

UDK 539.4.012.2:621.224.24

Deformacije in napetosti turbinskega pokrova

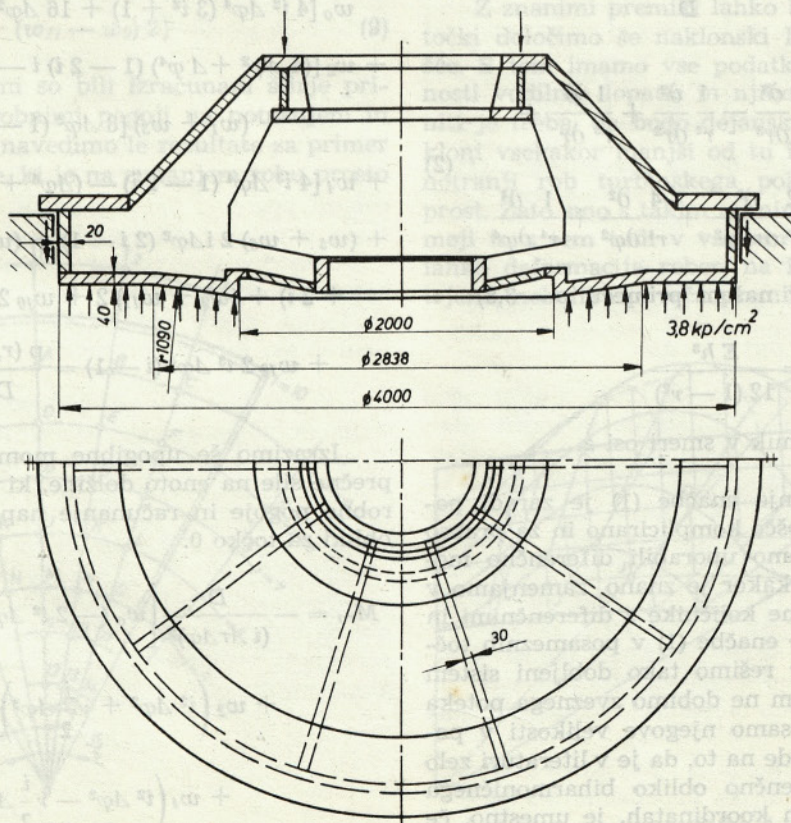
MARKO ŠKERLJ — FRANC KOSEL

Na pobudo tovarne »Litostroj« je bila v letih 1969 in 1970 izdelana obširna študija o deformacijskih in napetostnih razmerah v turbinskem pokrovu Francisove turbine. Zelo kratek povzetek v tem članku podaja sklepe računskih in eksperimentalnih raziskav ter kratek opis uporabljenih metod.

Turbinski pokrov, ki je v navadni izvedbi narisana na sl. 1, je nedvomno zelo zapleten konstrukcijski element. Povrh tega, da prenaša vse sile glavnega turbinskega ležaja, so v njegovi spodnji plošči nameščeni zgornji ležaji vodilnih lopatic. Deformacija te plošče mora biti zaradi omenjenih ležajev in pa zaradi ozke reže med ploščo in gibljivimi vodilnimi lopaticami čim manjša. Ključni problem naloge je bila torej prav določitev deformacije spodnje plošče, ki sestoji iz lastnih povosov med rebri in pa deformacije reber, na katerih plošča sloni.

Zgornjo ploščo skupaj z njenim obročem lahko pri računanju zanemarimo, ker je majhna po dimenzijah in vzamemo, da samo prenaša sile z glav-

nega ležaja na rebra. Tem silam vzdržujejo ravnotežje sile v podporah na zunanjem obroču pokrova, kadar turbina ne obratuje, med obratovanjem pa se priključijo tudi še sile vodnega tlaka s spodnje strani spodnje plošče. Numerični račun je bil narejen za pokrov, ki je narisana na sl. 1. Obremenitev glavnega ležaja je bila 120 Mp v mirovanju in 250 Mp med obratovanjem. Vodni tlak na spodnjo ploščo v obratu je bil upoštevan v velikosti 3,8 kp/cm². Ker je celotna sila vodnega tlaka večja od sile na ležaj, je bila v drugem primeru reakcija zunanjega obroča negativna. V prvem primeru, ko turbina ne obratuje, se pokrov deformira v navpični smeri navzdol, vendar so računi pokazali, da je ta deformacija zanemarljivo majhna v primerjavi z



Slika 1

drugim primerom, ko so bile deformacije zaradi vodnega tlaka na spodnjo ploščo daleč največje. Zato so v tem članku podani samo rezultati drugega primera.

Deformacije spodnje plošče

S slike 1 se vidi, da je zunanji del spodnje plošče plan, notranji pa rahlo vbočen. Zaradi zelo majhne ukrivljenosti bomo imeli vso ploščo za plano, in sicer v obliki krožnega kolobarja z zunanjim premerom 4000 mm in notranjim premerom 2000 mm. Deset reber, na katere se plošča naslanja, nam ta kolobar razdeljuje na deset enakih izsekov, ki so definirani s kotom $\pi/5$. Medtem ko imamo podprtje na rebrih lahko zaradi simetrije nedvomno za popolnoma vpeto, pa razmere na zunanjem in notranjem robu niso popolnoma definirane. Zato so bili v elaboratu izvedeni numerični računi za štiri kombinacije podprtja teh dveh robov. Notranji rob je v bistvu prost, ker pa je ojačen s profiliranim obročem, se bo deformiral manj kakor popolnoma prost in bolj kakor če bi bil prosto oprt. Prav tako bo dejanska deformacija zunanjega roba nekje med prosto oprtim in vpetim robom.

Pri reševanju problema izhajamo iz znane diferencialne enačbe, ki jo zaradi kolobarjaste oblike plošče napišemo v cilindričnem koordinatnem sistemu r, φ, z

$$\Delta \Delta w = \frac{p(r, \varphi)}{D} \quad (1)$$

Pri tem pomenijo

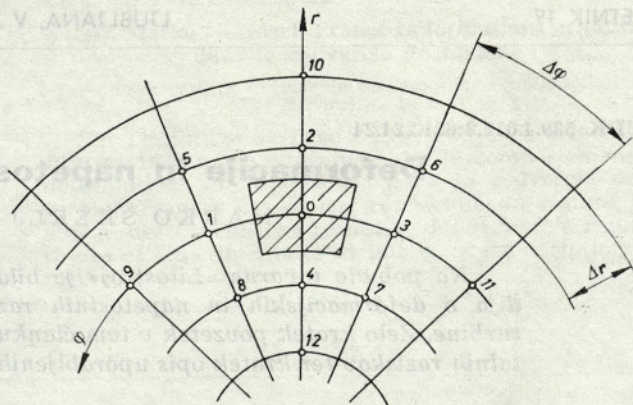
$$\Delta \Delta = \frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4}{\partial r^2 \partial \varphi^2} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3}{\partial r \partial \varphi^2} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} \quad (2)$$

$p =$ konstanta (v našem primeru $p = 3,8$)

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$w =$ premik v smeri osi z .

Eksaktno reševanje enačbe (1) je zaradi posebne oblike naše plošče komplicirano in za prakso neprimerno. Zato bomo uporabili diferenčno metodo. Po tej metodi, kakor je znano, zamenjamo v izrazu (2) diferencialne količnike z diferenčnimi in nastavimo diferenčne enačbe (1) v posameznih točkah mreže (sl. 2) ter rešimo tako dobljeni sistem linearnih enačb. S tem ne dobimo zveznega poteka premika w , temveč samo njegove velikosti v posameznih točkah. Glede na to, da je v literaturi zelo težko zaslediti diferenčno obliko biharmoničnega operatorja v polarnih koordinatah, je umestno, če



Slika 2

ga tukaj navedemo. Mrežne razdalje v cirkularni smeri naraščajo s povečanjem radija r , zato so diferencialne enačbe za različne velikosti tega radija različne. Izrazimo poljubni radij z

$$r = i \Delta r \quad (3)$$

kjer pomeni i tisto število ekvadilančnih mrežnih razdalj, s katerim dosežemo v mreži sl. 2 neki izbran polmer. Zdaj damo ta izraz v enačbo (2), prav tako pa vstavimo vanjo znane izraze za diferenčne količnike ortogonalne mreže in dobimo po ureditvi enačbo (1) v diferenčni obliki

$$\begin{aligned} & w_0 [4 i^2 \Delta \varphi^4 (3 i^2 + 1) + 16 \Delta \varphi^2 (i^2 - 1) + 12] + \\ & + w_2 [(4 \Delta \varphi^2 + \Delta \varphi^4) (1 - 2 i) i - 4 \Delta \varphi^4 (2 i + 1) i^3] + \\ & + (w_1 + w_3) [8 \Delta \varphi^2 (1 - i^2) - 8] + \\ & + w_4 [4 i^3 \Delta \varphi^4 (1 - 2 i) - (\Delta \varphi^4 + 4 \Delta \varphi^2) (1 + 2 i) i] + \\ & + (w_5 + w_6) 2 i \Delta \varphi^2 (2 i - 1) + (w_7 + w_8) 2 i \Delta \varphi^2 (1 + \\ & + 2 i) + (w_9 + w_{11}) 2 + w_{10} 2 i^3 \Delta \varphi^4 (1 + i) + \\ & + w_{12} 2 i^3 \Delta \varphi^4 (i - 1) = \frac{p(r, \varphi)}{D} 2 (i \Delta r \Delta \varphi)^4 \quad (4) \end{aligned}$$

Izrazimo še upogibne momente in reducirane prečne sile na enoto dolžine, ki jih potrebujemo za robne pogoje in računanje napetosti, v diferenčni obliki za točko 0.

$$\begin{aligned} M_{r0} = & - \frac{D}{(i \Delta r \Delta \varphi)^2} \left[w_0 (-2 i^2 \Delta \varphi^2 - 2 \nu) + w_1 \nu + \right. \\ & + w_2 \left(i^2 \Delta \varphi^2 + \nu \frac{i}{2} \Delta \varphi^2 \right) + w_3 \nu + \\ & \left. + w_4 \left(i^2 \Delta \varphi^2 - \nu \frac{i}{2} \Delta \varphi^2 \right) \right] \quad (5) \end{aligned}$$

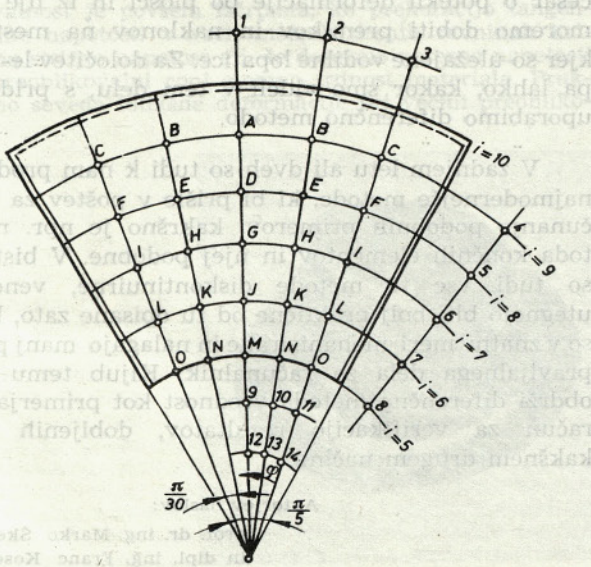
$$M_{\varphi 0} = -\frac{D}{(i \Delta r \Delta \varphi)^2} \left[w_0 (-2 i^2 \Delta \varphi^2 - 2) + w_1 + w_2 \left(\nu i^2 \Delta \varphi^2 + \frac{i}{2} \Delta \varphi^2 \right) + w_3 + w_4 \left(\nu i^2 \Delta \varphi^2 - \frac{i}{2} \Delta \varphi^2 \right) \right] \quad (6)$$

$$Mr_{\varphi 0} = -(1 - \nu) \frac{D}{(2 i \Delta r)^2} [i (w_5 + w_7 - w_8 - w_6) - 2 (w_1 - w_3)] \quad (7)$$

$$\bar{T}_{r0} = \frac{D}{2 (i \Delta r)^3 \Delta \varphi^2} \{ w_0 [4 i^2 \Delta \varphi^2 - (12 - 4 \nu)] + (w_1 + w_3) (6 - 2 \nu) + w_2 [2 i^2 \Delta \varphi^2 (i - 1) + i (\Delta \varphi^2 + 4 - 2 \nu)] + w_4 [i (2 \nu - 4 - \Delta \varphi^2) - 2 i^2 \Delta \varphi^2 (i + 1)] + (w_7 + w_8 - w_5 - w_6) i (2 - \nu) + (w_{12} - w_{10}) i^2 \Delta \varphi^2 \} \quad (8)$$

$$\bar{T}_{\varphi 0} = \frac{D}{4 (i \Delta r \Delta \varphi)^3} \{ (w_1 - w_3) [4 \Delta \varphi^2 (2 i^2 - \nu i^2 + 1) + 4] + (w_6 - w_5) i \Delta \varphi^2 [2 \nu - 1 + 2 i (2 - \nu)] + (w_7 - w_8) i \Delta \varphi^2 [1 - 2 \nu + 2 i (2 - \nu)] + (w_{11} - w_9) 2 \} \quad (9)$$

S temi enačbami so bili izračunani štirje primeri z različnimi robnimi pogoji na notranjem in zunanjem robu. Tu navedimo le rezultate za primer izseka krožne plošče, ki je na zunanjem robu prosto



Slika 3

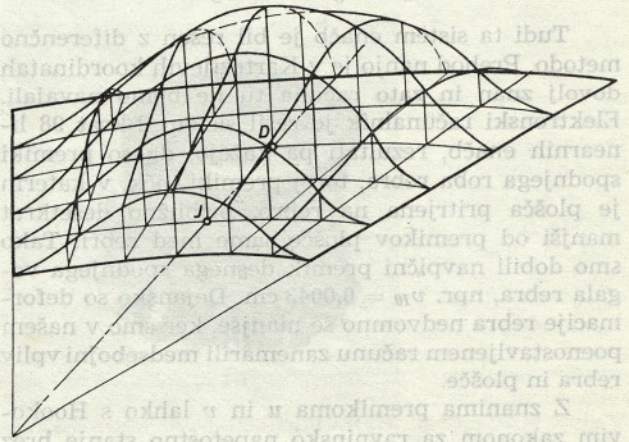
oprtja, notranji rob pa naj bo popolnoma prost. Če izberemo relativno redko mrežo z $\Delta r = 20$ cm ter $\Delta \varphi = \pi/30$, dobimo na notranjem robu $i = 5$, na zunanjem $i = 10$, vmesni radiji pa so definirani z vrednostmi med tema dvema (sl. 3).

Zaradi simetrije je treba nastaviti samo 15 diferenčnih enačb tipa (4) v točkah A do O. Robne pogoje na robu $\varphi = 0$ lahko zaradi vpetosti tega roba pišemo enostavno $w_4 = w_C$, $w_5 = w_F$, $w_6 = w_I$, $w_7 = w_L$ in $w_8 = w_O$. Na zunanjem robu mora biti $w_j = 0$ in $M_{rj} = 0$. Zvezo med zunanji točkami 1, 2, 3 ter ustreznimi notranjimi dobimo z enačbo (5). Na notranjem robu pa izrazimo zunanje točke z notranjimi z enačbama (5) in (8), ker je za prosti rob potrebna izpolnitev pogojev $M_{rj} = 0$ in $\bar{T}_{rj} = 0$. S predpostavljeno obremenitvijo $p = 3,8$ kp/cm² ter konstantama za jeklo $E = 2,1 \cdot 10^6$ kp/cm² in $\nu = 0,3$ je bil sistem 15 enačb rešen z računalnikom. Dobljene vrednosti premikov v posameznih točkah so (v cm)

$w_A = 0,042$	$w_F = 0,023$	$w_K = 0,030$
$w_B = 0,035$	$w_G = 0,054$	$w_L = 0,014$
$w_C = 0,017$	$w_H = 0,044$	$w_M = 0,027$
$w_D = 0,059$	$w_I = 0,020$	$w_N = 0,021$
$w_E = 0,049$	$w_J = 0,039$	$w_O = 0,009$

Na sliki 4 je deformacija take plošče narisana v povečanem merilu.

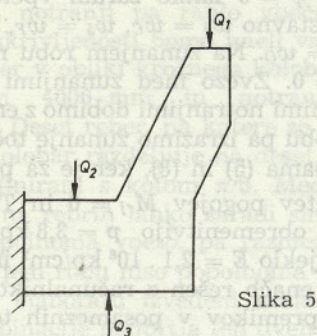
Z znanimi premiki lahko brez težav v poljubni točki določimo še naklonski kot deformirane plošče. S tem imamo vse podatke za določanje zračnosti vodilnih lopatic in njihovih ležajev. Pripomniti je treba, da bodo dejanske deformacije in nakloni vsekakor manjši od tu izračunanih zato, ker notranji rob turbinskega pokrova ni popolnoma prost. Zato smo s takim robnim pogojem na zgornji meji in s tem tudi v varnem področju. Hkrati pa lahko deformacija reber, na katera je plošča pritrjena, nekoliko poveča premike plošče.



Slika 4

Deformacija reber

Zaradi lažjega računanja je bilo rebro po obliki samo toliko spremenjeno, da ga je bilo mogoče razdeliti čim enostavneje s kvadratno mrežo z mrežno razdaljo 10 cm. Tako smo dobili v notranjosti stene in na konturi 98 točk. Oblika rebra, obremenitev in predpostavljeno vpetje je narisano na sl. 5.



Slika 5

Posamezne obremenitve so:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 25 \text{ Mp}, & p_1 &= 417 \text{ kp/cm}^2 \\ Q_2 &= 10,8 \text{ Mp}, & p_2 &= 72 \text{ kp/cm}^2 \\ Q_3 &= 35,8 \text{ Mp}, & p_3 &= 132,5 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

Deformacije rebra so bile izračunane z numerično integracijo znanih Laméjevih enačb za ravninsko napetostno stanje, ki se glasijo ob zanemarjenju volumenskih sil

$$\Delta u + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

$$\Delta v + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

in z zamenjavo $\nu = 1/3$ dobijo posebno enostavno obliko

$$3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$$

Tudi ta sistem enačb je bil rešen z diferenčno metodo. Prehod nanjo je v Kartezijevih koordinatah dovolj znan in zato računa tu ne bomo navajali. Elektronski računalnik je rešil sistem 2-krat 98 linearnih enačb, rezultati pa kažejo, da so premiki spodnjega roba rebra, torej premiki točk, v katerih je plošča pritrjena na rebro, približno desetkrat manjši od premikov plošče same med rebri. Tako smo dobili navpični premik desnega spodnjega vogala rebra, npr. $v_{10} = 0,0043$ cm. Dejansko so deformacije rebra nedvomno še manjše, ker smo v našem poenostavljenem računu zanemarili medsebojni vpliv rebra in plošče.

Z znanimi premikoma u in v lahko s Hookovim zakonom za ravninsko napetostno stanje brez težav določimo še napetosti v posameznih točkah.

Sklep

Te raziskave so pokazale, da pridemo glede deformacij do uporabnih rezultatov že z razmeroma redko mrežo na spodnji plošči. Za verifikacijo računov je bil napravljen preizkus, v katerem smo skušali čim natančneje simulirati obremenitev in robne pogoje računane primera na pomanjšanem modelu. Deformacijo smo merili v dveh točkah, ki ustrezata točkama J in D po sl. 3. Izkazalo se je, da je relativna napaka med računano in merjeno vrednostjo pri ekvivalentni obremenitvi znašala v prvi točki 0,9 %, v drugi točki pa 8,5 %. Slabše sovpadanje v točki D verjetno lahko pripišemo natančno izpolnjenemu robnemu pogoju prosto položenega zunanega roba.

Deformacije reber so z velikostnim redom nekaj stotink milimetra praktično zanemarljive in ne vplivajo bistveno na deformacijo pokrova. Tudi kontrola napetosti v rebro daje slutiti, da je rebro predimenzionirano. Seveda velja to samo glede na trdnostne izračune, ki pa nič ne povedo, kako je z dinamičnimi problemi. Spremenjena masa in togost pokrova zaradi stanjšanja reber bi lahko pripeljali do nezaželenih vibracij.

Največji premik spodnje plošče pokrova smo dobili v točki na simetrali krožnega izseka, pomaknjeni nekoliko proti zunanemu robu. Pripomniti je treba, da ta deformacija skoraj popolnoma ustreza deformaciji, ki jo dobimo po enačbi za kvadratno ploščo, obremenjeno s kontinuirano obremenitvijo, po enačbi

$$w = k \frac{qa^4}{D}$$

kjer so: q — obremenitev, a — stranica kvadrata, D — upogibna togost ter k — koeficient, odvisen od robnih pogojev. Seveda pa ta enačba ne pove ničesar o poteku deformacije po plošči in iz nje ne moremo dobiti premikov in naklonov na mestih, kjer so uležajene vodilne lopatice. Za določitev le-teh pa lahko, kakor smo videli v tem delu, s pridom uporabimo diferenčno metodo.

V zadnjem letu ali dveh so tudi k nam prodrle najmodernejše metode, ki bi prišle v poštev za računanje podobnih primerov, kakršno je npr. metoda končnih elementov in njej podobne. V bistvu so tudi vse te metode diskontinuirne, vendar utegnejo biti bolj praktične od tu opisane zato, ker so v znatni meri mehanizirane in nalagajo manj pripravljalnega dela za računalnik. Kljub temu pa obdrži diferenčna metoda vrednost kot primerjalni račun za verifikacijo rezultatov, dobljenih po kakšnem drugem načinu.

Avtorjev naslov:

prof. dr. ing. Marko Škerlj
in dipl. ing. Franc Kosel,
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Ljubljani