also take into account the influence of EHD-lubrication conditions as well as the associated lubricant pressure acting on the crack faces.

The simulation of fatigue-crack propagation is performed on a practical application of gear contact with use of the J -integral method in the framework of the FEM. The consequent computational determination of the functional relationship $K=f(a)$ enables an estimation of the gear service life in regard to the surface pitting. Computational results show that small initial surface cracks lead to micro-pitting of contacting gears, which corresponds well with the available experimental data ([14] and [15]).

6 LITERATURA

6 REFERENCES

- [1] DIN 3990 (1987) Calculation of load capacity of cylindrical gears. *German standard*.
- [2] Flašker, J., Glodež, S., S. Pehan (1995) Influence of contact area on service life of gears with crack in tooth root. *Com. Num. Methods Engng 11*.
- [3] Glodež, S., Flašker, J., Z. Ren (1997) A new model for the numerical determination of pitting resistance of gear teeth flanks. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. 20*.
- [4] Zhou, R.S., Cheng, H.S., T. Mura (1989) Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication. *ASME Journal of Tribology 111*.

- [5] Cheng, W., Cheng, H.S., Mura, T., L. M. Keer (1994) Micromechanics modelling of crack initiation under contact fatigue. *ASME J. Tribology* 116.
- [6] Glodež, S., Winter, H., H.P. Stüwe (1997) A fracture mechanics model for the wear of gear flanks by pitting. *Wear* 208.
- [7] Glodež, S., Z. Ren (1998) Modelling of crack growth under cyclic contact loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 30.
- [8] Glodež, S., Ren, Z., J. Flašker (1998) Simulation of surface pitting due to contact loading. *Int. j. numer. methods eng* 43.
- [9] Navarro, A., E.R. Rios (1988) Short and long fatigue crack growth-a unified model. *Philosophical Magazine* 57.
- [10] Sun, Z., Rios, E.R., K.J. Miller (1991) Modelling small fatigue cracks interacting with grain boundaries. *Fatigue Fract. Engng Mater* 14.
- [11] Ewalds, H.L., R.J.H. Wanhill (1991) Fracture Mechanics. *Co-publication of Edward Arnold*.
- [12] Oster, P., M. Simon (1988) Messung und Berechnung von Gleit-Wälzkontakten an Scheiben und Zahnradern im Bereich der Elastohydrodynamik. *Antriebstechnik* 27.
- [13] Fajdiga, G. (1998) Vpliv oljnega filma na bočni tlak zobniškega para. *Magistrsko delo*, Maribor.
- [14] Winter, H., G. Knauer (1990) Einfluss von Schmierstoff und Betriebstemperatur auf die Grübchentragefähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. *Antriebstechnik* 29.
- [15] Knauer, G. (1988) Zur Grübchentragefähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. *Ph.D. dissertation*, TU Munich.
- [16] MARC, Users' Manual, 1990

Naslov avtorjev: mag. Gorazd Fajdiga
prof.dr. Jože Flašker
doc.dr. Srečko Glodež
doc.dr. Zoran Ren
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Mariboru
Smetanova 17
2000 Maribor

Authors' Address: Mag. Gorazd Fajdiga
Prof.Dr. Jože Flašker
Doc.Dr. Srečko Glodež
Doc.Dr. Zoran Ren
Faculty of Mechanical Engineering
University of Maribor
Smetanova 17
2000 Maribor, Slovenia

Prejeto: 29.2.2000
Received:

Sprejeto: 2.6.2000
Accepted: