UDK 531.15

O vrtilni hitrosti in vrtilni frekvenci

BOJAN KRAUT

Pomen poimenovanj »vrtilna hitrost« in »vrtilna frekvenca« izhaja iz pojmov hitrost in frekvenca.

S pojmom *hitrost* mislimo *spremembo* kakega dogajanja v odvisnosti od časa. Tako npr. spremembo (rast) poti s v času t imenujemo hitrost gibanja (ds/dt), spremembo (padec) temperature T v času t pa hitrost ohlajanja (dT/dt). Prav tako lahko definiramo kakršnokoli drugo hitrost kakega dogajanja; govorimo tudi o hitrosti dojemanja ipd.

Pojem *frekvenca* pa pomeni ***število*** periodično enakomerno se ponavljajočih dogajanj v določenem času. Tako npr. pri izmeničnem toku število x ponovitev njegovega celotnega sinusnega cikla v določenem času t imenujemo frekvenco toka (x/t). Pri kakršnemkoli nihanju je s številom x (celotnih) nihajev v določenem času t izražena frekvenca nihanja. Frekvenca na splošno pomeni pogostost kakega pojava, npr. frekvenca besed, frekvenca prometa ipd.

Pri vrtenju se spreminja (raste) kot α v določenem času t. Iz tega izhaja hitrost vrtenja $d\alpha/dt$, ki je seveda lahko spremenljiva (npr. pospešena ali pojemajoča). Njena enota je odvisna od izbrane enote kota, pri čemer se ponujata dve rešitvi:

— Analitična enota kota (določena z lokom l, enakim polmeru r) je 1 rad(ian) = $360^\circ/2\pi$ = = $57^\circ\,17'\,45''$. Temu ustrezna enota hitrosti vrtenja je 1 rad/s. S to enoto merjena hitrost vrtenja je dobila ime »kotna hitrost« (čeprav bi jo bilo — glede na izbrano enoto kota — bolje poimenovati »radianska hitrost«):

$$\omega = \frac{d\widehat{\alpha}}{dt} \text{ rad/s} \quad (\widehat{\alpha} \text{ v radianih}).$$

— Praktična enota kota (določena z lokom l, enakim obsegu $2\pi r$) je 1 polni kot = 360°, ki se povsem ujema s pojmom 1 vrtljaj. S to enoto merjena hitrost vrtenja je »vrtilna hitrost«:

$$n = \frac{d\alpha}{dt} \text{ vrt/s} \quad (\alpha \text{ v polnih kotih, vrtljajih}).$$

(Mednarodni predlog — tačas še ne dokončno sprejet — za označbo enote vrtilne hitrosti je 1 rev/s; rev = *revolutio*, vrtljaj).

Ker sta omenjeni enoti kota v razmerju: 1 polni kot (vrtljaj) = 2π radianov, velja tudi razmerje kotne in vrtilne hitrosti

$$\omega = 2\pi\, n.$$

Kotna hitrost ω je nezamenljivo primeren pojem v matematičnih obrazcih fizikalnih zakonov, ker jih poenostavlja z izločanjem faktorja 2π. Za uporabo v praksi pa je malo primerna, ker je merjena z nepraktično kotno enoto radian. (S kotno hitrostjo izražena hitrost vrtenja motorja — npr. $\omega = 2\pi 50 = 314{,}16$ rad/s — bi bila pač nesprejemljivo nepregledna). Za prakso prihaja v poštev vendarle samo z vrtilno hitrostjo izražena hitrost vrtenja, merjena torej s polnimi koti — vrtljaji v časovni enoti (tj. — v prejšnjem primeru — n = 50 vrt/s = 3000 vrt/min).

(Vzporedno rabo dveh enot za isto veličino imamo npr. tudi pri merjenju temperature, saj uporabljamo tako absolutno enoto temperature T — kelvin (K) kakor tudi praktično enoto temperature ϑ — stopinjo Celzija (°C), ki sta v zvezi: $T = \vartheta + 273{,}15$).

V praksi se je za določanje enakomerne hitrosti vrtenja udomačil izraz »število vrtljajev« (tudi »število obratov«). Ta izraz, ki naj bi hkrati rabil za poimenovanje tako veličine same kakor tudi njene enote, je nepopoln, saj iz njega ni razvidno, na kakšno enoto časa se nanaša (npr. s, min, h itn.). Preprosto štetje števila vrtljajev x v določenem času t pa napeljuje k poimenovanju tega pojma z izrazom »vrtilna frekvenca«.

Frekvenco f periodično enakomerno se ponavljajočih dogajanj določamo s časom T trajanja posameznega dogajanja

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{Hz} \quad (= s^{-1})$$

Če pri enakomerni vrtilni hitrosti $n = \Delta\alpha/\Delta t$ postavimo, da se kot α (merjen s polnimi koti — vrtljaji) spremeni *samo* za 1 vrtljaj, tj. $\Delta\alpha$ = 1 vrt, potem je temu ustrezen čas 1 vrtljaja enak $\Delta t = T$. Dobimo

$$n = \frac{1}{T} = f.$$

V tem primeru se vrtilna frekvenca številčno torej povsem ujema z vrtilno hitrostjo. Razlika je samo v tem, da je z enoto vrtilne hitrosti vrt/s ($= s^{-1}$) jasno pokazano, da gre za število vrtljajev v časovni enoti, pri enoti vrtilne frekvence Hz ($= s^{-1}$) pa imamo samo v mislih, da gre pač za vrtljaje.

Tudi pri analitičnem računanju ustreza pojem »kotna hitrost« (merjena z rad/s) samo pri vrtenju, medtem ko jo pri drugih periodično enakomerno se ponavljajočih dogajanjih, npr. pri nihanju, nadomešča pojem »krožna frekvenca«. To izračunamo iz enakomerne kotne hitrosti $\omega = \Delta\widehat{\alpha}/\Delta t$, če postavimo, da se v času 1 vrtljaja $\Delta t = T$ spremeni kot α za polni kot, tj. $\Delta\widehat{\alpha} = 2\pi$ rad.

Iz tega izhaja, da sta

$$\text{kotna hitrost} \quad \omega = \frac{\Delta\hat{\alpha}}{\Delta t} \quad \text{rad/s} \quad (= s^{-1})$$

in

$$\text{krožna frekvenca} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad s^{-1}$$

številčno (in dimenzijsko) popolnoma enaki, pa uporabljamo zanju zato tudi enak simbol ω. (Nikakor pa krožna in vrtilna frekvenca — kljub dimenzijski enakosti s^{-1} — nista številčno enaki, saj je krožna frekvenca številčno 2π-krat večja.)

Zaradi preglednosti so obravnavani pojmi zbrani v naslednji preglednici:

Praktične veličine			Analitične veličine		
veličina		enota	veličina		enota
kot	α	polni kot — vrtljaj	analit. kot	$\hat{\alpha} = 2\pi\alpha$	rad(ian)
vrtilna hitrost	$n = \frac{d\alpha}{dt}$	vrt/s	kotna hitrost	$\omega = \frac{d\hat{\alpha}}{dt} = 2\pi n$	rad/s
vrtilna frekv.	$f = \frac{1}{T} = n$	Hz $(= s^{-1})$	krožna frekv.	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	s^{-1} $(\neq$ Hz$)$

Pri enakomernem vrtenju ($d\alpha/dt$ = konst) lahko torej hitrost vrtenja izražamo tako z vrtilno hitrostjo n vrt/s kakor tudi z vrtilno frekvenco f Hz (ki sta številčno enaki).

Vendar vrtilna frekvenca ni v skladu s splošnim izražanjem v zvezi z vrtenjem. Saj npr. za motor, ki teče (se vrti) z velikim številom vrtljajev v sekundi (minuti), pravimo, da teče hitro, da je hitrotekoč. Menda ne bomo rekli, da je motor visokofrekvenčen.

Ali bomo npr. pri električnem generatorju s tremi pari polov, ki pri vrtilni hitrosti 1000 vrt/min (= 16 2/3 vrt/s) daje izmenični tok frekvence 50 Hz, res govorili o njegovi vrtilni frekvenci 16 2/3 Hz (s^{-1})?

Naša Zemlja (planet) se enakomerno vrti s hitrostjo 1 vrtljaj na dan (= 1/86400 vrt/s). Res se neverjetno sliši govoriti, da ima Zemlja vrtilno frekvenco 1/86400 = $11{,}574 \cdot 10^{-6}$ Hz = 11,574 μHz (čeprav je to računsko prav).

Pri enakomernem vrtenju izraz vrtilna frekvenca seveda nikakor ni nepravilen. Celo prav primeren je lahko v določenih primerih (npr. pri mehanizmih, pri katerih je hitrost vrtilnega gibanja povezana s frekvenco semintjakajšnjega gibanja ipd.). Nikomur, ki ima pred očmi, da sta vrtilna hitrost vrt/s in vrtilna frekvenca Hz $(= s^{-1})$ pri enakomernem vrtenju številčno enaki, ustrezna raba teh pojmov prav gotovo ne bo delala nobenih težav.

Pojem »vrtilna frekvenca« uporabljajo pač nekateri fiziki (npr. Mende-Simon: Physik. 1983. kjer je naveden izraz *Drehfrequenz* poleg *Drehzahl).* Medtem pa ga ne najdemo v slovitih priročnikih Dubbel (16. izd.. 1987) in Hütte (29. izd.. 1989), v katerih je uporabljen le izraz »vrtilno število« (Drehzahl), pojem frekvenca pa samo v pomenu statistične pogostnosti in nihajnega števila.

Tudi v dosegljivih velikih mednarodnih strokovnih slovarjih najdemo lahko samo prevode za »vrtilno število« oz. »vrtilno hitrost« (*Drehzahl, Drehgeschwindigkeit – speed of rotation, tourning speed – nombre de tours, vitessa de rotation*), nikjer pa ni gesla »vrtilna frekvenca« in njegovih prevodov, geslo »frekvenca« pa je navedeno samo v zvezi s pogostnostjo in nihanjem.

Avtorjev naslov: prof. Bojan Kraut
Fakulteta za strojništvo,
Ljubljana

DOKTORATI

UDK 539.31:517.988

Stabilnostni problem kolobarja z nezvezno delujočo obremenitvijo

Fakuteta za strojništvo Univerze v Ljubljani
Avtor: mag. Jin Chen, dipl. inž.
Mentor: prof. dr. Franc Kosel, dipl. inž.

Doktorska naloga obravnava elastostatični neosnosimetrični stabilnostni problem plošče v obliki centričnega krožnega kolobarja z nekonstantno debelino. V raziskavi stabilnostnih stanj je poleg upoštevanja razmeroma zahtevne točkovno delujoče zunanje obremenitve v obliki dvojice sil in točkovnega načina oprtja, vključena tudi teorija geometrijskega optimiranja. Z uporabo geometrijskega optimiranja v teoriji elastične stabilnosti je po metodi nelinearnega programiranja določena takšna funkcija debeline plošče, pri kateri kritična zunanja obremenitev, ko se v plošči pojavi nestabilno stanje — doseže ekstremno vrednost (sl. 1).

Problem stabilnosti plošče je najprej obravnavan po analitični poti. V ta namen je bila izbrana energijska metoda, ki sloni na načelu o virtualnih premikih in teoremu o minimu potencialne energije deformacijskega sistema. Vpliv nekonstantne debeline je bil upoštevan po Kirchhoffovi teoriji tankih plošč, kar se je izkazalo za dopustno zaradi zahtevane vitkosti pri pogoju, da se nestabilno stanje pojavi v elastičnem območju.