

UDK 621.882.2:621.886.12-036.7

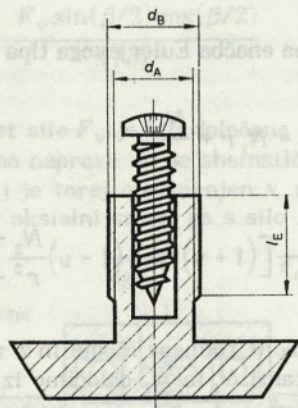
Teoretična in eksperimentalna analiza zveze kovinski vijak – polimerni vložek

IGOR EMRI – GOTTFRIED W. EHRENSTEIN – JÜRGEN ONASH

0. UVOD

Polimerni materiali postajajo v strojniški praksi vedno bolj nepogrešljivi. To velja še posebej za avtomobilsko industrijo. Eno izmed zelo razširjenih področij njihove uporabe so vijake zveze. Posamezni deli, ki sestavljajo notranjost avtomobila, so praviloma privijačeni na nosilno kovinsko konstrukcijo. Pri starejših tipih avtomobilov so bili deli pritrjeni s samoreznimi vijaki, ki so bili uviti neposredno v pločevino. Taka zveza je izredno občutljiva za korozijo, poleg tega pa, zaradi vibracij, zelo kmalu povzroča nezaželeni hrup. V novejših modelih avtomobilov so te zveze izvedene tako, da je v luknjo v pločevini vstavljen polimerni vložek, v katerega se potem uvije kovinski vijak. Odpornost take zveze proti koroziji je mnogo večja, saj z vijakom ne poškodujemo pločevine, zmanjša pa se tudi nezaželeni hrup.

V prispevku je podana napetostno-deformacijska analiza take zveze, ki je shematično prikazana na sliki 1. Z d_A in d_B smo označili zunanji premer polimerne vložka pred in po tem, ko smo vanj uvili kovinski vijak, l_E označuje globino, do katere je bil vijak uvit.



Sl. 1. Shematični prikaz zveze kovinski vijak – polimerni vložek.

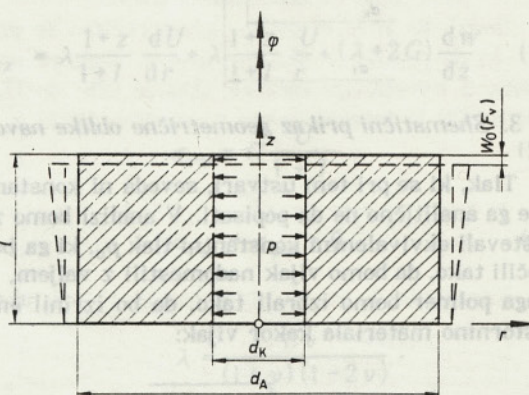
V drugem poglavju je definiran fizikalni model in popisana obremenitev polimerne dela. V tretjem poglavju je nato podana analiza napetostno deformacijskega stanja. V analizi smo predpostavili neskončno togost kovinskega vijaka in, v prvi fazi, elastično

obnašanje polimerne dela. Na podlagi elastične rešitve lahko potem prek Laplaceove transformacije pridemo do linearne viskoelastične rešitve. V četrtem poglavju so rezultati izračunanega deformacijskega stanja na površini polimerne valja primerjani z rezultati meritev. Analizirali smo dva različna materiala.

1. DEFINICIJA FIZIKALNEGA MODELA IN OBREMITVE

Obremenitev polimerne vložka je precej kompleksna. Polimerni valj je, zaradi uvijanja kovinskega vijaka, obremenjen v radialni smeri. K tej obremenitvi se potem prišteje še obremenitev, ki se pojavi zaradi zategovanja vijaka. Slednje povzroči prek podložke deformacijo valja v aksialni smeri.

Fizikalni model polimerne dela, ki smo ga uporabili v naši analizi, je prikazan na sliki 2, kjer je tudi podana njegova geometrična oblika. Izbrali smo valj z notranjim premerom d_K , zunanjim premerom d_A in višino l . Uporabili smo valjni koordinatni sistem s koordinatnim izhodiščem na spodnji strani valja.



Sl. 2. Fizikalni model polimerne vložka.

Obremenitev, ki jo povzroči uvijanje vijaka, smo popisali s konstantnim tlakom p_0 , dodatno radialno obremenitev zaradi pritegovanja vijaka pa s tlakom $p(F_v)$. F_v je aksialna sila, s katero pri pritegovanju glava vijaka prek podložke pritisne na valj. Celotna obremenitev valja v radialni smeri je torej:

$$p = p_0 + p(F_v) \quad (1).$$

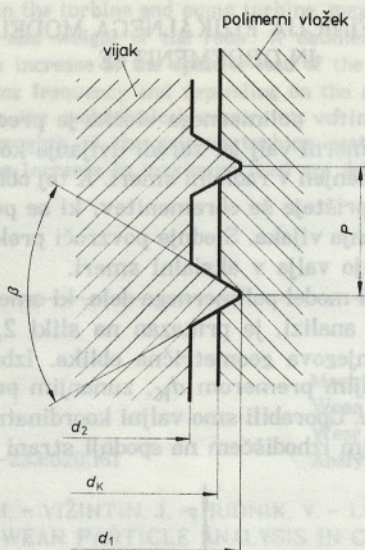
Deformacija valja v aksialni smeri, ki jo povzroči pritegovalje vijaka, je v radialni smeri konstantna in je odvisna od velikosti aksialne sile F_v :

$$w(l) = w_0(F_v) \quad (2).$$

Ta predpostavka drži, če je zunanji polmer podložke enak ali večji od zunanjega premera valja v obremenjenem stanju d_B .

Tlak p_0 je odvisen od velikosti prostornine materiala, ki ga izrine vijak pri uvijanju v plimerni del. Na podlagi geometrične oblike vijaka, ki je prikazana na sliki 3, lahko izračunamo izpodrinjeno prostornino materiala [3]:

$$V = \frac{l}{4P} (d_1 - d_K)^2 \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \sqrt{\left[\left(d_K + \frac{d_1 - d_K}{3}\right)\pi\right]^2 + P^2} \quad (3).$$



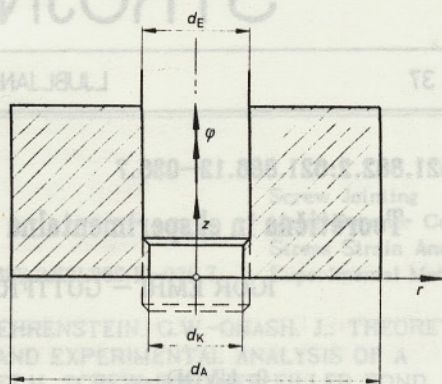
Sl. 3. Shematični prikaz geometrične oblike navoja.

Tlak, ki se pri tem ustvari, seveda ni konstanten in se ga analitično ne da popisati. V analizi bomo zato upoštevali ekvivalentni konstantni tlak p_0 , ki ga bomo določili tako, da bomo vijak nadomestili z valjem, katerega polmer bomo izbrali tako, da bo izrinil enako prostornino materiala kakor vijak:

$$d_E = \sqrt{\frac{4V}{\pi l} + d_K^2} \quad (4).$$

Opisano stanje je shematično prikazano na sliki 4.

Ta predpostavka je zelo groba, zato bodo izračunane napetosti in deformacije v neposredni bližini notranjega polmera precej manjše od dejanskih. Precej boljše rešitev bi dobili, če bi recimo izbrali sinusoidno spreminjanje tlaka. V tem primeru se, žal, analitično obravnavanje problema tako zaplete, da se njegova prednost pred numeričnim reševanjem zniči.



Sl. 4. Model, ki je bil uporabljen za določitev ekvivalentnega konstantnega tlaka p_0 .

V primeru, prikazanem na sliki 4, smemo predpostaviti naslednje pomike [4]:

$$u = u(r); \quad v = 0; \quad w = Mz \quad (5),$$

kjer je M konstanta.

Sistem ravnotežnih enačb se v tem primeru poenostavi v:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0 \quad (6).$$

Če sedaj upoštevamo še zvezo med pomiki in deformacijami in nastavimo kompatibilitetno enačbo:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (7),$$

ki je diferencialna enačba Eulerjevega tipa [5], dobimo

$$u = N_1 r + \frac{N_2}{r} \quad (8)$$

in

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[(1+\nu) N_1 - (1-\nu) \frac{N_2}{r^2} \right] \quad (9),$$

kjer smo z E označili Youngov modul in z ν Poissonov koeficient. Konstanti N_1 in N_2 določimo iz robnih pogojev:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{d_E - d_K}{2}; & \text{pri } r &= \frac{d_K}{2} \\ \sigma_{rr} &= 0; & \text{pri } r &= \frac{d_A}{2} \end{aligned} \right\} \quad (10).$$

$$N_1 = \frac{(1-\nu)d_K(d_E - d_K)}{(1+\nu)d_A^2 + (1-\nu)d_K^2} \quad (11),$$

$$N_2 = \frac{(1+\nu)d_K d_A^2 (d_E - d_K)}{4[(1+\nu)d_A^2 + (1-\nu)d_K^2]} \quad (12).$$

Tlak p_0 , s katerim je valj obremenjen z notranje strani, je torej:

$$p_0 = -\sigma_{rr}\left(r = \frac{d_K}{2}\right) = \frac{E d_K (d_E - d_K)}{(1+\nu)d_A^2 + (1-\nu)d_K^2} \left(\frac{d_A^2}{d_K^2} - 1\right) \quad (13).$$

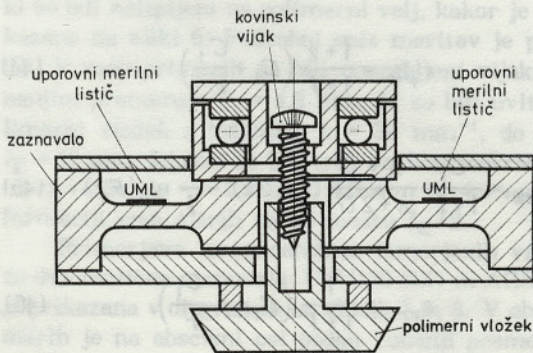
K tej obremenitvi moramo sedaj prišteti še obremenitev, ki se pojavi zaradi pritegovanja vijaka oziroma aksialne sile F_v , s katero vijak prek podloške obremenjuje valj. Aksialna sila se prek navojev vijaka prenese v notranjost valja in ustvari dodatno radialno obremenitev [2]:

$$p(F_v) = \frac{F_v \sin(\beta/2) \cos(\beta/2)}{\pi l d_K} \quad (14).$$

Celotna obremenitev, s katero je valj obremenjen z notranje strani, je:

$$p = \frac{E d_K (d_E - d_K)}{(1+\nu)d_A^2 + (1-\nu)d_K^2} \left(\frac{d_A^2}{d_K^2} - 1\right) + \frac{F_v \sin(\beta/2) \cos(\beta/2)}{\pi l d_K} \quad (15).$$

Velikost sile F_v je bila določena eksperimentalno [2] z uporabo naprave, ki je shematično prikazana na sliki 5. Valj je torej obremenjen v radialni smeri s tlakom p , v aksialni smeri pa s silo F_v .



Sl. 5. Shematični prikaz metode merjenja sile F_v .

2. ANALIZA NAPETOSTNEGA DEFORMACIJSKEGA STANJA

Sedaj, ko smo izbrali fizikalni model in določili obremenitveno stanje, se lahko lotimo analize nape-
tostno-deformacijskega stanja, ki se pojavi v valju. Na podlagi eksperimentalne analize geometrične oblike deformiranega polimernega vložka, smo predpostavili naslednje pomike:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1+z}{1+l} U(r) \\ v &= 0 \\ w &= W(z) \end{aligned} \quad (16)$$

Funkciji $U(r)$ in $W(z)$ bomo določili iz ravnotežnih enačb za radialno in aksialno smer, za katere bomo zahtevali, da so izpolnjene, če je povprečje nape-
tostnega stanja v aksialni smeri $0 \leq z \leq l$ oziroma radialni smeri $d_K/2 \leq r \leq d_A/2$. Ta zahteva je podobna zahtevi po minimizaciji potencialne energije valja, torej podobna Galerkinovi metodi.

Na podlagi izbranih pomikov določimo komponente napetostnega tenzorja:

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2G) \frac{1+z}{1+l} \frac{dU}{dr} + \lambda \frac{1+z}{1+l} \frac{U}{r} + \lambda \frac{dw}{dz} \quad (17),$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \lambda \frac{1+z}{1+l} \frac{dU}{dr} + (\lambda + 2G) \frac{1+z}{1+l} \frac{U}{r} + \lambda \frac{dw}{dz} \quad (18),$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{1+z}{1+l} \frac{dU}{dr} + \lambda \frac{1+z}{1+l} \frac{U}{r} + (\lambda + 2G) \frac{dw}{dz} \quad (19),$$

$$\sigma_{rz} = G \frac{U}{1+l} \quad (20),$$

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi z} = 0 \quad (21),$$

kjer je

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Kompatibilitetni pogoji so v tem primeru podani takole:

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} = 0 \quad (22),$$

$$\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} + (1+l) \frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} \frac{d^2 w}{dz^2} = 0 \quad (23).$$

Najprej lahko rešimo enačbo (22). Rešitev enačbe je podana v obliki [5]:

$$U(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (24).$$

Konstanti C_1 in C_2 določimo iz »povprečnih« robnih pogojev:

$$\bar{\sigma}_{rr} = -p; \quad \text{pri } r = \frac{d_K}{2} \quad (25)$$

$$\text{in} \quad \bar{\sigma}_{rr} = 0; \quad \text{pri } r = \frac{d_A}{2} \quad (26),$$

kjer je

$$\bar{\sigma}_{rr} = \frac{1}{l} \int_0^l \sigma_{rr}(z) dz = \frac{2+l}{2(1+l)} \left[C_1 (\lambda + G) - G \frac{C_2}{r^2} \right] + \frac{\lambda}{l} w^* \quad (27).$$

Z nekaj algebrskimi izračuni dobimo:

$$C_1 = \frac{\frac{2+l}{1+l} G \left[\frac{4p}{d^2} + \frac{\lambda}{l} \left(\frac{4}{d_A^2} - \frac{4}{d_K^2} \right) w^* \right]}{\left(\frac{2+l}{1+l} \right)^2 (\lambda + G) G \left(\frac{4}{d_K^2} - \frac{4}{d_A^2} \right)} \quad (28),$$

$$C_2 = \frac{(\lambda + G) \frac{2+l}{1+l} p}{\left(\frac{2+l}{1+l} \right)^2 (\lambda + G) G \left(\frac{4}{d_K^2} - \frac{4}{d_A^2} \right)} \quad (29),$$

$$w^* = w(l) - w(0) \quad (30).$$

Sedaj, ko je $U(r)$ podan, lahko rešimo še enačbo (23), ki da pomike v aksialni smeri. Rešitev enačbe dobimo z uvrstitvijo izrazov (24) in (28) do (30) v enačbo (23) in integriranjem po spremenljivki z :

$$w = -\frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda + G}{\lambda + 2G} z^2 + A_1 z + A_2 \quad (31).$$

Konstanti A_1 in A_2 določimo iz robnih pogojev za pomike:

$$w(0) = 0 \quad (32)$$

in

$$w(l) = w_0(F_v) \quad (33),$$

kjer je $w(l)$ pomik, ki ga na vrhu polimernega vložka povzroči aksialna sila oziroma glava vijaka. Če izračunani konstanti A_1 in A_2 vstavimo nazaj v izraz (31), lahko velikost pomikov v aksialni smeri zapišemo:

$$w = \frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda + G}{\lambda + 2G} (lz - z^2) + \frac{z}{l} w_0(F_v) \quad (34).$$

Odvisnost $w_0(F_v)$ določimo iz pogoja:

$$\int_S \sigma_{zz}(z=l) dS = -F_v \quad (35).$$

Sledi

$$w_0(F_v) = \frac{SB_1 K_1 p + DF_v}{S(B_2 K_1 + DK_2)} \quad (36),$$

kjer je

$$S = \frac{\pi}{4} (d_A^2 - d_K^2) \quad (37),$$

krožni kolobar valja, na katerega pritiska prek podložke glava vijaka, p pa tlak, s katerim je valj obremenjen v radialni smeri. p je podan z izrazom (15). Druge konstante so:

$$B_1 = \frac{2+l}{1+l} \frac{4}{d_A^2} G \quad (38),$$

$$B_2 = \frac{2+l}{l(1+l)} \left(\frac{4}{d_K^2} - \frac{4}{d_A^2} \right) \lambda G \quad (39),$$

$$K_1 = \frac{2\lambda + (\lambda - G)l}{1+l} \quad (40),$$

$$K_2 = \frac{\lambda + 2G}{l} \quad (41)$$

in

$$D = \left(\frac{2+l}{1+l} \right)^2 (\lambda + G) G \left(\frac{4}{d_K^2} - \frac{4}{d_A^2} \right) \quad (42).$$

Sedaj, ko smo določili še $w_0(F_v)$, lahko zapišemo enačbe, ki popisujejo deformacijsko in napetostno stanje v polimernem vložku:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1+z}{1+l} \left(C_1 - \frac{C_2}{r^2} \right) \quad (43),$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1+z}{1+l} \left(C_1 + \frac{C_2}{r^2} \right) \quad (44),$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda + G}{\lambda + 2G} (l - 2z) - \frac{1}{l} w_0(F_v) \quad (45),$$

$$\varepsilon_{zr} = \frac{1}{1+l} \left(C_1 r + \frac{C_2}{r} \right) \quad (46),$$

$$\varepsilon_{r\varphi} = 0; \quad \varepsilon_{\varphi z} = 0 \quad (47)$$

ter

$$\sigma_{rr} = \frac{1+z}{1+l} \left[2(\lambda+G)C_1 - 2G \frac{C_2}{r^2} \right] + \lambda \left[\frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda+G}{\lambda+2G} (1-2z) - \frac{1}{l} w_0(F_v) \right] \quad (48),$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{1+z}{1+l} \left[2(\lambda+G)C_1 + 2G \frac{C_2}{r^2} \right] + \lambda \left[\frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda+G}{\lambda+2G} (1-2z) - \frac{1}{l} w_0(F_v) \right] \quad (49),$$

$$\sigma_{zz} = 2\lambda C_1 \frac{1+z}{1+l} + (\lambda+2G) \times \left[\frac{C_1}{1+l} \frac{\lambda+G}{\lambda+2G} (1-2z) - \frac{1}{l} w_0(F_v) \right] \quad (50),$$

$$\sigma_{zr} = \frac{G}{1+l} \left(C_1 r + \frac{C_2}{r} \right) \quad (51),$$

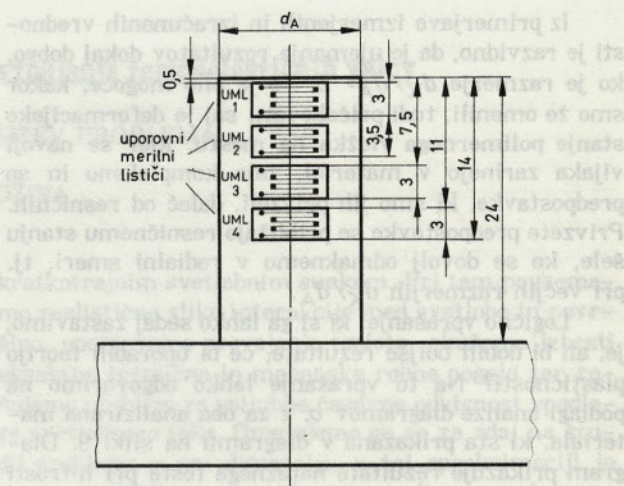
$$\sigma_{r\varphi} = 0, \quad \sigma_{\varphi z} = 0 \quad (52).$$

Pri tem sta konstanti C_1 in C_2 podani z enačbama (28) in (29), $w_0(F_v)$ pa z enačbami (36) do (42).

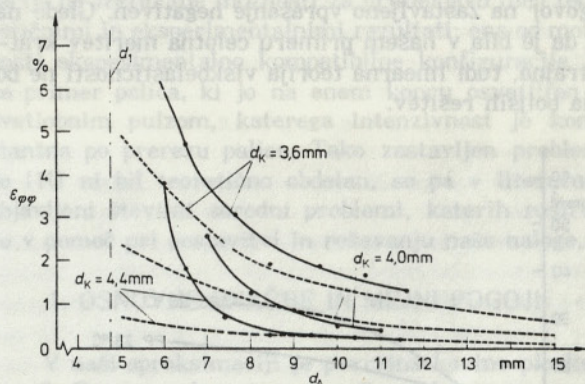
3. PRIMERJAVA REZULTATOV Z MERITVAMI IN SKLEP

Sistem enačb (43) do (52) podaja porazdelitev deformacijskega in napetostnega stanja v polimernem vložku poljubne velikosti. V praksi lahko, žal, neposredno merimo samo deformacije in še te samo na površini teles. V našem primeru smo se odločili za merjenje deformacij v cirkularni smeri: $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ ($r = d_A/2$). Merili smo z uporovnimi merilnimi lističi, ki so bili nalepljeni na polimerni valj, kakor je to prikazano na sliki 6. Podrobni opis meritev je podan v [2]. V vseh primerih so bili uporabljeni vijaki z zunanjim premerom $d_1 = 4,8$ mm, ki so bili uviti v polimerni vložek s hitrostjo $n = 30$ mm⁻¹, do globine $l_E = 12$ mm. Izbrani so bili trije različni notranji premeri valja: $d_K = 3,6$ mm; 4,0 mm in 4,4 mm. Deformaciji smo merili na mestu $l_E/2$.

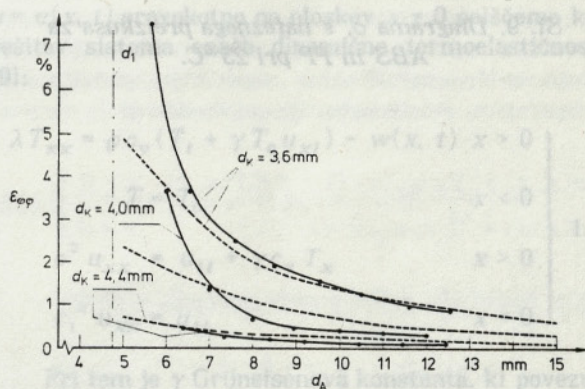
Primerjava izračunanih in izmerjenih vrednosti za dva različna materiala: PP(1120 HX) in ABS(877 T) je prikazana v diagramih na slikah 7 in 8. V obeh primerih je na abscisni osi podan zunanji premer polimernega valja d_A , na ordinatni osi pa velikost izmerjene in izračunane deformacije v cirkularni smeri:



Sl. 6. Shematični prikaz načina merjenja deformacije v cirkularni smeri $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ ($r = d_A/2$).



Sl. 7. Primerjava izračunanih in izmerjenih vrednosti za material PP(1120 HX).

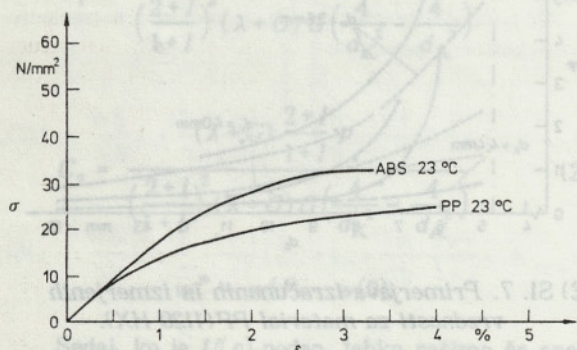


Sl. 8. Primerjava izračunanih in izmerjenih vrednosti za material ABS(877 T).

$\varepsilon_{\varphi\varphi}$ ($r = d_A/2$) (v odstotkih). V obeh diagramih je z navpično črtkano pikčasto črto označen tudi zunanji premer vijaka. Izmerki so podani s točkami, ki so aproksimirane s polno črto, izračunane vrednosti pa s črtkano črto. Za vsako dvojico krivulj je v diagramih podan notranji premer polimernega valja d_K .

Iz primerjave izmerjenih in izračunanih vrednosti je razvidno, da je ujemanje rezultatov dokaj dobro, ko je razmerje $d_K/d_A > 2$. To je bilo mogoče, kakor smo že omenili, tudi pričakovati, saj je deformacijsko stanje polimernega vložka na mestu, kjer se navoji vijaka zarinejo v material, zelo kompleksno in so predpostavke, ki smo jih privzeli, daleč od resničnih. Privzete predpostavke se približajo resničnemu stanju šele, ko se dovolj odmaknemo v radialni smeri, tj. pri večjih razmerjih d_K/d_A .

Logično vprašanje, ki si ga lahko sedaj zastavimo, je, ali bi dobili boljše rezultate, če bi uporabili teorijo plastičnosti? Na to vprašanje lahko odgovorimo na podlagi analize diagramov σ , ϵ za oba analizirana materiala, ki sta prikazana v diagramu na sliki 9. Diagram prikazuje rezultate nateznega testa pri hitrosti 5 mm/min. Iz diagrama je razvidno, da nobeden od analiziranih materialov ne izkazuje izrazitega prehoda iz elastičnega v plastično področje obnašanja, zato je odgovor na zastavljeno vprašanje negativen. Glede na to, da je bila v našem primeru celotna meritev kratkotrajna, tudi linearna teorija viskoelastičnosti ne bo dala boljših rešitev.



Sl. 9. Diagrama σ , ϵ nateznega preizkusa za ABS in PP pri 23 °C.

Zaradi velikih obremenitev je obnašanje materiala nedvomno nelinearno. Uporabiti bi morali torej nelinearno teorijo viskoelastičnosti. Žal nelinearne teorije, ki bi bila splošno sprejeta, za zdaj ne poznamo. Raziskave na tem področju so seveda zelo intenzivne in tu je aktivna tudi naša skupina [6].

4. LITERATURA

- [1] Williams. J.G.: Stress Analysis of Polymers. Second Ed. Ellis Horwood Series in Eng. Sci., New York, 1980.
- [2] Onash. J.: Zum Verschrauben von Bauteilen aus Polymerwerkstoffen mit gewindeformenden Metallschrauben. Doktorska disertacija. GhK Kassel, 1983.
- [3] Ehrenstein. G.W.-Onash. J.: Fügen von Kunststoffteilen mit Gewindeformenden Metallschrauben. Verbindungstechnik, Heft 9, 1981.
- [4] Gupta. S.K.-Dhrami. R.L.: Creep Transition in Thick-Walled Cylinder under Internal Pressure. ZAMM 59, 1979.
- [5] Timoshenko. S.P.-Goodier. J.N.: Theory of Elasticity. Third Ed., McGraw-Hill, New York, 1970.
- [6] Knauss, W.G.-Emri, I.: Volume Change and the Nonlinearly Thermo-Viscoelastic Constitution of Polymers. Polymer Eng. and Sci., Vol. 27, No. 1, 1987.

Naslovi avtorjev: prof. dr. Igor Emri, dipl. inž.

Fakulteta za strojništvo Univerze
v Ljubljani,

prof. dr. Gottfried W. Ehrenstein, dipl. inž.

dr. Jürgen Onash, dipl. inž. in
oba

Friedrich-Alexander Universität
Erlangen-Nürnberg

Prejeto: 18.4.1991