

UDK 697.434

Minimizacija stroškov vročevodnega zankasto obratujočega omrežja

JURIJ KROPE — BRANKO BUTINAR

1. UVOD

Pod pojmom »vročevodno omrežje« razumemo večje število posameznih cevovodov, povezanih med seboj v drevesno ali zankasto celoto.

Pri tako definiranim — načrtovanem ali obratujočem vročevodnem omrežju ima optimalni izračun različne naloge, saj velika poraba toplote postavlja nalogo po popolnejšem nadzoru in upravljanju. Omrežje naj bo izvedeno čim racionalneje — v duhu iskanja optimalne rešitve, ki zagotavlja najmanjše stroške ob najugodnejšem energijskem učinku.

V priloženem delu za jasnejšo razpravo izhajamo iz domneve, da so znani naslednji podatki:

- geometrija omrežja (ravna konfiguracija terena),
- kodne številke cevi, vozlišč, zank,
- posamezne dolžine cevovodov,
- hrapavosti cevi,
- v vozliščih se pojavljajoče količine dotoka in odtoka,
- vrsta črpalk s pretočnimi in tlačnimi karakteristikami,
- specialni parametri (stroški, število obratovnih ur, odstotek amortizacije, stopnja akumulacije itd.),
- začetne razmere, ki se nanašajo na celotno omrežje.

Črpalni stroški v izračun niso zajeti posebej, ker so upoštevani v vstopnimi pretoki in tlaki, katerih variacija jih parametrično vključuje v proces optimiranja. To pomeni, da neposredna vključitev črpalnih stroškov v ciljno funkcijo vodi tudi k njihovu celotnemu minimumu.

2. PRETOČNE RAZDELITVE V ZANKASTEM OMREŽJU

Distribucijsko omrežje z m vozlišči, n cevmi in h zankami lahko učinkovito analiziramo z uporabo teorije grafov. V našem primeru lahko zankasto obratujoče omrežje obravnavamo kot antisimetrični — planarno orientirani graf.

Če označimo vektor pretokov v ceveh omrežja s $q^t = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ in vektor dotokov oziroma odtokov v omrežje s $Q^t = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$, dobi I. Kirchhoffov zakon obliko

$$[A] \cdot \{q\} = \{Q\}$$

Pri tem lahko izrazimo $[A]$ v obliki bločne matrike

$$[A] = [X|Y],$$

kjer sta X kvadratna matrika (predstavlja drevo) in Y pravokotna matrika (v njej so zbrane veje kodreves). S preprostim algoritmom je mogoče določiti vsa možna drevesa v obravnavanem grafu.

Za vsako drevo lahko določimo dopustni vektor udeleženih pretokov $\{q_x\}$ z ustrezno izbiro udeleženih pretokov $\{q_y\}$ v kodrevesu. Velja zveza

$$[X] \{q_x\} = \{Q\} - [Y] \{q_y\}$$

3. CILJNA FUNKCIJA

Zamislimo si stanje, v katerem je treba določiti optimalne premere cevovodov v omrežju pri znanih dodatnih razmerah. Glede na objavljene raziskave smemo zapisati ceno i -te cevi z zvezo

$$c_i = K_0 \cdot l_i \cdot d_i^{m_0}$$

Konstanti K_0 in m_0 dobimo z regresijo podatkov, ki povezujejo ceno cevovodov in njihove premere.

Ciljna funkcija ima preprosto obliko

$$C = \sum_{i=1}^n c_i$$

Da bi lahko optimirali ciljno funkcijo, moramo poiskati njeno odvisnost od pretokov in padcev tlakov. Eno izmed možnosti ponuja znana Darcy-Weisbachova enačba (upoštevane so samo linijske izgube). Dobimo

$$C(\{Ap\}, \{q\}) = \sum_{i=1}^n K_0 \cdot \sqrt{\frac{B_i^{m_0} \cdot q_i^{2m_0} \cdot l_i^{(r+m_0)}}{Ap_i^{m_0}}}$$

z $B_i = 0,0891 \cdot k_i^{0,25} \cdot \rho$ in $r = 5,25$.

Optimizacija poteka pri naslednjih začetnih in dodatnih razmerah:

- padec tlaka v zanki $\sum_{i \in N_j} Ap_i = 0;$
 $j = 1, \dots, h$
- kontinuiteta pretoka vozlišč $\sum_{i \in M_j} q_i + Q_{jv} - Q_{jz} = 0;$
 $j = 1, \dots, (m - 1)$

- padec tlaka po določeni poti glede na referenčno vozlišče $\sum_{i \in K_j} \Delta p_i = H;$
 $j = 1, \dots, n_1$
- padec tlaka po določeni poti glede na poljubno vozlišče $\sum_{i \in U_j} \Delta p_i \leq H;$
 $j = 1, \dots, n_2$
- najnižji tlak v referenčnem vozlišču $H_{\min} H_0 - H$
- največja dopustna hitrost fluida $v \leq v_{\max}$.

Optimizacija (oziroma iskanje) globalnega optima ciljne funkcije $C(\{\Delta p\}, \{q\})$ je precej težavna, saj je vbokla za $\{q\}$ in izbokla za $\{\Delta p\}$. Če kakorkoli izberemo neki dopustni $\{\Delta p\}$, je vrednost $C(\{\Delta p\}, \{q\})$ odvisna le še od $\{q\}$ kot vsote prispevkov posameznih cevi v skupni ceni.

Ocenimo stanje v poljubnem vozlišču:

Če poznamo vtok v to vozlišče, je treba iztok porazdeliti po ceveh tako, da bo skupna cena čim nižja (po dražjih ceveh odvajamo le neznatno količino in po najcenejših ceveh preostali del).

Če po tem načelu postopamo od začetnih (vhodnih) vozlišč glede na celotno mrežo, se v veliki meri približamo optimumu. Seveda preostane še optimizacija po $\{\Delta p\}$, ki smo ga v začetku določili precej poljubno.

Rešitev $\{q_i^*\}$ za spremenljivke $\{q_i\}$ dobimo torej tako, da v mreži določimo najmanjše tokove v vseh ceveh kodreves in s tem tokove v celotni mreži. Če to rešitev vstavimo v $C(\{\Delta p\}, \{q\})$, dobimo:

$$C(\{\Delta p\} | \{q^*\}) = \sum_{i=1}^n K_0 \sqrt{\frac{q_i^{*2} \cdot m_0 \cdot l_i^{(r+m_0)} \cdot B_i \cdot m_0}{p_i^{m_0}}}$$

Vrednost $C(\{\Delta p\} | \{q^*\})$ je odvisna samo od $\{\Delta p\}$ in je izbokla. V dopustnem območju poiščemo takšen $\{\Delta p_i^*\}$, da bo ciljna funkcija optimalna. Ker so pogoji linearni, lahko uporabimo za optimiranje $C(\{\Delta p\} | \{q^*\})$ katerega od standardnih algoritmov.

V našem primeru smo se odločili za metodo projekcije gradienta.

Rešitev $\{q^*\}$ in $\{\Delta p^*\}$ pomeni morda le lokalni minimum za izbrano drevo in kodrevo izbrane različice omrežja. Da dobimo celotni minimum, je treba napraviti opisani postopek za vse možne različice, ki sestavljajo drevo in med seboj primerjati lokalne minime.

Opis programa

Označimo vektor padcev tlaka z $\{\Delta p\}$ ($\{\Delta p\} \in R^n$). Tedaj je $C(\{\Delta p\})$ skalarna funkcija vektorskega argumenta, ki jo želimo minimizirati pri omejitvah

$$g_i(\{\Delta p\}) = 0, \text{ za } i = 1, \dots, m_1$$

$$g_i(\{\Delta p\}) \leq 0, \text{ za } i = m_1 + 1, \dots, m_2$$

kjer so $g_i(\{\Delta p\})$ za $i = 1, \dots, m_2$ prav tako skalarne funkcije vektorskega argumenta.

Imenujemo $D = [\{\Delta p\} | \{\Delta p\} \in R^n \wedge g_i(\{\Delta p\}) = 0, i = 1, \dots, m_1 \wedge g_i(\{\Delta p\}) \leq 0, i = m_1 + 1, \dots, m_2]$ dopustno področje in poiščimo na njem točko $\{\Delta p_0^*\} \in D$, v kateri bo $C(\{\Delta p\})$ dosegla najmanjšo vrednost.

Ker je v našem primeru $C(\{\Delta p\})$ izbokla, funkcije $g_i(\{\Delta p\})$ za $i = 1, \dots, m_n$ pa so linearne, smo se odločili za poseben primer metode dopustnih smeri, ki temelji na Kuhn-Tuckerjevih pogojih in je znana kot Rosenova metoda [10].

Iteracijsko metodo dopustnih smeri lahko na kratko opišemo z naslednjim algoritmom:

1. V dopustnem področju izberemo začetno točko $\{\Delta p_0\}$;
2. Napišemo matriko iz pogojev enačb v testirani točki:

$$[N] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial p_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_1}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial g_r}{\partial p_n} \end{bmatrix}_{n \times r} = [\{A_1\}, \{A_2\}, \dots, \{A_r\}]$$

kjer so $\{A_1\}, \{A_2\}, \dots, \{A_r\}$ gradienti levih strani pogojev enačb.

3. Napišemo projekcijsko matriko

$$[PR] = \{[I] - [N] (N^T N)^{-1} N^T\}$$

4. Poiščemo smerni vektor $\{s_k\} = -PR \cdot \nabla C(\{\Delta p_k\})$, ki omogoča zmanjšanje vrednosti $C(\{\Delta p\})$, če točko $\{\Delta p_k\}$ pomikamo v tej smeri. Zahtevamo $\{\Delta p\} = \{\Delta p_k\} + \mathcal{L}\{s_k\}$. Če take smeri ni, je $\{\Delta p_k\}$ že optimalna točka.

5. Izberemo ustrezno vrednost za $\mathcal{L}$. Pri tem imamo dve možnosti:

— da v smeri $\{s_k\}$ trčimo na rob dopustnega področja, ker se $C(\{\Delta p\})$ nenehno manjša; temu ustrezno izberemo $\mathcal{L}^*$;

— da v smeri $\{s_k\}$ dobimo najmanjšo vrednost $C(\{\Delta p\})$ v notranjosti polja D ; v tem primeru dobimo $\mathcal{L}^*$ tako, da poiščemo minimum funkcije $C(\{\Delta p_k\} + \mathcal{L}\{s_k\}) = F(\mathcal{L})$ z ustrezno metodo za optimiranje funkcij ene spremenljivke; izpolnjen mora biti pogoj $\nabla C^T \{s_k\} = 0$.

6. Izračunamo novo točko $\{\Delta p_{k+1}\} = \{\Delta p_k\} + \mathcal{L}^* \{s_k\}$. Če je treba izboljšati projekcijsko matriko. Vrnemo se na 4.

Za izvedbo 4. smo uporabili metodo projekcije gradienta po L. M. Roseju [10], za izvedbo 5. pa algoritem po postopku Davies, Swann, Campey in Pawell [5].

SEZNAM UPORABLJENIH OZNAČB

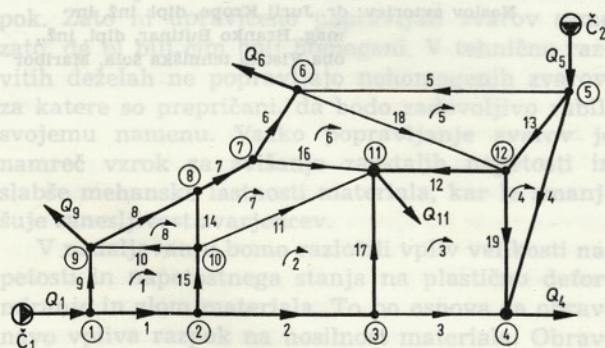
Simbol	Enota	Pomen
d	m	notranji premer cevovoda
h	—	število zank
$H_{\text{č}}$	Pa	tlak črpalke
k	m	koeficient hrapavosti cevovoda
l	m	dolžina cevovoda
m	—	število vozlišč
n	—	število cevovodov
Δp	Pa	padec tlaka v cevovodu
q	m ³ /s	pretok
ρ	kg/m ³	gostota
N_j	—	množica indeksov cevi v j -ti zanki
M_j	—	množica indeksov cevi v vozlišču ali iz vozlišča j
K_j	—	množica indeksov cevi na j -ti poti glede na referenčno vozlišče
U_j	—	množica indeksov cevi na j -ti poti glede na poljubno vozlišče
n_1	—	število poti do referenčnega vozlišča
n_2	—	število poti do poljubnega vozlišča
H	Pa	zahtevani tlak v referenčnem vozlišču
$[I]$	—	enotna matrika
$\mathcal{L}$	—	dolžina koraka

4. TESTNI PRIMER

V testnem primeru je podan prikaz uporabe razvite teorije za optimizacijo zankasto obratujočih omrežij. Zaradi omejene razsežnosti poročila obravnava v nadaljevanju podana optimizacija le eno različico predtoka (slika 1).

Izhajamo iz postavke, da so znani:

- geometrija omrežja z dolžinami (l_i),
- vtoki in iztoki (Q),
- temperatura pretočne kapljavine (130 °C),
- tlaki črpalke ($H_1 = 784532$ Pa, $H_2 = 549172$ Pa),
- najnižji dopustni tlaki vozlišč ($H_{\min} \leq 392266$ Pa),



Sl. 1. Zankasto omrežje

- največja dopustna hitrost kapljavine v ceveh ($v_{\max} \leq 3$ m/s),
- cena električne energije ($C_{el} = 1,36$ din/kWh),
- konstante ($A_0 = 12088$ kg/m^{2.75}, $r = 5,25$, $m_0 = 1,39$, $p_1 = 2$),
- hrapavost cevovodov ($k_i = 0,45$ mm).

SUBROUTINE DAT — Datoteka za izračun pretočnih razdelitev in smeri pretokov

```
DATA (KJ(L),L=1,11)/1,2,4,6,7,8,9,12,13,15,17/
DATA N,M/11,8/
DATA (Q(I),I=1,11)/-.104,2m0.,.0315,.0345,.0252,2m0.,.0379,0.,
m0.0439/
DATA (Q2(I),I=1,8)/8m0.005/
DATA (EG(1,J),J=1,19)/-1.,7m0.,-1.,10m0./
DATA (EG(2,J),J=1,19)/1.,-1.,12m0.,-1.,4m0./
DATA (EG(3,J),J=1,19)/0.,1.,-1.,13m0.,-1.,2m0./
DATA (EG(4,J),J=1,19)/2m0.,2m1.,14m0.,1./
DATA (EG(5,J),J=1,19)/3m0.,2m1.,7m0.,-1.,6m0./
DATA (EG(6,J),J=1,19)/4m0.,1.,1.,11m0.,-1.,0./
DATA (EG(7,J),J=1,19)/5m0.,-1.,1.,8m0.,-1.,3m0./
DATA (EG(8,J),J=1,19)/6m0.,-1.,1.,5m0.,-1.,5m0./
DATA (EG(9,J),J=1,19)/7m0.,-1.,1.,1.,9m0./
DATA (EG(10,J),J=1,19)/9m0.,-1.,-1.,2m0.,-1.,1.,4m0./
DATA (EG(11,J),J=1,19)/10m0.,1.,-1.,3m0.,1.,1.,2m0./
```

SUBROUTINE DAT — Datoteka za optimizacijo omrežja

20.1.9. Podatki — tlak črpalke $H_1 = 784532$ (Pa), $H_2 = 549172,4$ (Pa)

```
SUBROUTINE DAT Predtok 130 °C
COMMON/PIPE/S(50),A(50),FF(50),EXPO,EXPA,N,NAC,XL(50),Q(50),
LAC(25,50),FM(100),XK,RO,NX,XY,HC(10),CEL,CQ(10)
DATA N,NAC,EXPA,EXPO,RO,NX,XY,CEL,NX/19,10,-1,26476,-26476,934,9,
m0.00045,23406,8,1,36,2/
DATA (HC(J),J=1,2)/784532,549172,4/
DATA (CQ(J),J=1,2)/.104,.0345/
DATA (AC(1,I),I=1,19)/-1.,7m0.,1.,-1.,4m0.,-1.,4m0./
DATA (AC(2,I),I=1,19)/0.,-1.,8m0.,1.,3m0.,1.,0.,-1.,2m0./
DATA (AC(3,I),I=1,19)/2m0.,-1.,8m0.,-1.,4m0.,1.,0.,1./
DATA (AC(4,I),I=1,19)/3m0.,1.,8m0.,-1.,5m0.,-1.,1./
DATA (AC(5,I),I=1,19)/4m0.,-1.,7m0.,1.,4m0.,-1.,0./
DATA (AC(6,I),I=1,19)/5m0.,1.,5m0.,1.,3m0.,-1.,0.,1.,0./
DATA (AC(7,I),I=1,19)/6m0.,1.,3m0.,-1.,2m0.,1.,0.,1.,3m0./
DATA (AC(8,I),I=1,19)/7m0.,1.,0.,1.,3m0.,-1.,5m0./
DATA (AC(9,I),I=1,19)/1.,1.,14m0.,1.,2m0./
DATA (AC(10,I),I=1,19)/11m0.,1.,1.,6m0./
DATA (FF(I),I=1,19)/2m156906,4,78453,2,156906,4,101989,2,11922,6,
m19613,3,39226,6,274586,78453,2,196133,11922,6,2m117680.,
m39226,6,58840,78453,2,15690,64,39226,64/
DATA (FM(I),I=1,38)/3m392266,156907,7m441299,8m156906.,
m19m0001/
DATA (XL(I),I=1,19)/457,2,304,8,365,8,609,6,353,4,335,3,304,8,
m762,2,243,8,396,8,304,8,335,3,304,8,548,6,336,3,548,6,365,9,548,6,
m396,2/
DATA (Q(I),I=1,19)/.0459,.0309,.005,.0215,.005,.0252,.0302,.0252,
m0.0581,.005,.005,.008,.008,.005,.015,.005,.0259,.005,.005/
RETURN
END
```

Rezultati

CEV	DOLŽINA (M)	PRETOK (M ³ /S)	PREMER (M)	HITROST (M/S)	PADEC TLAKA (PA)
1	457.2	.04590	.1902	1.61	72597.8
2	304.8	.03090	.1300	2.33	162762.2
3	365.8	.00500	.0678	1.38	156906.6
4	609.6	.02150	.1301	1.62	156907.0
5	853.4	.00500	.0862	.86	103620.0
6	335.3	.02520	.1519	1.39	52411.4
7	304.8	.03020	.1680	1.36	40359.0
8	762.0	.02520	.1552	1.33	106481.9
9	243.8	.05810	.1613	2.84	147727.1
10	396.8	.00500	.0912	.77	35864.3
11	304.8	.00500	.0587	1.85	280403.0
12	335.3	.00800	.0864	1.36	102826.0
13	304.8	.00800	.0807	1.56	134080.6
14	548.6	.00500	.0746	1.14	142346.3
15	335.3	.01500	.1318	1.10	39265.2
16	548.6	.00500	.0802	.99	97698.0
17	365.9	.02590	.1267	2.05	156906.0
18	548.6	.00500	.1000	.64	30460.4
19	396.2	.00500	.0993	.65	22826.6

Pomen računalniških označb:

DATA KJ (L)	številčne označbe cevi v drevesu
DATA (N, M)	število vozlišč — 1, število kodreves
DATA Q (I)	vrednost vtokov in iztokov v vozliščih
DATA Q2 (I)	vrednosti pretokov v kodrevesih
DATA EG (I, J)	incidenčna matrika sistema
DATA (N)	število cevi v mreži
DATA (NAC)	število dodatnih pogojev
DATA EXPA	eksponent p v ciljni funkciji, zmanjšan za —1
DATA EXPO	eksponent p v ciljni funkciji
DATA RO	gostota
DATA XK	hrapavost
DATA XY	konstanta ciljne funkcije
DATA CEL	cena električne energije
DATA NX	število črpalk
DATA HC (J)	tlak črpalk
DATA CQ (J)	vrednosti vtokov
DATA AC (I, J)	dodatni pogoji zank in ekvivalentnih točk
DATA FF (I)	predpostavljeni tlaki (za ekvivalentno točko velja $FF(I) = HC(J) - H_{min}$)
DATA FM (I)	maksimalni dovoljeni padci tlaka
DATA XL (I)	dolžine cevi od vozlišča do vozlišča
DATA Q (I)	vrednosti pretokov v ceveh mreže

5. SKLEP

Če strnemo sklep o analizi oziroma optimizaciji različnih različic istega testnega primera, kaže vrednotenje z vidika ekonomskega učinka:

- da se z večanjem dopustnih padcev tlaka v omrežju večajo črpalni stroški,
- da se z večanjem dopustnih padcev tlaka v omrežju zmanjšujejo investicijski stroški,
- da so investicijski stroški tem manjši, čim večje so pretočne hitrosti fluida v cevovodih,
- da je z večanjem diskontne stopnje gospodarno obratovati z višjimi tlaki črpalk.

V delu je predstavljena osnovna zamisel, kako postaviti računski model oziroma postopek za njegovo rešitev, ki ga ponuja matematična teorija optimizacije, da bi zagotovili najmanjše stroške ob najugodnejšem energijskem učinku. Pri tem so upoštevani vsi vplivni in stroškovni dejavniki.

V literaturi, predvsem člankih, najdemo mnogo ocen o vrednosti posameznih optimizacijskih metod s priporočilom, da so za reševanje teh problemov najuspešnejše gradientne metode. Problem optimiranja ciljne funkcije investicijskih stroškov v odvisnosti od premera cevi smo nadomestili s problemom optimiranja iste ciljne funkcije v odvisnosti od pretokov in tlačnih izgub v ceveh. Ker gre za nekonveksno matematično programiranje, smo po teoriji grafov razstavili problem na več neodvisnih konveksnih problemov z linearnimi omejitvami, da bi se čimbolj približal k celotnemu optimumu. Optimizacijo smo realizirali z metodo projekcije gradienta.

LITERATURA

- [1] M. Brener: Optimierung eines Fernwärmenetzes mit mehreren Einspeisepunkten. Fernwärmeinternational, Helf 2, 1980.
- [2] Gabriella Homonnay, Fernheizungen, Verlag, C. F. Müller Karlsruhe 1977.
- [3] Heidrun Ciala: Grundlagen der elektronischen Rohrnetzrechnung, Technischen Akademie Esslingen 1976.
- [4] A. Barrean: Minimization of transport and distribution costs for district Heating, Faculté des sciences D'Angers, 1976.
- [5] L. M. Rose: The application of mathematical modelling to process development and design, APPLIED SCIENCE PUBLISHERS LTD, London 1974.
- [6] R. G. Cembrowicz: Optimierung von Rohrnetzen, GWF — Wasser/abwasser, 114 (1973) H. 3.
- [7] Ralf G. Cembrowicz: Capital-cost minimization of hydraulic network. Journal of the hydraulics division, HY3, 1973.
- [8] Karl-Heinz Sutter: Wege zur Optimierung von Fernwärmenetzen. Wärme, Helf 4, 1971.
- [9] M. Mc Cornick, C. J. Bellamy: A computer program for the analysis of networks of pipes and pump. Journal of the institution of engineers, Australia, march, 1968.
- [10] Richard L. Fox: Optimization methods for engineering design, Addison-Wesley Publishing Company, London 1971.

Naslov avtorjev: dr. Jurij Krobe, dipl. inž. in
mag. Branko Butinar, dipl. inž.,
oba Visoka tehniška šola, Maribor