

UDK 531.224:621.873.3:629.119.4

Izračun upogibnih momentov v teleskopski ročici avtožerjava po teoriji II. reda z računalnikom HP-41 C

ALEKSANDER HERCOG

Metalna Maribor je pred tremi leti začela izdelovati avtožerjave z nosilnostjo 40 t, v kratkem bo steklo izdelovanje avtožerjavov z nosilnostjo 30 t, pozneje pa še z nosilnostjo 55 t. Zaradi posebnosti obremenitev in deformacij teleskopskih ročic objavljamo potek izračuna upogibnih momentov vzdolž ročice.

1. Uvod

Teleskopske ročice avtožerjavov so vitke, elastične konstrukcije. Klasičen preračun po teoriji I. reda za te konstrukcije zaradi znatnih deformacij ni več primeren. Tudi preračun ročice glede na varnost proti uklonu ne privede do natančnejših rezultatov. Ročica avtožerjava namreč ni obremenjena le z osnimi, temveč tudi z znatnimi prečnimi silami in upogibnimi momentami. Zaradi tega to ni več uklonski, temveč upogibni problem po teoriji II. reda. V nadaljevanju sestavka si oglejmo enega od načinov rešitve.

Do rešitve lahko pridemo na dva načina:

— v končni obliki z rešitvijo diferencialne enačbe,

— z iterativno metodo.

V [1] je prikazana rešitev diferencialne enačbe. Ker je upoštevana cela vrsta poenostavitev, ta metoda ne daje natančnejših rezultatov.

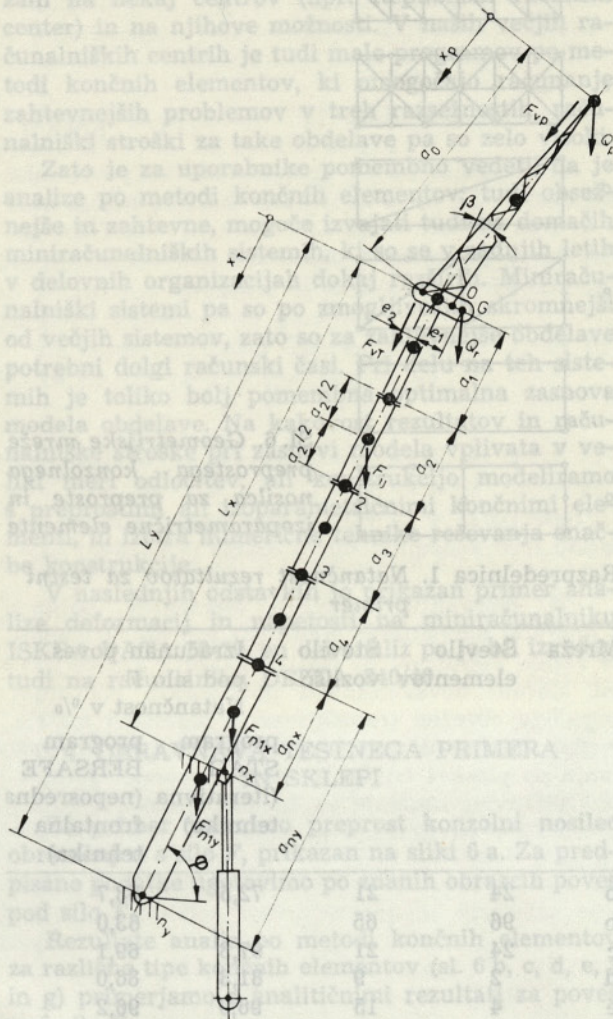
V zadnjem času so se pojavili tudi žepni računalniki z razmeroma velikimi zmogljivostmi, kar daje prednost iterativni metodi.

2. Shema teleskopske ročice s podaljškom

Izračun notranjih sil bo prikazan za petdelno teleskopsko ročico, ki ima na vrhu togo pritrjen rešetkast podaljšek. Njegova os oklepa v splošnem z osjo teleskopske ročice kot β .

Da tudi vpliv lastne teže ročice kar najbolj natančno zajamemo, jo razdelimo v vrsto masnih točk (sl. 1). Po ena masna točka naj bo na vrhu in na sredini vidne dolžine vsakega elementa ročice. Vidno dolžino vsakega elementa označimo z a_i , pri čemer indeks i označuje zaporedno številko elementa. Podaljšek označimo z indeksom 0. V vsaki masni točki deluje sila teže F_{ij} . Pri tem indeks j označuje sila prijema ali na vrhu ($j = 0$) ali na sredini vidne dolžine ($j = 1$) elementa. Kontrolne točke so ob vznožju vidne dolžine vsakega elementa in jih označujemo z indeksom n ($n = 0 \dots 5$). Na glavi teleskopskega dela ročice je še dodatna kontrolna točka, ki jo označimo z indeksom G.

Za vse obremenitve, ki delujejo navpično v smeri sile teže (tj. vertikalno, v nadaljevanju smer v),



Sl. 1. Shema ročice avtožerjava s porazdelitvijo masnih (F_{ij}) in kontrolnih točk ($0 \dots n$)

pomeni ročica dvakrat členkasto podprt konzolno nosilec. Ena podpora je mesto pritrditve ročice na konstrukcijo žerjava, druga pa je valj za nagibanje v obliki nihalka. Razdalja med oporoma je razmeroma kratka v primerjavi z dolžino ročice, poleg tega pa je vztrajnostni moment ročice med oporoma znatno večji zaradi ojačitev (prenaša velike osne sile) in pritrditve mehanizma za teleskopiranje. Zato so deformacije med oporoma neznatne in brez večje napake lahko domnevamo, da je ročica konzolno vpeta na mestu pritrditve valja za nagibanje. Na istem mestu se tudi dejansko pojavlja enak največji upogibni moment.

Za vse obremenitve, ki delujejo vodoravno — pravokotno na smer sile teže (tj. horizontalno, v nadaljevanju smer h), pa pomeni ročica konzolni nosilec, togo vpet na mestu pritrditve na konstrukcijo žerjava.

Sila F_{vT} v dvizni vrvi teleskopske ročice deluje v njeni smeri. Breme lahko dvigamo na podaljšku (Q_p) ali samo na teleskopski ročici (Q_T) kadar podaljška ni.

3. Notranje sile po teoriji I. reda

Za preračun po teoriji II. reda moramo najprej poznati notranje sile v ročici po teoriji I. reda. Glede na shemo teleskopske ročice in z dodatnimi označbami:

γ — koeficient pogonskega razreda po JUS M.D1.020,

ψ — dinamični koeficient po JUS M.D1.050,

α — kotni pospešek,

g — zemeljski pospešek,

dobimo naslednje notranje sile:

3.1. Notranje sile v smeri v

— v kontrolni točki podaljška:

$$N_0 = -(\psi Q_p + F_{00} + F_{01}) \gamma \sin(\varphi - \beta) - F_{vP}$$

$$T_0 = (\psi Q_p + F_{00} + F_{01}) \gamma \cos(\varphi - \beta)$$

$$M_0 = \left(\psi Q_p + F_{00} + \frac{F_{01}}{2} \right) \gamma a_0 \cos(\varphi - \beta) \quad (1)$$

— v n -ti kontrolni točki teleskopske ročice:

$$N_n = -\left(\psi Q_p + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} \right) \gamma \sin \varphi - F_{vT}$$

$$T_n = \left(\psi Q_p + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} \right) \gamma \cos \varphi$$

$$M_G = M_0 - F_{vT} e_2$$

$$M_n = M_{n-1} + \left(\psi Q_p + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^1 F_{ij} + F_{n0} + \frac{F_{n1}}{2} \right) \cdot \gamma a_n \cos \varphi \quad (2)$$

Kadar podaljška ni, dobimo v kontrolnih točkah teleskopske ročice naslednje notranje sile:

$$N_n = -\left(\psi Q_T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} \right) \gamma \sin \varphi - F_{vT}$$

$$T_n = \left(\psi Q_T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} \right) \gamma \cos \varphi$$

$$M_G = \gamma \psi Q_T e_1 \sin \varphi - F_{vT} e_2$$

$$M_n = M_{n-1} + \left(\psi Q_T + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=0}^1 F_{ij} + F_{n0} + \frac{F_{n1}}{2} \right) \cdot \gamma a_n \cos \varphi \quad (3)$$

V vseh zgornjih enačbah znaša sila v dvizni vrvi pri ročici s podaljškom

$$F_{vP} = \gamma \psi \frac{Q_p}{N} = F_{vT} \quad (4)$$

N — obešanje kavljeve opreme.

Kadar podaljška ni, je sila v dvizni vrvi:

$$F_{vT} = \gamma \psi \frac{Q_T}{N}; \quad F_{vP} = 0 \quad (5)$$

3.2. Notranje sile v smeri h

— v kontrolni točki podaljška:

$$T_0 = [(Q_p + F_{00}) R_{00} + F_{01} R_{01}] \gamma \frac{\alpha}{g}$$

$$M_0 = \left[(Q_p + F_{00}) R_{00} + \frac{F_{01}}{2} R_{01} \right] \gamma \frac{\alpha}{g} a_0 \quad (6)$$

— v n -ti kontrolni točki teleskopske ročice:

$$T_n = \left(Q_p R_{00} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} R_{ij} \right) \gamma \frac{\alpha}{g}$$

$$M_G = M_0 \cos \beta$$

$$M_n = M_{n-1} + \left(Q_p R_{00} + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^1 F_{ij} R_{ij} + F_{n0} R_{n0} + \frac{F_{n1}}{2} R_{n1} \right) \cdot \gamma \frac{\alpha}{g} a_n \quad (7)$$

Torzijski moment v teleskopski ročici dobimo po enačbi

$$M_t = \left[(Q_p + F_{00}) R_{00} + \frac{F_{01}}{2} R_{01} \right] \gamma \frac{\alpha}{g} a_0 \sin \beta \quad (8)$$

Kadar podaljška ni, dobimo notranje sile v kontrolnih točkah teleskopske ročice po enačbah:

$$T_n = \left(Q_T R_Q + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^1 F_{ij} R_{ij} \right) \gamma \frac{\alpha}{g}$$

$$M_G = 0$$

$$M_n = M_{n-1} + \left[Q_T R_Q + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=0}^1 F_{ij} R_{ij} + F_{n0} R_{n0} + \frac{F_{n1}}{2} R_{n1} \right] \cdot \gamma \frac{\alpha}{g} a_n$$

$$M_t = \gamma Q_T R_Q \frac{\alpha}{g} e_1 \quad (9)$$

V teh enačbah pomenita R_{ij} in R_Q vztrajnostni polmer masne točke oz. bremena.

Upoštevati moramo, da je zadnja kontrolna točka teleskopske ročice v smeri v na mestu pritrditve valja za nagibanje, v smeri h pa na mestu pritrditve teleskopske ročice na konstrukcijo žerjavnice.

Vpliv centrifugalnih sil upoštevamo le, če so napetosti zaradi njih večje od 2 % dopustne napetosti. Za preračun II. obremenilnega primera po standardu JUS M.D1.050 moramo upoštevati še vpliv vetra.

4. Izpeljava enačb za preračun po teoriji II. reda

V preračunu po teoriji II. reda postavimo konservativno delovanje sil — vrednost osnih in prečnih sil ostane nespremenjena.

Upogibni moment po teoriji I. reda poteka vzdolž teleskopske ročice po rahlo ukrivljeni, lomljeni, toda zvezni paraboli. S postavko linearne poteka momenta med dvema poljubnima kontrolnima točkama teleskopske ročice smo kvečjemu na varni strani.

Stopničast potek vztrajnostnega momenta vzdolž teleskopske ročice lahko ponazorimo z nadomestnim linearnim potekom. Enako velja za vztrajnostni moment podaljška. Vrednost vztrajnostnega momenta na vrhu podaljška označimo z J_v , ob njegovem vznožju pa z J_p . Podobno označimo vztrajnostni moment na vrhu teleskopske ročice z J_G in ob vznožju z J_m .

Vztrajnostni moment poljubne točke j na oddaljenosti x od vrha podaljška oz. teleskopske ročice dobimo po enačbah:

— za podaljšek

$$J_j = J_v \left(1 + \frac{n-1}{a_0} x \right) \quad (10)$$

— za teleskopsko ročico

$$J_j = J_G \left(1 + \frac{n-1}{L} x \right) \quad (11)$$

V zgornjih enačbah pomenita

$$n = \frac{J_p}{J_v} \text{ za podaljšek}$$

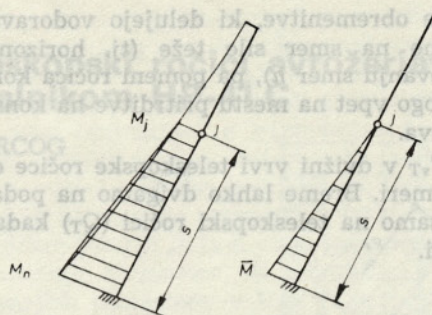
$$n = \frac{J_m}{J_G} \text{ za teleskopsko ročico}$$

Upoštevati moramo, da dolžina teleskopske ročice L v enačbi (11) ni enaka v smereh v in h .

Podobno kakor vrednost vztrajnostnega momenta dobimo vrednost upogibnega momenta v poljubni točki j na oddaljenosti x od vrha podaljška oz. teleskopske ročice:

— za podaljšek

$$M_j = \frac{M_0}{a_0} x \quad (12)$$



Sl. 2. Potek sistemskega in virtualnega momenta za izračun povesa točke j

— za teleskopsko ročico

$$M_j = M_G + \frac{M_k - M_G}{l} x \quad (13)$$

M_k — vrednost upogibnega momenta v prvi kontrolni točki pod točko j ,

l — razdalja od omenjene kontrolne točke do vrha teleskopske ročice.

Da lahko izračunamo poves j -te točke teleskopske ročice, moramo poznati funkcijo poteka upogibnega momenta. Z enačbo (13) in sliko 2 dobimo:

$$M(x) = M_j + \frac{M_n - M_j}{s} x \quad (14)$$

Enačba poteka virtualnega momenta je premica

$$\bar{M}(x) = x \quad (15)$$

Potek vztrajnostnega momenta opišemo z enačbo (11)

$$J(x) = J_j \left(1 + \frac{n-1}{s} x \right) \quad (16)$$

pri čemer je razmerje n sedaj

$$n = \frac{J_m}{J_j}$$

Poves točke dobimo po enačbi

$$f_j = \frac{1}{E} \int_0^s \frac{M(x) \bar{M}(x)}{J(x)} dx$$

v katero vstavimo funkcije po enačbah (14), (15) in (16)

$$f_j = \frac{1}{E J_j} \int_0^s \frac{\left(M_j + \frac{M_n - M_j}{s} x \right) x}{1 + \frac{n-1}{s} x} dx$$

Po ureditvi izraza pod integralom in uvedbi označb

$$\begin{aligned} a &= M_j \\ b &= \frac{M_n - M_j}{s} \\ c &= \frac{n-1}{s} \end{aligned} \quad (17)$$

dobimo

$$f_j = \frac{1}{E J_j} \int_0^s \frac{ax + bx^2}{1 + cx} dx$$

Po delitvi polinomov, uvedbi označb

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{b}{c} = \frac{M_n - M_j}{n-1} \\ K_2 &= \frac{a - K_1}{c} = \frac{(M_j - K_1)s}{n-1} \end{aligned} \quad (18)$$

integriranju in vstavitvi izraza za c po enačbi (17) dobimo

$$f_j = \frac{1}{E J_j} \left(\frac{K_1}{2} s^2 + K_2 s - \frac{K_2 s}{n-1} \ln n \right) \quad (19)$$

Poves poljubne točke podaljška dobimo, če vstavimo v zgornje enačbe ustrezne vrednosti vztrajnostnih in upogibnih momentov. Podaljšek pa se povese tudi zaradi deformacije same teleskopske ročice. Za izračun tega dodatnega povesa podaljška moramo poznati funkcijo upogibnice vzdolž teleskopske ročice.

Nastavek izberimo v obliki

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C$$

Z robnimi pogoji:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f'(0) &= 0 \\ f(L) &= f_G \end{aligned}$$

pri čemer je f_G poves vrha teleskopske ročice, dobimo funkcijo upogibnice

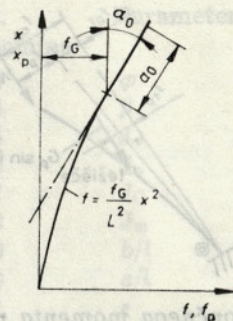
$$f(x) = \frac{f_G}{L^2} x^2 \quad (20)$$

Ker se nedeformiran podaljšek postavi vselej v smer tangente na upogibnico pri vrhu teleskopske ročice (ali pa ostane ohranjen kot β med tangentno na upogibnico in osjo podaljška), si pomagamo z enačbo tangente:

$$f_p - f = \frac{df}{dx} (X_p - x)$$

pri tem sta f_p in X_p koordinati tangente.

Z upoštevanjem izraza (20) in po vstavitvi vrednosti $x = L$ in $f = f_G$ dobimo:



Sl. 3. Funkcija upogibnice teleskopske ročice in kot zasuka a_0 nedeformiranega podaljška zaradi deformacije teleskopske ročice

$$f_p = \frac{2 f_G}{L} X_p - f_G$$

Zanima nas le smerni koeficient zgornje premice (sl. 3), saj je poves podaljška zaradi deformacije teleskopske ročice

$$f_{pT} = a_0 \tan \alpha_0 = \frac{2 f_G}{L} a_0 \quad (21)$$

Celoten poves sistema teleskopska ročica — podaljšek je

— v smeri v

$$f_c = f_G \cos \beta + \frac{2 f_G}{L} a_0 + f_p \quad (22)$$

— v smeri h

$$f_c = f_G + \frac{2 f_G}{L} a_0 \cos \beta + f_p \quad (23)$$

V zgornjih enačbah je f_p poves podaljška zaradi obremenitve, ki ga izračunamo po enačbi (19), če vanjo vstavimo parametre podaljška.

Za izračun upogibnega momenta po teoriji II. reda v kontrolni točki podaljška, torej ob njegovem vznožju, nas zanima le celoten poves podaljška:

— v smeri v

$$f_{ep} = \frac{2 f_G}{L} a_0 + f_p \quad (24)$$

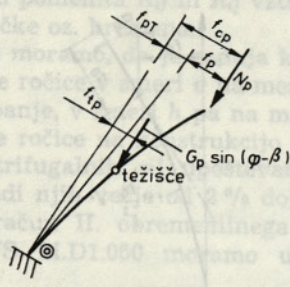
— v smeri h

$$f_{ep} = \frac{2 f_G}{L} a_0 \cos \beta + f_p \quad (25)$$

Ker osno silo na vrhu podaljška N_p in njegovo težo G_p poznamo, dobimo s sliko 4 končen moment ob vznožju podaljška

$$M_{OK} = N_p f_{ep} + \gamma G_p f_{tp} \sin(\varphi - \beta) + M_{0zač} \quad (26)$$

V tej enačbi pomeni f_{tp} poves težišča podaljška, ki ga izračunamo z vstavljanjem ustreznih parametrov v enačbi (19) in (24) oz. (25), $M_{0zač}$ pa je moment v kontrolni točki podaljška po teoriji I. reda.

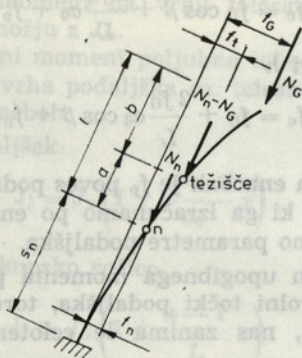


Sl. 4. Izračun končnega momenta v kontrolni točki podaljška (0)

Razliko momentov

$$\Delta M_0 = M_{OK} - M_{0\text{ zač}} \quad (27)$$

moramo upoštevati pri izračunu momentov v kontrolnih točkah teleskopske ročice, ki jih izračunamo iz veličin, prikazanih na sliki 5. Za izračun momenta v n -ti kontrolni točki izračunamo povese te točke po enačbi (19). Težišče dela ročice pred kontrolno točko naj bo na razdalji a od nje oz. na razdalji b od vrha teleskopske ročice. Tudi za to točko izračunamo povese. Osna komponenta sile teže ročice pred n -to kontrolno točko je $\gamma G \sin \varphi = N_n - N_G$.



Sl. 5. Izračun končnega momenta v n -ti kontrolni točki teleskopske ročice

Končni moment v n -ti kontrolni točki je tako

$$M_{nk} = N_G (f_g - f_n) + (N_n - N_G) (f_t - f_n) + \Delta M_0 + M_{n\text{ zač}} \quad (28)$$

Vpliv podaljška je zajet v sili N_G in v deležu momenta ΔM_0 po enačbi (27). Zaradi povečanih momentov se povečajo tudi povese sistema. Celoten postopek izračuna momentov po teoriji II. reda ponavljamo z iteracijami tako dolgo, da je razlika povesov po enačbi (22) oz. (23) med zadnjo in predzadnjo iteracijo manjša od vnaprej določene vrednosti ϵ .

5. Program TEOR-2

Program za izračun momentov po teoriji II. reda je sestavljen za alfanumerični računalnik HP 41 C. Potrebna sta dva dodatna spominska modula RAM 82106 A.

Osnovna shema predpostavlja 5-delno teleskopsko ročico s podaljškom. Kadar preračunavamo le teleskopsko ročico, vstavimo v spomine parametrov podaljška vrednost 0. Enako velja, če ima teleskopska ročica manj od 5 elementov — vse vrednosti parametrov, katerih indeks je višji od obstoječega, so enake 0. Pomembno pa je, da upogibni moment zadnje kontrolne točke vstavimo tudi v spomin momenta M_5 , to je v spomin 06. Osne sile v programu smo že vzeli kot tlačne, zato jih vstavljamo s pozitivnim predznakom.

Omenili smo že, da dolžina teleskopske ročice v smereh v in h ni enaka. Ustrezno dolžino vstavimo v spomin 16. Pred preračunom v smeri h je treba postaviti FLAG 01. Zastavica (FLAG 01) pa ne sme biti postavljena za preračun v smeri v .

Poleg momentov po teoriji II. reda v vseh kontrolnih točkah izpiše program še celoten povese (f_c), povese vseh kontrolnih točk, v smeri v pa še vodoravni (f_{XH}) in navpični (f_{XV}) povese bremena.

Opomba, uporabljene v programu:

- M_0 — upogibni moment ob vznožju podaljška
- M_G — upogibni moment na vrhu teleskopske ročice
- $M_1 \dots M_5$ — upogibni momenti v kontrolnih točkah teleskopske ročice
- γ — koeficient pogonskega razreda žerjave po JUS M.D1.020
- G_p — teža podaljška
- N_0 — osna sila ob vznožju podaljška
- N_G — osna sila na vrhu teleskopske ročice
- $N_1 \dots N_5$ — osne sile v kontrolnih točkah teleskopske ročice
- $L_x \dots L_y$ — dolžina teleskopske ročice v smereh v oz. h
- a_0 — dolžina podaljška
- $a_1 \dots a_5$ — vidne dolžine elementov teleskopske ročice
- φ — kot ročice glede na vodoravno ravnino
- β — kot osi podaljška glede na os teleskopske ročice
- J_v — vrednost lineariziranega vztrajnostnega momenta na vrhu podaljška
- J_p — vrednost lineariziranega vztrajnostnega momenta ob vznožju podaljška
- J_G — vrednost lineariziranega vztrajnostnega momenta na vrhu teleskopske ročice

- J_m — vrednost lineariziranega vztrajnostnega momenta ob vznožju teleskopske ročice
 l — dolžina ročice pred obravnavano kontrolno točko
 a — razdalja od obravnavane kontrolne točke do težišča dela ročice pred njo
 b — razdalja od vrha ročice do težišča dela ročice pred obravnavano kontrolno točko
 ε — toleranca povesa med $n-1$ in n -to iteracijo

Enote:

- za momente kNm,
- za sile kN,
- za dolžine, toleranco povesov in povesa m,
- za kote $^\circ$,
- za vztrajnostne momente cm^4 .

Napitek:

Razmerji a/l in b/l sta odvisni od konstrukcijske izvedbe ročice. Okvirna vrednost razmerja a/l je 0,40, razmerja b/l pa 0,60. Običajno se lahko zadovoljimo s toleranco povesa $\varepsilon = 0,01$ m. V programu je upoštevan elastični modul $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Momente in povesa izpiše program v naslednjem vrstnem redu: $M_0, M_G, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, f_0, f_G, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_{XH}, f_{XV}$.

Pred vsako vrednostjo izpiše program tudi označbo tega parametra.

Ime programa: TEOR-2

Število spominov: SIZE 058

V spomine vstavimo naslednje parametre:

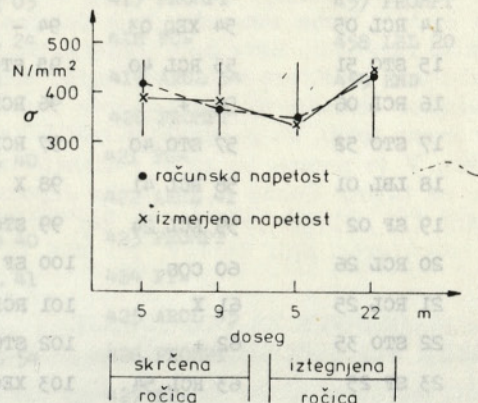
Št. spomina	Parameter
00	M_0
01	M_G
02	M_1
03	M_2
04	M_3
05	M_4
06	M_5 , oz. M_n
07	γ
08	G_p
09	N_0
10	N_G
11	N_1
12	N_2
13	N_3
14	N_4
15	N_5
16	L_x, L_y
17	a_0
18	a_1
19	a_2
20	a_3
21	a_4
22	a_5

Št. spomina	Parameter
23	φ
24	β
25	J_v
26	J_p
27	J_G
28	J_m
29	b/l
30	a/l
31	ε

Izpis programa je prikazan na straneh 172 in 173.

6. Primerjava računskih in izmerjenih napetosti

Na avtožerjavo s trodelno teleskopsko ročico smo z dvoosnimi merilnimi lističi izmerili napetosti in jih primerjali z izračunanimi. Merilno mesto je bilo na zgornji pasnici smernega segmenta tik pred mestom pritrditve valja za nagibanje.



Sl. 6. Primerjava izračunanih in izmerjenih napetosti v kontrolni točki smernega segmenta avtožerjava s 3-delno teleskopsko ročico

Računske napetosti smo dobili na osnovi momentov po teoriji II. reda.

Ujemanje rezultatov prikazuje slika 6. Navedene so računске in izmerjene napetosti v skrčeni in iztegnjeni teleskopski ročici, obremenjeni z imenskimi bremenom pri majhnem in velikem dosegu.

7. Sklep

Zaradi velike elastičnosti moramo ročice avtožerjavov preračunavati po teoriji II. reda. Osne sile zaradi velikih povesov povzročajo dodatne momente, ki jih ne moremo zanemariti.

Povečanje upogibnih momentov je odvisno od lege in dolžine ročice ter je lahko tudi več od 30 %.

LITERATURA

[1] Scheffler, Dresig, Kurth: Unstetigförderer 2, 3. predelana izdaja 1977. Založba VEB Verlag Technik, Berlin.

Izpis programa

01 LBL ^T TEOR-2	41 -	81 -	121 RCL 09	161 GTO 12	201 RCL 21
02 0	42 STO 36	82 RCL 29	122 RCL 45	162 RCL 49	202 X = 0?
03 STO 54	43 0	83 X	123 -	163 XEQ 08	203 GTO 14
04 RCL 00	44 STO 38	84 1	124 RCL 40	164 RCL 19	204 RCL 51
05 STO 46	45 XEQ 10	85 +	125 X	165 ST + 38	205 XEQ 08
06 RCL 01	46 RCL 52	86 RCL 25	126 RCL 45	166 XEQ 10	206 RCL 21
07 STO 47	47 STO 44	87 X	127 RCL 42	167 XEQ 09	207 ST + 38
08 RCL 02	48 RCL 47	88 STO 35	128 X	168 STO 42	208 XEQ 10
09 STO 48	49 STO 34	89 SF 25	129 +	169 RCL 49	209 XEQ 09
10 RCL 03	50 XEQ 09	90 1/X	130 STO 53	170 STO 34	210 STO 42
11 STO 49	51 STO 41	91 RCL 26	131 RCL 00	171 XEQ 11	211 RCL 51
12 RCL 04	52 FS? 01	92 X	132 +	172 XEQ 09	212 STO 34
13 STO 50	53 GTO 17	93 1	133 STO 46	173 STO 43	213 XEQ 11
14 RCL 05	54 XEQ 03	94 -	134 CF 02	174 STO 55	214 XEQ 09
15 STO 51	55 RCL 40	95 STO 37	135 RCL 01	175 RCL 12	215 STO 43
16 RCL 06	56 +	96 RCL 17	136 RCL 53	176 XEQ 06	216 STO 57
17 STO 52	57 STO 40	97 RCL 30	137 +	177 RCL 03	217 RCL 14
18 LBL 01	58 RCL 41	98 X	138 STO 47	178 +	218 XEQ 06
19 SF 02	59 RCL 24	99 STO 39	139 RCL 52	179 STO 49	219 RCL 05
20 RCL 26	60 COS	100 SF 02	140 STO 44	180 RCL 20	220 +
21 RCL 25	61 X	101 RCL 46	141 RCL 48	181 X = 0?	221 STO 51
22 STO 35	62 +	102 STO 44	142 XEQ 08	182 GTO 13	222 RCL 22
23 SF 25	63 RCL 54	103 XEQ 09	143 RCL 18	183 RCL 50	223 X = 0?
24 /	64 -	104 STO 42	144 STO 38	184 XEQ 08	224 GTO 15
25 1	65 STO 37	105 XEQ 03	145 XEQ 10	185 RCL 20	225 RCL 52
26 -	66 ST + 54	106 RCL 30	146 XEQ 09	186 ST + 38	226 XEQ 08
27 STO 37	67 RCL 31	107 X	147 STO 42	187 XEQ 10	227 RCL 22
28 0	68 RCL 37	108 FS? 01	148 RCL 48	188 XEQ 09	228 ST + 38
29 STO 34	69 X ≤ Y?	109 GTO 16	149 STO 34	189 STO 42	229 XEQ 10
30 RCL 46	70 GTO 07	110 ST + 42	150 XEQ 11	190 RCL 50	230 XEQ 09
31 STO 44	71 LBL 02	111 LBL 04	151 XEQ 09	191 STO 34	231 STO 42
32 RCL 17	72 RCL 46	112 RCL 23	152 STO 43	192 XEQ 11	232 0
33 STO 39	73 RCL 29	113 RCL 24	153 STO 45	193 XEQ 09	233 STO 43
34 XEQ 09	74 X	114 -	154 RCL 11	194 STO 43	234 RCL 15
35 STO 40	75 STO 34	115 SIN	155 XEQ 06	195 STO 56	235 XEQ 06
36 CF 02	76 RCL 26	116 RCL 07	156 RCL 02	196 RCL 13	236 RCL 06
37 RCL 28	77 RCL 25	117 X	157 +	197 XEQ 06	237 +
38 RCL 27	78 SF 25	118 RCL 08	158 STO 48	198 RCL 04	238 STO 52
39 /	79 /	119 X	159 RCL 19	199 +	239 GTO 01
40 1	80 1	120 STO 45	160 X = 0?	200 STO 50	240 LBL 03

241 RCL 17	281 X	321 CHS	361 GTO 01	401 ARCL 47	441 RCL 24
242 2	282 RCL 16	322 1	362 LBL 14	402 PROMPT	442 -
243 X	283 /	323 +	363 RCL 50	403 M1 =	443 SIN
244 RCL 41	284 1	324 RCL 33	364 STO 52	404 ARCL 48	444 RCL 54
245 X	285 +	325 X	365 GTO 01	405 PROMPT	445 X
246 RCL 16	286 RCL 27	326 RCL 39	366 LBL 15	406 M2 =	446 FXH =
247 /	287 X	327 X	367 RCL 51	407 ARCL 49	447 ARCL . X
248 RTN	288 STO 35	328 RCL 32	368 STO 52	408 PROMPT	448 PROMPT
249 LBL 06	289 RCL 28	329 2	369 GTO 01	409 M3 =	449 RCL 23
250 RCL 10	290 RCL 35	330 /	370 LBL 16	410 ARCL 50	450 RCL 24
251 -	291 SF 25	331 RCL 39	371 RCL 24	411 PROMPT	451 -
252 RCL 42	292 /	332 X+2	372 COS	412 M4 =	452 COS
253 RCL 43	293 1	333 X	373 X	413 ARCL 51	453 RCL 54
254 -	294 -	334 +	374 ST + 42	414 PROMPT	454 X
255 X	295 STO 37	335 2,1	375 GTO 04	415 M5 =	455 FXV =
256 RCL 41	296 LBL 19	336 /	376 LBL 17	416 ARCL 52	456 ARCL.X
257 RCL 43	297 RCL 44	337 RCL 35	377 XEQ 03	417 PROMPT	457 PROMPT
258 -	298 RCL 34	338 /	378 RCL 24	418 FC =	458 LBL 20
259 RCL 10	299 -	339 RTN	379 COS	419 ARCL 54	459 END
260 X	300 RCL 37	340 LBL 10	380 X	420 PROMPT	
261 +	301 SF 25	341 RCL 16	381 RCL 40	421 FG =	
262 RCL 53	302 /	342 RCL 38	382 +	422 ARCL 41	
263 +	303 STO 32	343 RCL 29	383 STO 40	423 PROMPT	
264 RTN	304 RCL 34	344 X	384 RCL 41	424 F1 =	
265 LBL 08	305 RCL 32	345 -	385 +	425 ARCL 45	
266 RCL 29	306 -	346 STO 39	386 RCL 54	426 PROMPT	
267 X	307 RCL 39	347 RTN	387 -	427 F2 =	
268 RCL 47	308 X	348 LBL 11	388 STO 37	428 ARCL 55	
269 RCL 30	309 RCL 37	349 RCL 38	389 ST + 54	429 PROMPT	
270 X	310 SF 25	350 RCL 30	390 RCL 31	430 F3 =	
271 +	311 /	351 X	391 RCL 37	431 ARCL 56	
272 STO 34	312 STO 33	352 ST-39	392 X < Y?	432 PROMPT	
273 RTN	313 RCL 37	353 RTN	393 GTO 07	433 F4 =	
274 LBL 09	314 1	354 LBL 12	394 GTO 02	434 ARCL 57	
275 FS? 02	315 +	355 RCL 48	395 LBL 07	435 PROMPT	
276 GTO 19	316 SF 25	356 STO 52	396 BEEP	436 F5 = 0,0000	
277 RCL 16	317 LN	357 GTO 01	397 M0 =	437 PROMPT	
278 RCL 39	318 RCL 37	358 LBL 13	398 ARCL 46	438 FS?01	
279 -	319 SF 25	359 RCL 49	399 PROMPT	439 GTO 20	
280 RCL 36	320 /	360 STO 52	400 MG =	440 RCL 23	