

$$B_{14} = -3 - [C_7 - (Z - \zeta)^2] / (C_4 C_5^2)$$

$$B_{15} = \{3(Z - \zeta)^2 + (1 - 2\nu) [C_7 - (Z - \zeta)^2]\} / C_5 + 4(Z - \zeta)^2 C_6 [C_7 - (Z - \zeta)^2] / (C_4 C_5^2)$$

$$B_{16} = 1 - 2\nu - (Z - \zeta)^2 [C_7 - (Z - \zeta)^2] / (C_4 C_5)$$

$$B_{17} = -(1 - 2\nu) / C_5 - 4(Z - \zeta)^2 C_6 / (C_4 C_5^2)$$

$$B_{18} = (Z - \zeta)^2 / (C_4 C_5)$$

3. Rešitev

Iz podanih enačb dobimo naslednji matrični zapis

$$Ku = Qf + b$$

kjer sta matriki **K** (togost) in **Q** znani, medtem ko so sile **f** dane s statičnimi robnimi pogoji, termične sile **b** pa vrednotimo z računalniškim programom. Nato lahko izračunamo pomike **u** z uporabo razpoložljive računske opreme stroja, na koncu pa dobimo še porazdelitev notranjih napetosti. V nekaterih primerih, ko so predpisani kinematski robni pogoji, moramo tam izračunati ustrezne reakcije.

4. Sklep

Na voljo za nakup imamo računalniške programe *Computational Mechanics Ltd., Southampton*. Tudi *Lehrstuhl für Mechanik, TU München* ponuja svoje vrteninske programe. Na Visoki tehniški šoli Maribor tudi že pripravljamo svoj lasten računalniški program za analizo termičnih napetosti v vrteninah po postopku robnih elementov, kar omogočajo sredstva Raziskovalne Skupnosti Slovenije v okviru programa jedrske energije.

UDK 697.444

Analiza pretočne porazdelitve v omrežju daljinskega ogrevanja (sistem zank)

JURIJ KROPE

1. UVOD

Zmanjšanje energijskih rezerv in s tem v zvezi varčevanje z energijo terja na področju toplotne tehnike iskanje novih tehniško znanstvenih spoznanj z uporabo različnih matematičnih metod pri optimizaciji cevnih omrežij daljinskega ogrevanja.

V svetu sta bili do pred kratkim (v večini primerov še danes) zelo razširjeni Hardy-Crossova in Newton-Raphsonova teorija, izhajajoči iz velikega števila ponavljanj in potrebne izbire domnevnih začetnih tokov, katerih nepravilna izbira vodi k počasni konvergenči ali rešitve sploh ne daje.

LITERATURA

- [1] C. A. Brebbia: The Boundary Element Method for Engineers. Pentech Press, London-Plymouth, 1978.
- [2] C. A. Brebbia, S. Walker: Boundary Element Techniques in Engineering. Newnes-Butterworths, London, 1979.
- [3] C. A. Brebbia (ed.): Proceedings 1st, 2nd, 3rd, 4th International Seminars of BEM, 1978, 1980, 1981, 1982.
- [4] C. A. Brebbia (ed.): Progress in BEM, Vol. 1 (1981), Vol. 2 (1983).
- [5] P. K. Banerjee, R. Butterfield: Boundary Element Methods in Engineering Science. McGraw Hill, London-New York, 1981.
- [6] M. Mayr: Ein Integralgleichungsverfahren zur Lösung rotationssymmetrischer Elastizitätsprobleme. Dissertation, TU München, 1975.
- [7] W. Drexler: Ein Beitrag zur Lösung rotations-symmetrischer thermoelastischer Kerbprobleme mittels der Randintegralgleichungsmethode. Dissertation, TU München, 1981.
- [8] W. Neureiter: Boundary-Element-Programmrealisierung zur Lösung von zwei- und dreidimensionalen thermoelastischen Problemen mit Volumenkräften. Dissertation, TU München, 1982.
- [9] I. Potrč, A. Alujevič: Postopek robnih elementov v ravninski elastomehaniki. Strojniški Vestnik, 28, 107 do 109, Ljubljana, 1982.
- [10] A. Alujevič, I. Potrč, P. Škerget: Termoelastičnost vrtenin s postopkom robnih elementov. 4. skup PPPR, Stubičke toplice, 1982.

Naslov avtorjev: red. prof. dr. ing. A. Alujevič, FINuCE
asistent I. Potrč, dipl. ing.
viš. pred. mag. P. Škerget, dipl. ing.
VDO Visoka tehniška šola
VTO strojništvo
Univerza v Mariboru
62000 MARIBOR, Smetanova 17

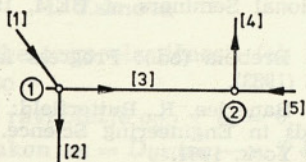
Da bi sistem reševanja pospešili in prišli z vso zanesljivostjo do popolnejših rezultatov, je v tem poročilu podan pristop k reševanju problema z znano metodo linearne mrežne teorije, ki daje zavidljive rezultate, katerih značilnost sta hitra konvergenca in nepotrebna predpostavka začetnih domnevnih tokov.

Za osnovno izhodišče rabita Kirchhoffova zakona, po katerih mora biti zagotovljen nepretrgan tok skozi vsako vozlišče in ohranjena energija vsake zaprte zanke obstoječega ali načrtovanega omrežja. Nepretrgan tok opisuje linearna algebrska enačba, ohranitev energije okoli zaprte zanke pa pogosto nelinearna algebrska enačba.

2. SIMULACIJSKI MODEL

2.1. Kontinuiteta pretoka vozlišč

V vsakem vozlišču hidravlične mreže mora biti vsota tokov pri vstopu v vozlišče enaka vsoti tokov pri izstopu iz vozlišča, kar ponazarjata slika 1 in zapis



Slika 1

$$q_1 = q_2 + q_3$$

$$q_3 + q_5 = q_4$$

To obsega vse vire od črpalke do iztoka iz cevnega omrežja. Če označimo z n število cevi, m število vozlišč in h število zank, lahko zapišemo trditve o kontinuiteti pretoka vozlišč v obliki

$$\sum_{i \in \mu} L_i q_i + Q_{jv} - Q_{jz} = 0$$

$$j = 1 \dots (m-1)$$

$$\mu = \{1, 2 \dots n\}$$

$$\mu = \bigcup_{j=1}^m \mu_j$$

kjer pomenijo:

q_i (m³/s) — pretok v i -ti cevi
(Pozitivna smer pretoka je izbrana)

L_i — koeficient učinkovitosti, ki označuje mesto cevi med vozlišči. ($L_i = 1$, če cev vozlišči združuje, v vseh drugih primerih je nič)

Q_{jv} (m³/s) — tok pri vstopu v vozlišče j

Q_{jz} (m³/s) — tok pri izstopu iz vozlišča j

označba [] — pomeni številko cevi i

označba O — pomeni številko vozlišča j

Pri tem velja za mreže z vsemi zaprtimi zankami, vsemi odprtimi zankami ali kombinacije obeh tipov identiteta

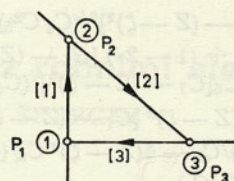
$$n - m - h + 1 = 0$$

možen pa je zapis $(m-1)$ kontinuitetnih linearnih enačb. Prav tako mora biti izpolnjen pogoj kontinuitete mrežnega pretoka

$$\sum_{j=1}^m Q_{jv} - \sum_{j=1}^m Q_{jz} = 0$$

2.2. Ohranitev energije okoli zaprte zanke — nelinearna algebrska enačba

Algebrska vsota tlačnih izgub okoli katerekoli zaprte zanke cevnega omrežja (sl. 2) mora biti enaka nič:



Slika 2

$$\sum_{i=1}^h \Delta p_i = 0$$

$$\Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 = 0$$

$$(p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_1) = 0$$

V primeru $\Delta p_1 < 0$ je smer pretoka od 2 proti 1 in moramo pisati $\Delta p_1 = -(p_1 - p_2)$.

Ker tlačna izguba v katerikoli veji cevnega omrežja variira nelinearno z vrednostjo pretoka, je razvidno, da sistem omrežja ne more biti opisan z nizom simultanih linearnih enačb. Relacija med tlačnimi izgubami in pretokom v poljubni cevi i je podana v obliki

$$\Delta p_i = k_i q_i^b$$

kar pomeni, da imamo h nelinearnih ravnotežnih enačb okoli zaprtih zank. Te enačbe je treba linearizirati v obliko

$$\Delta p_i = k_i q_i^b = k_i q_i^{b-1} q_i = k'_i q_i$$

kjer pomenijo:

Δp_i (N/m²) — tlačni padec v cevi i

k_i — cevno konstanto, ki je funkcija dolžine, premera in kakovosti izdelave cevi

b — empirični eksponent, ki variira od 1,8 do 2 pri turbulentnem pretoku. Običajno se jemlje 1,852.

Z upoštevanjem kontinuitete pretoka vozlišč in ohranitve energije okoli zaprte zanke lahko zapišemo $(m-1+h)$ simultanih linearnih enačb, katerih rešitve dajejo prvi približek pretočnih vrednosti v posameznih ceveh omrežja. Te vrednosti so uporabljene za izračun novih vrednosti prilagoditvenih cevovodnih konstant k'_i , namenjenih za zapis novega niza $(m-1+h)$ simultanih linearnih enačb, ki so lahko rešitve za izboljšanje vrednosti cevni pretokov. Proces ponovnega računanja se nadaljuje tako dolgo, dokler ne dobimo dve seriji izračunov, ne preveč različnih vrednosti, ki podajajo končen rezultat.

Pri tem načinu računanja ne izhajamo iz predpostavke začetnih tokov, temveč iz domneve, da je prilagoditev cevne konstante neodvisna od pretoka in da je prvi približek dobljen iz $k_i = k'_i$. Vrednost k_i se določi po Hazen-Williamsovi enačbi oblike

$$k_i = \frac{10,78 L}{C^{1,852} D^{4,87}} \rho g = \frac{105,80 \rho L}{C^{1,852} D^{4,87}}$$

kjer so:

C — Hazen-Williamsov koeficient hrpa-vosti

L (m) — dolžina cevovoda

D (m) — premer cevi

ρ (kg/m³) — gostota medija

2.3. Napotki za analizo pretočne porazdelitve v ceveh

Pri nastavljanju kontinuitetnih in energijskih enačb je treba upoštevati predznake domnevnih pretočnih smeri v vsaki cevi. Rešitve enačb dajejo negativne rezultate za napačno ocenjene pretočne smeri. Pri reševanju enačb je pomembna hitrost približevanja želenim vrednostim pretokov oziroma hitrost konvergence. Zato je treba skrbeti, da rezultati uspešnih preizkusov ne oscilirajo okoli končnega rezultata. Vedno je treba povpreček dveh uspešnih preizkusov uporabiti za izračun izboljšane vrednosti pretoka in prilagoditev cevovodne konstante k_i' , ki je uporabljena za naslednji preizkus. Tak način reševanja omogoča hitro in sigurno konvergenco.

Za računalniško obdelavo lahko linearno odvisnost med nizom spremenljivk q in Q

$$L_{11} q_1 + L_{12} q_2 + \dots + L_{1(n-1)} q_{(n-1)} + L_{1n} q_n = Q_1$$

$$L_{21} q_1 + L_{22} q_2 + \dots + L_{2(n-1)} q_{(n-1)} + L_{2n} q_n = Q_2$$

...

$$L_{n1} q_1 + L_{n2} q_2 + \dots + L_{n(n-1)} q_{(n-1)} + L_{nn} q_n = Q_n$$

pišemo v krajši obliki

$$[L] \cdot \{q\} = \{Q\}$$

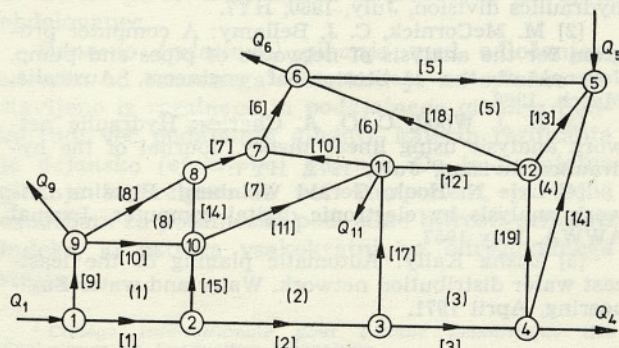
oziroma za niz lineariziranih energijskih enačb okoli zaprte zanke v obliki

$$[k] \cdot \{q\} = \{\emptyset\}$$

Pri tem pomenijo $[L]$ matriko znanih vrednosti, $\{q\}$ vektor neznanih pretočnih veličin iz vozlišča j v vozlišče i in Q vektor znanih porab v vozliščih.

3. TESTNI PRIMER

Na testnem primeru, ki zajema del nekega omrežja (sl. 3), je prikazan aplikativen prenos raz-



Slika 3

vite teorije na dejansko izračunavanje pretočne razdelitve in določitve tlakov.

Testni primer ima dva izvora Q_1 in Q_5 ter štiri ponore.

3.1. Podatki

Cev	L (m)	D (m)	C
1	457,2	,305	130.
2	304,8	,203	130.
3	365,8	,203	120.
4	609,6	,203	120.
5	853,4	,203	120.
6	335,3	,203	120.
7	304,8	,203	120.
8	762,0	,203	120.
9	243,8	,203	100.
10	396,8	,152	100.
11	304,8	,152	100.
12	335,3	,254	130.
13	304,8	,254	130.
14	548,6	,152	120.
15	335,3	,152	120.
16	548,6	,152	120.
17	365,9	,254	130.
18	548,6	,152	120.
19	396,2	,152	120.

$$Q_1 = 0,104 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_6 = 0,0252 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_4 = 0,0315 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_5 = 0,0345 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_9 = 0,0379 \text{ m}^3/\text{s}$$

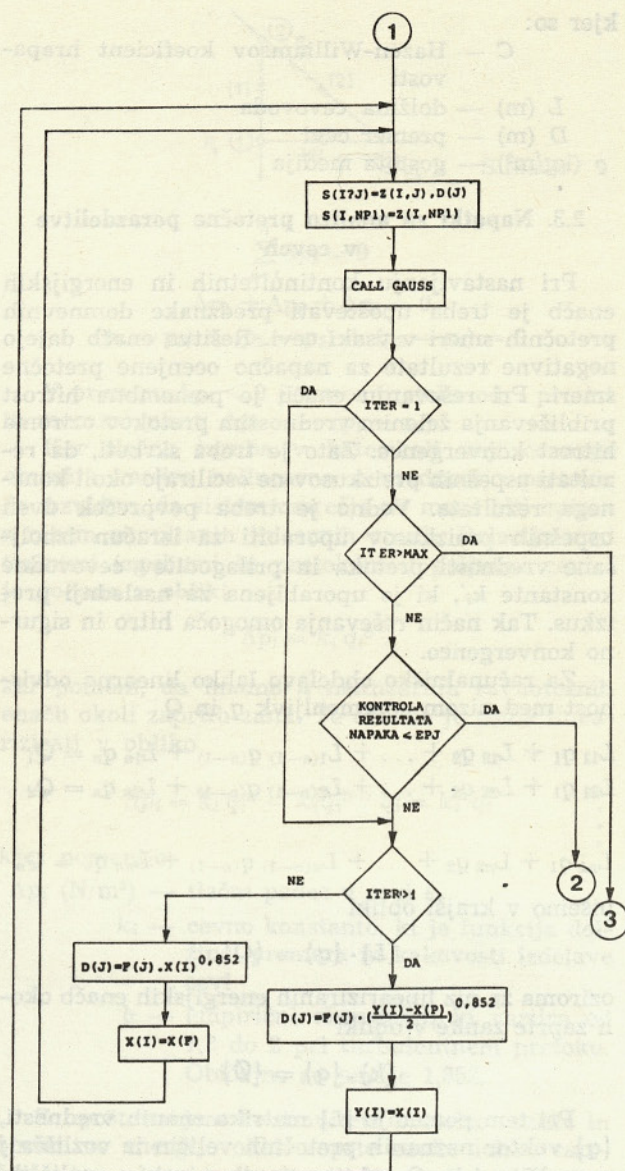
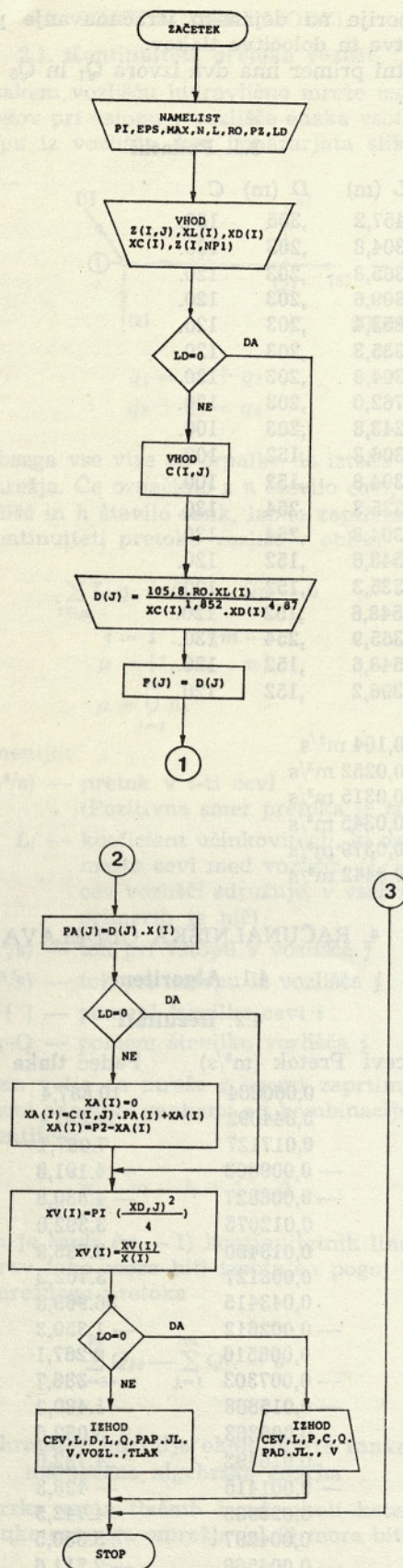
$$Q_{11} = 0,0442 \text{ m}^3/\text{s}$$

4. RAČUNALNIŠKA OBDELAVA

4.1. Algoritem

4.2. Rezultati

Štev. cevi	Pretok (m ³ /s)	Padeč tlaka (Pa)
1	0,060584	10.887,4
2	0,044092	29.256,4
3	0,017127	7.067,4
4	— 0,009803	— 4.191,8
5	— 0,008827	— 4.830,8
6	0,012075	3.392,0
7	0,013490	3.785,9
8	0,008127	3.702,2
9	0,043415	36.969,8
10	— 0,002612	— 1.350,3
11	0,008516	9.267,1
12	— 0,007303	— 386,7
13	— 0,015868	— 1.480,2
14	0,005363	5.052,6
15	0,016492	24.732,0
16	— 0,001415	— 428,3
17	0,026965	4.742,5
18	0,004297	3.350,5
19	— 0,004568	— 2.711,6



LITERATURA

- [1] Levis T. Isaacs, Kevin G. Mills: Linear theory methods for pipe network analysis. Journal of the hydraulics division, July, 1980, HY7.
- [2] M. McCornick, C. J. Bellamy: A computer program for the analysis of networks of pipes and pump. Journal of the institution of engineers, Australia, March, 1968.
- [3] D. J. Wood, C. O. A. Charles: Hydraulic network analysis using linear theory. Journal of the hydraulics division, July, 1972, HY 7.
- [4] Lyle N. Hoak, Gerald Weinberg: Pipeline network analysis by electronic digital computer. Journal AWWA, May 1957.
- [5] Elisha Kally: Automatic planing of the least-cast water distribution network. Water and water Engineering, April 1971.

Avtorjev naslov: mag. Jurij Krope, dipl. ing.
VTS — Maribor