STROJNIŠKI VESTNIK

LETNIK XIV LJUBLJANA, V APRILU 1968 ŠTEVILKA 2

DK 621—23

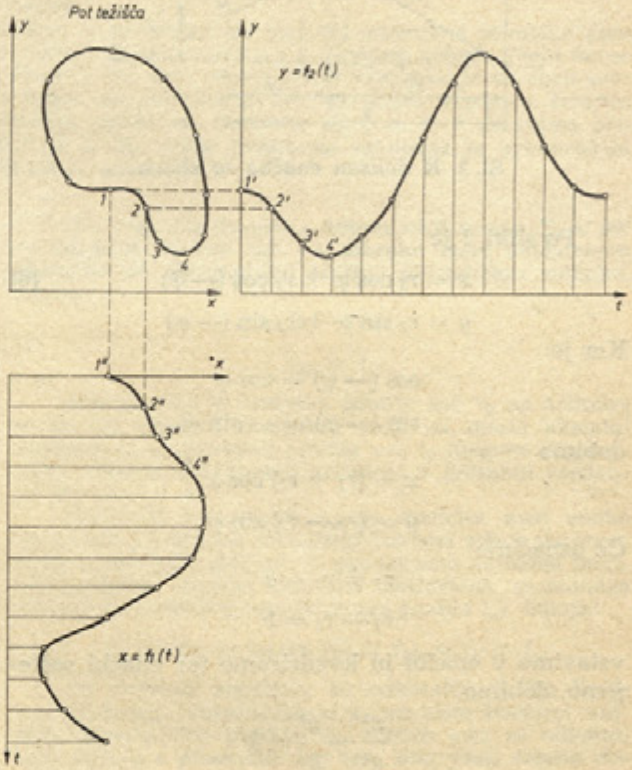
Sinteza mehanizmov

TONE BALOH

Problemi pri analizi mehanizmov so zelo podrobno obdelani in je na izbiro vrsta metod, s katerimi je možno zanesljivo in udobno dobiti odgovore na večino vprašanj, ki zanimajo tehnika v zvezi s kinematiko in dinamiko mehanizmov. V nasprotju s tem pa je vprašanje sinteze mehanizmov razen posameznih primerov, kakršni so npr. mehanizmi z odmično gredjo, povsem nerešeno. Ni znanih nobenih splošnih prijemov in metod, kako naj bi ravnali pri reševanju tega problema. Če je npr. dana krivulja in je treba konstruirati mehanizem, katerega ena točka naj opiše predpisano pot, dosedaj nimamo druge možnosti kakor ugibanje in poskušanje na srečo, da bi dobili obliko in mere mehanizma. Spričo takih metod je seveda upravičena težnja, dati tudi sintezi mehanizmov znanstveno podlago in raziskati možnosti, če je mogoče izsledke drugih znanosti, predvsem matematike, uporabiti pri reševanju tega problema.

Vsako poljubno plosko krivuljo, ki naj predstavlja pot ene točke mehanizma, je možno razstaviti v dve komponenti (sl. 1)

$$x = f_1(t) \qquad (1)$$
$$y = f_2(t)$$



Sl. 1. *Razstavitev krivulje poti v koordinati* $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$

Dobljeni krivulji lahko diferenciramo ali integriramo, grafično je mogoče ugotavljati hitrosti in pospeške. Ta metoda je pokazala zadovoljive rezultate pri določanju masnih sil, ki so posledica spreminjajoče se lege težišča pri poljubnem mehanizmu [1].

S tem, da je krivulja poti razstavljena v dve komponenti, pomenita $x = f_1(t)$ in $y = f_2(t)$ dve *periodični* funkciji, za kateri smemo razen diferenciranja in integriranja uporabljati tudi Fourierovo analizo.

Po Fourieru je mogoče vsako periodično funkcijo izraziti z vrsto

$$f(x) = \tfrac{1}{2} a_o + a_1 \cos 1x + a_2 \cos 2x + \ldots + b_1 \sin 1x + b_2 \sin 2x + \ldots \qquad (2)$$

V specialnih primerih dobimo vrsto kot vsoto samih kosinusov ali samih sinusov.

Za naš primer izrazimo obedve funkciji z

$$x = x_o + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cos n\varphi \qquad (3)$$
$$y = y_o + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \sin n\varphi$$

pri čemer je $\varphi = \omega \cdot t$ in n poljubno pozitivno ali negativno število. Ker je mogoče koordinatni križ prenesti v poljubno točko, izberemo začetek tako, da je $y_o = 0$ in $x_o = 0$.

Pri omejitvi na dva člena dobimo enačbi v obliki

$$x = r_1 \cos \varphi + r_2 \cos n\varphi \qquad (4)$$
$$y = r_1 \sin \varphi + r_2 \sin n\varphi$$

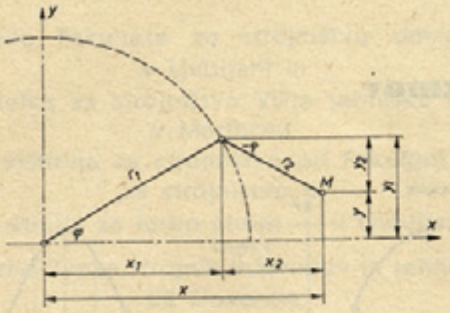
V enačbi je z r_1 označena dolžina ročice, ki se s kotno hitrostjo ω_1 vrti v nepremičnem stalu, z r_2 pa dolžina ročice, ki je vrtljivo pritrjena na koncu prve in se vrti s kotno hitrostjo $n\omega_1$.

Pri $n = 1$ dobimo

$$x = (r_1 + r_2) \cos \varphi \qquad (5)$$
$$y = (r_1 + r_2) \sin \varphi$$

kar je enačba kroga z radijem $r = r_1 + r_2$.

Pri $n = -1$ opiše ta mehanizem elipso, kar je lahko dokazati.



Sl. 2. *K dokazu enačbe za elipso*

Po sliki 2 je

$$x = r_1 \cos \varphi + r_2 \cos(-\varphi) \qquad (6)$$

$$y = r_1 \sin \varphi + r_2 \sin(-\varphi)$$

Ker je

$$\cos(-\varphi) = \cos \varphi$$

$$\sin(-\varphi) = -\sin \varphi$$

dobimo

$$x = (r_1 + r_2) \cos \varphi$$

$$y = (r_1 - r_2) \sin \varphi$$

Če označimo

$$r_1 + r_2 = a$$

$$r_1 - r_2 = b$$

vstavimo v enačbi in kvadriramo ter enačbi seštejemo, dobimo

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b} = 1$$

kar je kanonična enačba elipse. S tem je podan matematični dokaz, da je možno narisati elipso s pomočjo mehanizma, ki je shematično prikazan na sliki 2. Model takega elipsografa je dal zadovoljive risbe elips.

S tem, da dolžini ročic r_1 in r_2 ter koeficient kotne hitrosti n poljubno spreminjamo, dobimo najrazličnejše krivulje. Na sliki 3 je narisana Pascalova krivulja, ki je v literaturi znana z enačbo

$$\varrho = 2\,a \cos \Theta + b$$

v primeru, če je $b = a$.

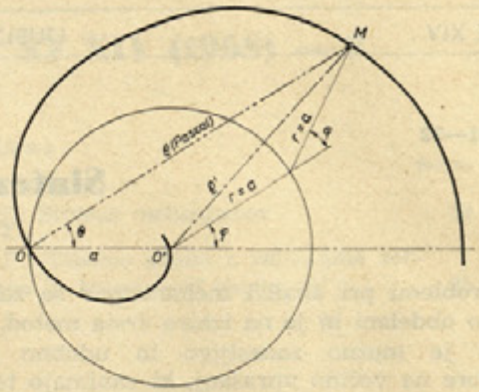
Enako krivuljo nariše mehanizem, pri katerem sta ročici r_1 in r_2 enako dolgi in se ročica r_2 vrti v isti smeri z dvojno kotno hitrostjo prve ročice.

Če meri ročic vzamemo v razmerju, da je

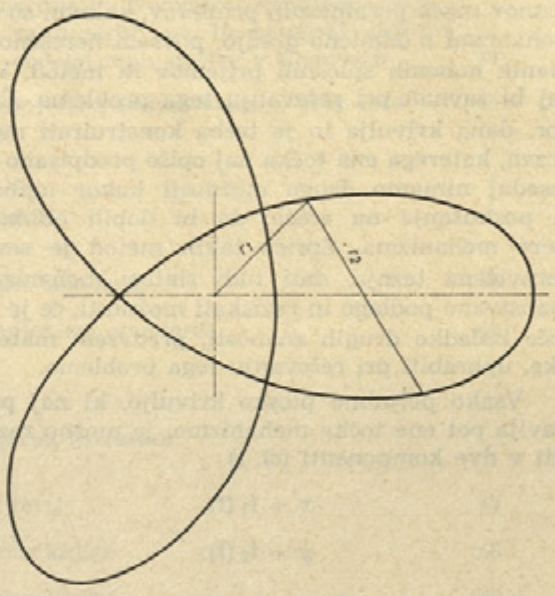
$$\frac{r_1}{r_2} = |n|$$

dobimo pri pozitivnih n epicikloide, pri negativnih n hipocikloide, pri poljubnih dolžinah ročic r_1 in r_2 pa krivulje z zankami navznoter ali navzven. Pri tem je število zank z

$$z = n - 1$$



Sl. 3. *Pascalova krivulja*



Sl. 4. *Krivulja z zankami*

Na sliki 4 je prikazana krivulja v primeru, ko je $n = -2$ in $r_2 > r_1$.

Že pri omejitvi gornjih enačb na dva člena so raziskave odkrile celo vrsto krivulj, ki niso samo teoretičnega pomena, temveč so v tehnični praksi že prišle v poštev npr. pri konstrukciji mešalnikov. Za vse te krivulje je potreben en sam mehanizem, pri katerem so mere ročic in kotne hitrosti različne.

Ker predstavljata enačbi (4) Fourierovi vrsti, o katerih vemo, da z njimi opisujemo vsako periodično funkcijo, je nedvomno možno iskati rešitev problema o sintezi mehanizmov v tej smeri in s pomočjo harmonične analize krivulj poti $x = f_1(t)$ in $y = f_2(t)$ določiti obliko in mere mehanizma, ki to krivuljo opiše. S tem pa je nakazana vsaj ena znanstvena metoda, kakršno bi lahko uporabili pri sintezi mehanizmov na splošno.

Literatura

[1] T. Baloh, Die Bestimmung des Beschleunigungsverlaufes für den Schwerpunkt eines zwangläufig bewegten Mechanismus. Konstruktion, 1955, S. 113—115.

Avtorjev naslov: dr. ing. Tone Baloh,
671 Frankenthal,
Brunckstrasse 22

DK 621.83.06

Vijačno gonilo z valjastima zobnikoma in kotom med osema 90°

PEPO PUHAR

Vrtilno gibanje z ene gredi na drugo, ki sta mimobežni, prenaša vijačna zobniška dvojica. Njuni kinematični površini sta hiperboloida z grlom na najmanjšem medosju. Sem uvrščamo — po standardu JUS — dvojico z valjastima zobnikoma, dvojico polž in polžasti zobnik ter hipoidno zobniško dvojico.

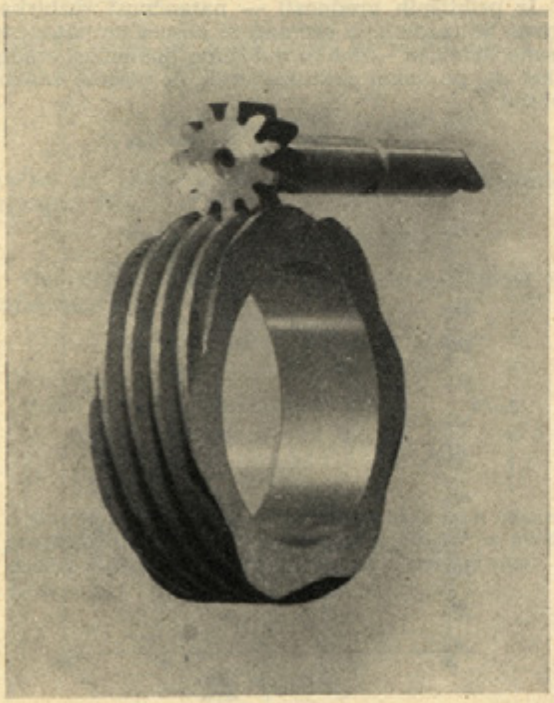
Članek obravnava le problematiko najprej omenjene zobniške dvojice. Dvojico sestavljata valjasta zobnika s poševnimi zobmi. Vsota kotov poševnosti bočne linije je kot med osema. Smer vijačnice je na obeh zobnikih enaka. Tako imata oba zobnika ali levo ali desno vijačnico. Dvojica je primerna za delovno prestavno razmerje do i' = 4; v skrajnem primeru pa tudi do i' = 5. Za večja prestavna razmerja je primernejša dvojica polž s polžastim zobnikom.

Če opazujemo v vijačnem gonilu z valjastima zobnikoma (sl. 1) brez premikov profila vsak zobnik posebej, sovpada njegov kinematični valj z razdelnim valjem (sl. 2). Na tem valju ustreza razdelek zob — merjen pravokotno na vijačnico — razdelku na rezalnem orodju. Nadalje ima vsak zobnik pripadajočo kinematično ploskev p_1 (p_2), tj. ploskev, ki ponazarja razviti kinematični valj v_1 (v_2).

Prav tako si lahko predstavljamo ploskev p_n, ki tangira oba kinematična valja. Njen razdelek ustreza razdelkoma na ploskvah p_1 in p_2, merjeno pravokotno na nagib bočnih linij β_{01} in β_{02}. Ta zamišljena ploskev — pravokotna na skupno tangento bočnih linij — ponazarja ploskev planega ozobja in ustvarja osnovo za kotalni postopek zobčanja zobniške dvojice.

Na vsakem posameznem zobniku ločimo:
razdelek profila zob t_0,
aksialni razdelek t_a in
razdelek bokov zob t_{B0}, ki ustreza razdelku standardnega profila t_n (sl. 3).

Razdelek profila zob t_0 je razdelek v ravnini vrtilnega gibanja zobnika in določa v odvisnosti od števila zob premer razdelnega valja.



Sl. 1. *Vijačno gonilo z valjastima zobnikoma za tahometer v menjalniku kamiona*

Pri zobniški dvojici s kotom med osema $\Sigma = 90°$ je razdelek profila zob na zobniku enak aksialnemu razdelku na kinematični ploskvi ubirajočega zobnika. Izhaja:

$$t_{01} = t_{a2}$$

in

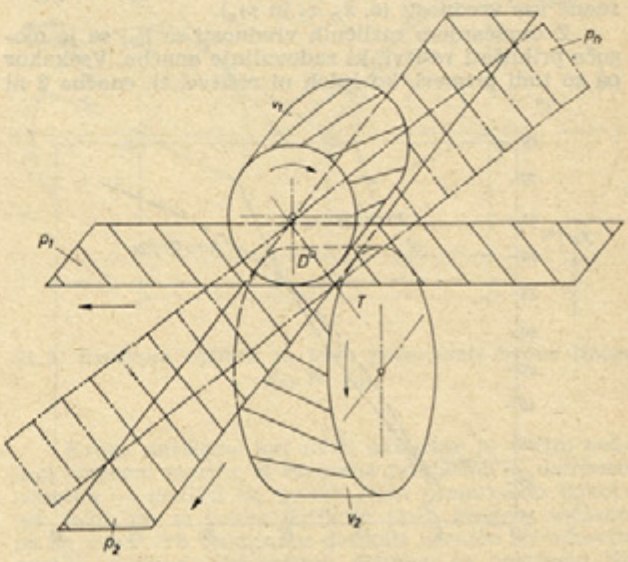
$$t_{02} = t_{a1}$$

Medtem ko je razdelek profila zob t_0 na zobniku vezan na določen (razdelni) valj, pa imata aksialni razdelek t_a in razdelek profila zob t_0 njegove kinematične ploskve konstantno vrednost v poljubni razdalji od zobnikove osi.

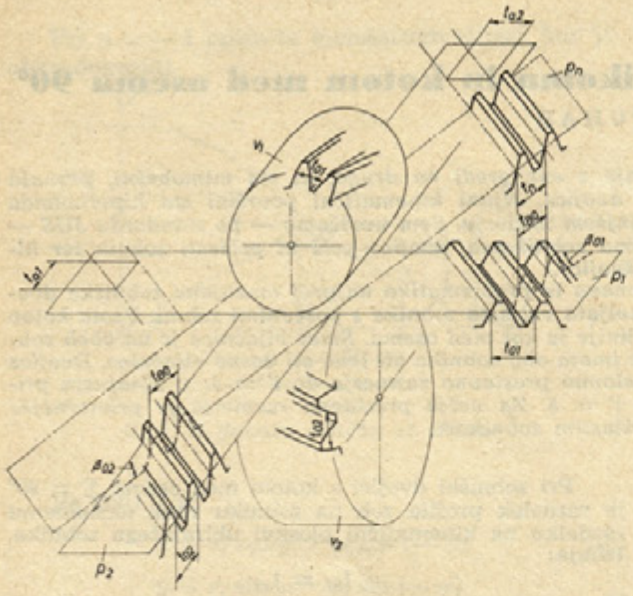
Razdelek bokov zob t_{B0} je razdelek med enako imenovanima levima (desnima) bokoma zob v skupnem prerezu zobniške dvojice, tj. pravokotno na bočni liniji. Ta razdelek ustreza razdelku polžastega modulnega frezala (= razdelku standardnega profila t_n). Izhaja:

$$t_{01} \cos \beta_{01} = t_{02} \cos \beta_{02} = t_{B0} = t_F = t_n$$

Pri vrtenju zobnikov se odkotalijo bočne linije kinematičnega valja sočasno z razvitimi bočnimi linijami kinematične ploskve p_n. Spričo tega se odkotali tudi zobnik s ploskvijo. Pri tem ima vsak zobnik dotikališče s kinematično ploskvijo p_n v liniji, toda z ubirajočim zobnikom samo v točki. Potemtakem se bočni liniji dotikata samo v dotikališču kinematičnih valjev D. V točki D imata bočni liniji skupno tangento T, ki sovpada z ustrezno bočno linijo na kotalni ploskvi p_n.



Sl. 2. *Kotalni ploskvi (v_1, v_2) in kotalne ravnine (p_1, p_2, p_n) vijačnega gonila*



Sl. 3. *Veličine na posameznih zobnikih in njunih kinematičnih ploskvah v odvisnosti od ploskve planega ozobja*

Pri zobniški dvojici s kotom med osema $\Sigma = \beta_{01} + \beta_{02} = 90°$ določamo medosje:

$$a = \frac{z_1 m_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos \beta_{01}} + \frac{z_2 m_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos \beta_{02}} = \frac{z_1 m_n \tan \beta_{01} + z_2 m_n}{2 \sin \beta_{01}} \quad (1)$$

V praksi zadevamo večinoma na problem, ko imamo medosje znano, določiti pa je treba ustrezna kota poševnosti bočne linije. Iz enačbe 1 je mogoče posneti, da lahko rešitev zreduciramo na iskanje vrednosti β_{01}. Že omenjeno enačbo lahko preoblikujemo, nakar dobimo:

$$z_1 m_n \tan \beta_{01} = 2 a \sin \beta_{01} - z_2 m_n \quad (2)$$

V gornji enačbi so — razen iskane vrednosti β_{01} — znane vse vrednosti (a, z_1, z_2 in m_n).

Z uvrščanjem različnih vrednosti za β_{01} se je mogoče približati rešitvi, ki zadovoljuje enačbo. Vsekakor pa so tudi primeri, ko sploh ni rešitve, tj. enačba 2 ni rešljiva za nobeno vrednost β_{01}. Rešitev enačbe je mogoče prikazati grafično (sl. 4). Na ordinati nanašamo obe strani enačbe kot krivulji v odvisnosti kota β_{01} (na abscisi). Sečišči krivulj sta iskani vrednosti kota poševnosti bočne linije β_{01}. Dobimo vedno dve rešitvi. Pri izbiri je treba paziti, da dobi gonilni zobnik — pri različnih kotih poševnosti bočne linije — *vedno* večji kot.

Kot β_{01} pa je mogoče poiskati grafično tudi drugače. Iz enačbe 1 izhaja:

$$\frac{2 a}{z_1 m_n} = \frac{1}{\cos \beta_{01}} + \frac{i'}{\sin \beta_{01}} \quad (3)$$

Za določeno delovno prestavno razmerje i' lahko vrišemo — za različne kote β_{01} — krivuljo (sl. 5). V odvisnosti od a, z_1 in m_n dobimo — kakor je že omenjeno — zmeraj dve rešitvi. Ekstrem v točki C na krivulji prestavnega razmerja i', tj. najmanjša možna vrednost $2 a / z_1 m_n$ ozir. najmanjše možno medosje, je določen z mejnim kotom $\beta_{0\,min}$.

Torej je:

$$\frac{1}{\cos \beta_{01}} + \frac{i'}{\sin \beta_{01}} = f(\beta_{01})$$

Minimalno vrednost za $a = f(\beta_{01})$ dobimo pri:

$$\frac{d f(\beta_{01})}{d \beta_{01}} = 0$$

$$\frac{d f(\beta_{01})}{d \beta_{01}} = \frac{\sin \beta_{01}}{\cos^2 \beta_{01}} - i' \frac{\cos \beta_{01}}{\sin^2 \beta_{01}} = 0$$

Tako izhaja — rešeno po i':

$$i' = \frac{\sin^3 \beta_{01}}{\cos^3 \beta_{01}} = \tan^3 \beta_{01}$$

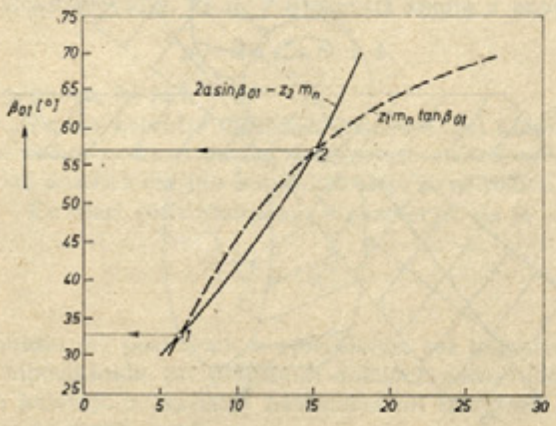
Iz gornje enačbe dobimo najmanjši kot poševnosti bočne linije:

$$\tan \beta_{01\,min} = \sqrt[3]{i'} \quad (4)$$

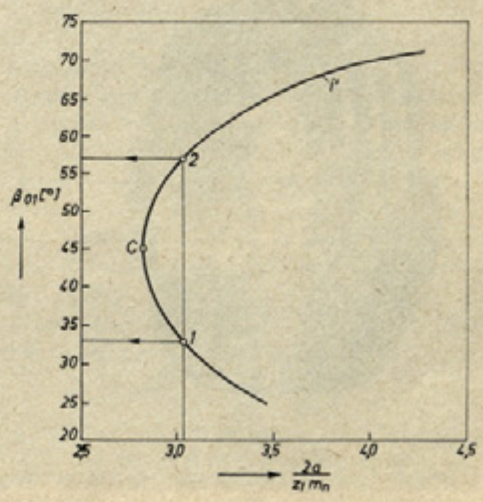
Grafično ponazoritev kaže slika 6.

Iz približnih vrednosti — natančnost razbirka je odvisna od razdelb na ordinati in abscisi ter natančnosti vrisane krivulje — lahko določimo dokončno vrednost za kot β_{01} po nekaj približevanjih, če pišemo enačbo 3 v obliki:

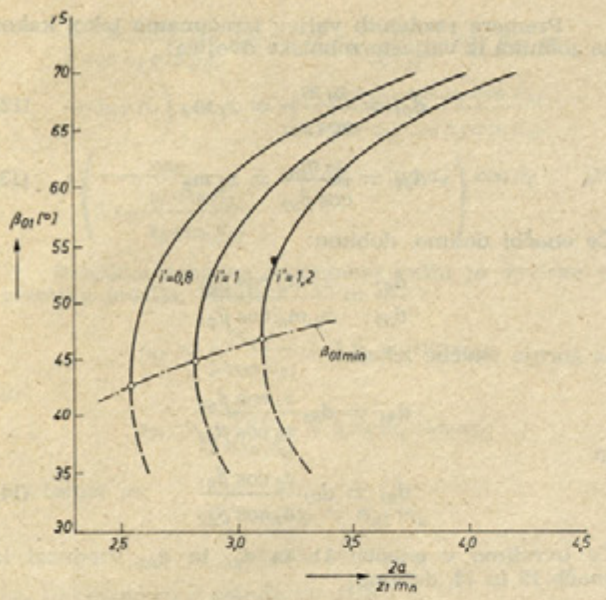
$$\frac{2 a}{z_1 m_n} = \sec \beta_{01} + i' \csc \beta_{01} \quad (5)$$



Sl. 4. *Kot poševnosti bočne linije β_{01} v odvisnosti od z_1, z_2, m_n in a*



Sl. 5. *Kot poševnosti bočne linije β_{01} za delovno prestavno razmerje i' v odvisnosti od vrednosti $2 a / z_1 m_n$*



Sl. 6. *Grafična ponazoritev mejnega kota poševnosti bočne linije β_{01min} za različna delovna prestavna razmerja i'*

Ustrezno rešitev dobimo v najkrajšem času z računskim strojem. Sliki 7 in 8 pa prikazujeta grafično že omenjeni enačbi, ko ni rešitve.

Pri prestavnem razmerju $i' = 1$, dobi enačba 3 obliko:

$$\frac{2\,a}{z_1\,m_n} = \frac{1}{\cos\beta_{01}} + \frac{1}{\sin\beta_{01}}$$

Po preoblikovanju imamo:

$$\frac{2\,a}{z_1\,m_n}\sin\beta_{01}\cos\beta_{01} = \sin\beta_{01} + \cos\beta_{01}$$

Če upoštevamo, da je $\sin\beta_{01}\cos\beta_{01} = \sin 2\,\beta_{01}/2$, dobi gornja enačba obliko:

$$\frac{a}{z_1\,m_n}\sin 2\,\beta_{01} = \sin\beta_{01} + \cos\beta_{01}$$

Enačbo pa lahko še poenostavimo, če uvrstimo za $a/z_1\,m_n = K$:

$$K\sin 2\,\beta_{01} = \sin\beta_{01} + \cos\beta_{01}$$

Če enačbo kvadriramo in uredimo, dobimo kvadratno enačbo:

$$\sin^2 2\,\beta_{01} - \frac{\sin 2\,\beta_{01}}{K^2} - \frac{1}{K^2} = 0$$

Tako izhaja koren enačbe:

$$\sin 2\,\beta_{01} = \frac{1}{2\,K^2}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\,K^2}\right) \qquad (6)$$

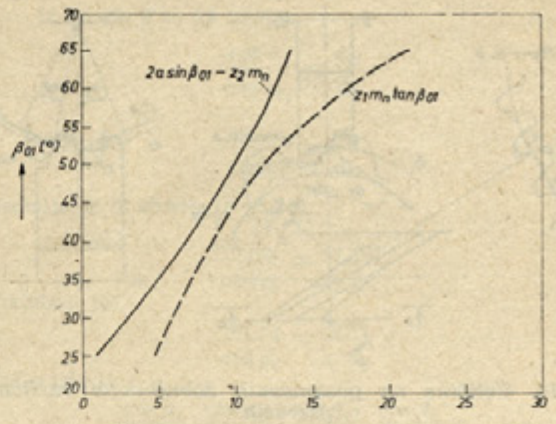
Kot β_{01} je mogoče približno rešiti tudi risarsko. V središčih 0_1 in 0_2, ki sta krajišči daljice a (dolžina je enaka medosju), narišemo kroga s polmeroma:

$$r_{v1} = \frac{z_1\,m_n}{2}$$

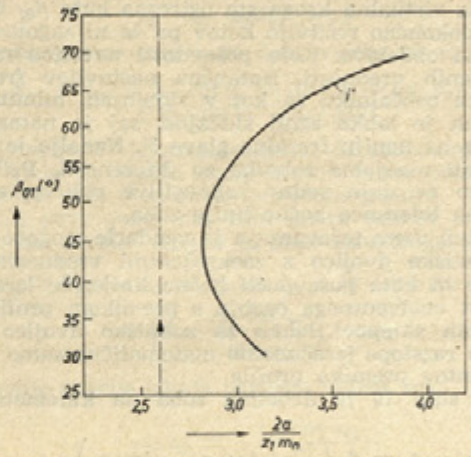
in

$$r_{v2} = \frac{z_2\,m_n}{2}$$

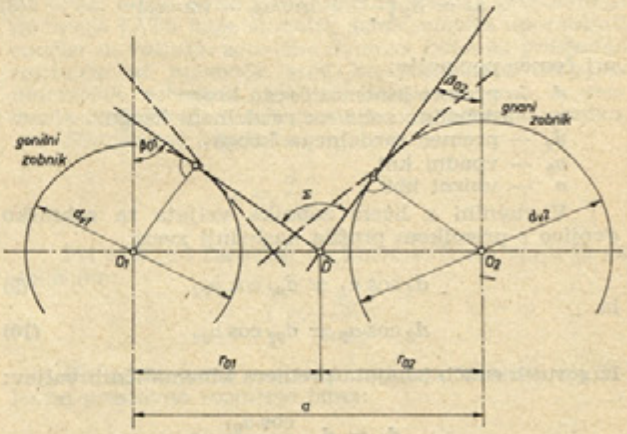
Pri tem mora biti $r_{v1} + r_{v2} < a$ (sl. 9)



Sl. 7. *Grafična ponazoritev, ko enačba 2 ni rešljiva.*

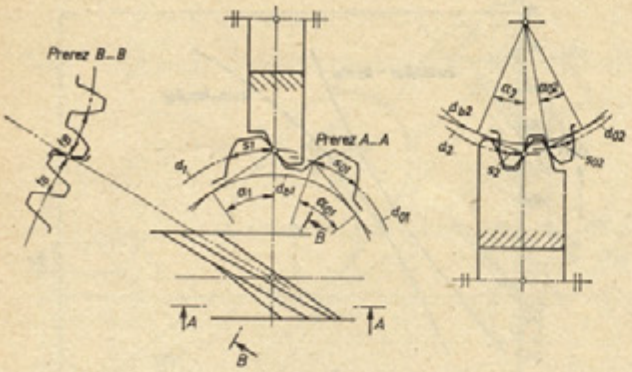


Sl. 8. *Grafična ponazoritev z osnovnimi veličinami kakor na sliki 7, ko ni rešitve*



Sl. 9. *Risarska rešitev za kota poševnosti bočne linije β_{01} in β_{02}*

Kroga narišemo kar moči natančno in v čim večjem možnem merilu. H krogoma pripišemo — ustrezno zobniku — *gonilni* oz. *gnani*. Nato premikamo trikotnik tako, da se kraka dotikata obeh krogov, sočasno pa se mora vrh trikotnika dotikati veznice zobnikovih središč. Natančnejšo rešitev dobimo, če narišemo na prozorni papir dve medsebojno pravokotni premici. Presečišče premic D je vrh prej omenjenega trikot-



Sl. 10. *Veličine na posameznih zobnikih v različnih prerezih*

nika. Kota med normalama na veznico in dotikalnicama na virtualna kroga sta ustrezna kota β_{01} in β_{02}.

Z dokončno rešitvijo kotov pa še ni zagotovljena natančna obdelava. Kota poševnosti navadno nimata zaokroženih vrednosti. Natančna nastavitev frezalne glave na zobčalniku za kot v stopinjah, minutah in sekundah je lahko zgolj slučajna, saj je natančnost razbirka na noniju frezalne glave 5′. Nadalje je treba izračunati menjalne zobnike za diferencial. Približen preračun ne daje vedno zadovoljive rešitve, saj je vezan na toleranco bočne linije zoba.

Kljub vsem težavam pa je vendarle mogoče določiti zobniško dvojico z zaokroženimi vrednostmi za medosje in kota poševnosti bočne linije, če izrabimo prednost evolventnega ozobja s premikom profila. Iz že znanih sklepov[1] lahko za zobniško dvojico brez bočnega razstopa izračunamo matematično samo vsoto koeficientov premika profila.

Po sliki 10 je debelina zoba na kinematičnem krogu:

$$s_1 = d_1 \left(\frac{s_{01}}{d_{01}} + \text{inv}\, \alpha_{01} - \text{inv}\, \alpha_1 \right) \tag{7}$$

in

$$s_2 = d_2 \left(\frac{s_{02}}{d_{02}} + \text{inv}\, \alpha_{02} - \text{inv}\, \alpha_2 \right) \tag{8}$$

pri čemer pomenijo:

d — premer kinematičnega kroga
s_0 — debelino zoba na razdelnem krogu
d_0 — premer razdelnega kroga
α_0 — vpadni kot
α — ubirni kot

V ravnini z licem zobnika veljata za zobniško dvojico s premikom profila naslednji zvezi:

$$d_1 \cos \alpha_1 = d_{01} \cos \alpha_{01} \tag{9}$$

in

$$d_2 \cos \alpha_2 = d_{02} \cos \alpha_{02} \tag{10}$$

Iz gornjih enačb izhajata premera kinematičnih valjev:

$$d_1 = d_{01} \frac{\cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1}$$

in

$$d_2 = d_{02} \frac{\cos \alpha_{02}}{\cos \alpha_2}$$

Če enačbi delimo, dobimo:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_{01} \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2}{d_{02} \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1} \tag{11}$$

[1] Glej: P. Puhar: Izbira profilnega pomika pri ozobju, SV 1963-6 str. 181 . . . 186.

Premera razdelnih valjev izračunamo tako, kakor za zobnika iz valjaste zobniške dvojice:

$$d_{01} = \frac{z_1 m_n}{\cos \beta_{01}} = z_1 m_1 \tag{12}$$

$$d_{02} = \frac{z_2 m_n}{\cos \beta_{02}} = z_2 m_2 \tag{13}$$

Če enačbi delimo, dobimo:

$$\frac{d_{01}}{d_{02}} = \frac{z_1 m_n \cos \beta_{02}}{z_2 m_n \cos \beta_{01}}$$

Iz gornje enačbe izhaja:

$$d_{01} = d_{02} \frac{z_1 \cos \beta_{02}}{z_2 \cos \beta_{01}}$$

in

$$d_{02} = d_{01} \frac{z_2 \cos \beta_{01}}{z_1 \cos \beta_{02}} \tag{14}$$

Če uvrstimo v enačbo 11 za d_{01} in d_{02} vrednost iz enačb 12 in 13, dobimo:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1 \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}}{z_2 \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}$$

Iz gornje enačbe izhajata premera kinematičnih valjev:

$$d_1 = d_2 \frac{z_1 \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}}{z_2 \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}$$

in

$$d_2 = d_1 \frac{z_2 \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}{z_1 \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}} \tag{15}$$

Če uvrstimo v enačbo 8 za d_2 vrednost iz enačbe 15, za d_{02} pa vrednost iz enačbe 14, dobimo:

$$s_2 = d_1 \frac{z_2 \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}{z_1 \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}} \left(\frac{s_{02}}{d_{01} \dfrac{z_2 \cos \beta_{01}}{z_1 \cos \beta_{02}}} + \text{inv}\, \alpha_{02} - \text{inv}\, \alpha_2 \right) \tag{16}$$

Polovica razdelka vijačne zobniške dvojice na kinematičnem valju v prerezu pravokotno na vijačnico:

$$\frac{t_B}{2} = \frac{t_1 \cos \beta_1}{2} = \frac{s_1}{2} \cos \beta_1 + \frac{s_2}{2} \cos \beta_2 \tag{17}$$

pri čemer pomeni:
β — kot poševnosti bočne linije na kinematičnem valju.

Med razdelkoma na kinematičnem in razdelnem valju obstaja zveza:

$$t_1 \cos \alpha_1 = t_{01} \cos \alpha_{01}$$

Iz enačbe izhaja:

$$t_1 = \frac{t_{01} \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1} = \frac{m_1 \pi \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1} = \frac{m_n \pi \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}$$

Z upoštevanjem gornjih vrednosti dobi enačba 17 obliko:

$$\frac{t_B}{2} = \frac{1}{2} \frac{m_n \pi \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_{01}} \cos \beta_1 \tag{18}$$

Če uvrstimo v enačbo 17 za s_1 vrednosti iz enačbe 7, za s_2 pa vrednosti iz enačbe 16 ter upoštevamo enačbo 18, dobimo enačbo:

$$\frac{1}{2}\frac{m_n \pi \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_{01}} \cos \beta_1 = r_1 \left(\frac{s_{01}}{2 r_{01}} + \text{inv}\, \alpha_{01} - \right.$$

$$\left. - \text{inv}\, \alpha_1 \right) \cos \beta_1 + r_2 \frac{z_2 \cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}{z_1 \cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{s_{02}}{2 r_{01} \frac{z_1 \cos \beta_{02}}{z_2 \cos \beta_{01}}} + \text{inv}\, \alpha_{02} - \text{inv}\, \alpha_2 \right) \cos \beta_2 \qquad (19)$$

Debelina zoba na razdelnem valju je odvisna od premika profila. Izhaja:

$$s_{01} = \frac{m_n \pi}{2 \cos \beta_{01}} + 2 x_1 m_1 \tan \alpha_{01}$$

in

$$s_{02} = \frac{m_n \pi}{2 \cos \beta_{02}} + 2 x_2 m_2 \tan \alpha_{02}$$

pri čemer je:

$$x_1 m_1 = x_{n1} m_n$$

$$x_2 m_2 = x_{n2} m_n$$

(x_n ni definiran v standardu JUS!)
Če je

$$\tan \alpha_{01} = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_{01}}$$

in

$$\tan \alpha_{02} = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_{02}}$$

je

$$s_{01} = \frac{m_n}{\cos \beta_{01}} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x_{n1} \tan \alpha_n \right)$$

in

$$s_{02} = \frac{m_n}{\cos \beta_{02}} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x_{n2} \tan \alpha_n \right)$$

Z upoštevanjem gornjih vrednosti dobi enačba 19 obliko:

$$\frac{1}{2}\frac{m_n \pi \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_{01}} \cos \beta_1 = r_1 \left(\frac{m_n \pi + 2 x_{n1} m_n 2 \tan \alpha_n}{2 r_{01} 2 \cos \beta_{01}} + \right.$$

$$\left. + \text{inv}\, \alpha_{01} - \text{inv}\, \alpha_1 \right) \cos \beta_1 + r_1 \frac{z_2}{z_1} \frac{\cos \alpha_{02} \cos \alpha_1 \cos \beta_{01}}{\cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_{02}} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{m_n \pi + 2 x_{n2} m_n 2 \tan \alpha_n}{2 r_{01} \frac{z_2}{z_1} 2 \cos \beta_{01}} + \text{inv}\, \alpha_{02} - \text{inv}\, \alpha_2 \right) \cos \beta_2$$

Če enačbo razrešimo in preoblikujemo, dobimo vsoto koeficientov premika profila za zobniško dvojico vijačnega gonila z valjastima zobnikoma:

$$x_{n1} + x_{n2} \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_{02} \cos \beta_{01} \cos \beta_2}{\cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_1 \cos \beta_{02}} = 0{,}5 \cot \alpha_n \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_{02} \cos \beta_{01} \cos \beta_2}{\cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_1 \cos \beta_{02}} \right) + z_1 (\text{inv}\, \alpha_1 - \right.$$

$$- \text{inv}\, \alpha_{01}) + \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_{02} \cos \beta_{01} \cos \beta_2}{\cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_1 \cos \beta_{02}} z_2 \cdot$$

$$\left. \cdot (\text{inv}\, \alpha_2 - \text{inv}\, \alpha_{02}) \right] \qquad (20)$$

Odpraviti je treba zdaj samo še izraz

$$\frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_{02} \cos \beta_{01} \cos \beta_2}{\cos \alpha_{01} \cos \alpha_2 \cos \beta_1 \cos \beta_{02}},$$

kar bo enačbo zelo poenostavilo.

Iz enačb 9 in 10 izhaja:

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_{01}} = \frac{d_{01}}{d_1}$$

in

$$\frac{\cos \alpha_{02}}{\cos \alpha_2} = \frac{d_2}{d_{02}}$$

Nadalje je iz enačb 12 in 13:

$$\frac{\cos \beta_{01}}{\cos \beta_{02}} = \frac{z_1 d_{02}}{z_2 d_{01}}$$

Podobno je:

$$\frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} = \frac{z_2 d_1}{z_1 d_2}$$

Tako izhaja:

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_{01}} \cdot \frac{\cos \alpha_{02}}{\cos \alpha_2} \cdot \frac{\cos \beta_{01}}{\cos \beta_{02}} \cdot \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} =$$

$$= \frac{d_{01}}{d_1} \cdot \frac{d_2}{d_{02}} \cdot \frac{z_1 d_{02}}{z_2 d_{01}} \cdot \frac{z_2 d_1}{z_1 d_2} = 1 \qquad (21)$$

Z upoštevanjem enačbe 21 dobi enačba 20 obliko:

$$x_{n1} + x_{n2} = 0{,}5 \cot \alpha_n \, [z_1 (\text{inv}\, \alpha_1 - \text{inv}\, \alpha_{01}) + \\ + z_2 (\text{inv}\, \alpha_2 - \text{inv}\, \alpha_{02})] \qquad (22)$$

Enačbo 22 je mogoče rešiti, če sta znana ubirna kota α_1 in α_2. Spričo dveh ubirnih kotov potrebujemo za rešitev dva med seboj neodvisna pogoja.

Za prvi pogoj naj rabi gnani zobnik iz dvojice vijačnega gonila. Njegov polmer osnovnega kroga je:

$$r_{b2} = r_{02} \cos \alpha_{02} = r_2 \cos \alpha_2 = (a - r_1) \cos \alpha_2 =$$

$$= \left(a - \frac{r_{01} \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1} \right) \cos \alpha_2$$

Iz gornje enačbe izhaja ustrezni ubirni kot:

$$\cos \alpha_2 = \frac{r_{02} \cos \alpha_{02}}{a - \frac{r_{01} \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1}} \qquad (23)$$

Za drugi pogoj je na voljo izraz delovnega prestavnega razmerja i'. Tu kaže omeniti, da ni mogoče uporabljati enačbe za valjasto zobniško dvojico. *Delovno prestavno razmerje ni razmerje med kinematičnima krogoma ubirajočih zobnikov*, temveč izhajamo samo iz razmerja med številom zob gnanega in gonilnega zobnika.

Število zob izhaja iz:

$$z = \frac{d \pi}{t} = \frac{2 r \pi}{t}$$

Pri tem je t razdelek na kinematičnem valju in ga določimo:

$$t = \frac{t_B}{\cos \beta}$$

Če upoštevamo ustrezna indeksa, dobimo za delovno prestavno razmerje izraz:

$$i' = \frac{\frac{r_2}{t_2}}{\frac{r_1}{t_1}} = \frac{r_2 t_1}{r_1 t_2} = \frac{a - r_1}{r_1} \cdot \frac{\frac{t_B}{\cos \beta_1}}{\frac{t_B}{\cos \beta_2}} =$$

$$= \left(\frac{a}{r_1} - 1 \right) \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} = \left(\frac{a}{r_{01} \frac{\cos \alpha_{01}}{\cos \alpha_1}} - 1 \right) \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$$

Iz gornje enačbe je mogoče izračunati ubirni kot na gonilnem zobniku:

$$\cos \alpha_1 = \frac{r_{01}}{a} \cos \alpha_{01} \left(i' \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} + 1 \right) \tag{24}$$

V gornji enačbi je mogoče rešiti ulomek $\cos \beta_1 / \cos \beta_2$ samo, če je znan pripadajoči ubirni kot, saj je

$$\tan \beta = \tan \beta_0 \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}$$

Pri tem pa je treba poudariti, da je tudi ubirni kot neznanka, saj bi sicer ne zastavljali enačbe 24. Spričo tega se zatekamo k računskemu postopku s približevanjem.

Najprej nadomestimo kota β_1 in β_2 s kotoma poševnosti bočne linije na razdelnem valju: Izhaja:

$$\frac{\cos \beta_{01}}{\cos \beta_{02}} = \Theta$$

Če uvrstimo gornji izraz v enačbo 24, dobi enačba obliko:

$$\cos \alpha'_1 = \frac{r_{01} \cos \alpha_{01} (i' \Theta + 1)}{a} \tag{25}$$

To je prvi približek za vrednost ubirnega kota na gonilnem zobniku. Sedaj je mogoče izračunati tudi prvi približek za vrednost ubirnega kota na gnanem zobniku:

$$\cos \alpha'_2 = \frac{r_{02} \cos \alpha_{02}}{a - \dfrac{r_{01} \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha'_1}} \tag{26}$$

Z obema približkoma za vrednost ubirnih kotov je mogoče izračunati prva približka za vrednost kotov poševnosti bočne linije na kinematičnem valju:

$$\tan \beta'_1 = \tan \beta_{01} \frac{\cos \alpha_{01}}{\cos \alpha'_1}$$

in

$$\tan \beta'_2 = \tan \beta_{02} \frac{\cos \alpha_{02}}{\cos \alpha'_2}$$

Z vrednostma β'_1 in β'_2 izračunamo drugi približni ulomek:

$$\frac{\cos \beta'_1}{\cos \beta'_2} = \Theta'$$

Gornjo vrednost uvrstimo v enačbo 25 in izračunamo drugi približek:

$$\cos \alpha''_1 = \frac{r_{01} \cos \alpha_{01} (i' \Theta' + 1)}{a}$$

Nadalje je:

$$\cos \alpha''_2 = \frac{r_{02} \cos \alpha_{02}}{a - \dfrac{r_{01} \cos \alpha_{01}}{\cos \alpha''_1}}$$

in

$$\tan \beta''_1 = \tan \beta_{01} \frac{\cos \alpha_{01}}{\cos \alpha''_1}$$

$$\tan \beta''_2 = \tan \beta_{02} \frac{\cos \alpha_{02}}{\cos \alpha''_2}$$

Rezultati računanja s približki so na novo približki. Postopek ponavljamo do natančnosti, kakršno je treba doseči. Pri tem pa je treba takoj poudariti, da ni mogoče svojevoljno interpolirati, ker bi sicer porušili konvergenco.

Po preračunu vsote koeficientov premikov profila (enačba 22) je treba samo določiti koeficienta premika profila za posamezen zobnik. Za smernice lahko rabijo priporočila iz že omenjenega avtorjevega članka v SV.

Literatura

Puhar, P.: Zobniki (skripta).

Rohonyi, W.: Berechnung profilverschobener zylindrischer Schraubenräder, Konstruktion 1963-11.

Thomas, A. K.: Grundzüge der Verzahnung, 1957.

Avtorjev naslov: Pepo Puhar, Inštitut za strojništvo pri Fakulteti za strojništvo Ljubljana

POROČILA

DK 061.41(4):621.9

Numerično krmiljeni obdelovalni stroji*

na 10. evropski razstavi obdelovalnih strojev v Hannovru

PAVLE ŠMARČAN

1.0 UVOD

Vsebina razstav obdelovalnih strojev se je v zadnjih desetletjih precej spremenila. Nekdaj je bila taka razstava mejnik v razvoju. Vsak proizvajalec obdelovalnih strojev je svoj razvoj usmerjal glede na razstavo in je šele tam pokazal najnovejše stvari. Sedanji hitri napredek pa ne dopušča več takšnega sistema razstavljanja in čakanja z razvojem na razstavo. Zato taka razstava dandanes ni več samo prikaz najnovejših dosežkov razvoja, ampak bolj demonstracija, s kakršno obiskovalec lahko dobi dober pregled o razvoju nasploh.

Lanska jubilejna razstava v Hannovru — med 17. in 26. septembrom 1967 — je bila vzor tega, kar je zgoraj omenjeno in je bila tudi zgledna glede na velikost, število razstavljalcev ter na celotno organizacijo. Obiskovalcu in razstavljalcu so bile na izbiro vse mogoče dodatne usluge in informacije. Obiskovalec si je povrh stanja in demonstracije obdelovalnih strojev lahko ogledal tudi eksponate tiste industrije, ki je z obdelavo tesno povezana — orodja, merilne instrumente ipd.

Široko gledano pa je dala razstavi splošno obeležje elektronika. Elektronsko reševanje avtomatizacije nam odpira nov svet, kjer je praktično možno vse. Seveda pa samo želja po avtomatizaciji še ne zadostuje. Treba je dobro poznati njene prednosti in slabosti ter dobro prekalkulirati ceno, če nočemo doživeti finančnega razočaranja. Vendar čisto tehnično gledano dandanes pri uvajanju elektronike v obdelovalne stroje ne bomo več učakali neljubih presenečenj. Elektroničarji so morali namreč na drugih področjih reševati mnogo zahtevnejše naloge, kakor jih postavljajo numerično krmiljeni obdelovalni stroji.

Razvoj gradnje obdelovalnih strojev v Evropi gre čedalje bolj v smeri razširjene avtomatizacije izdelovalnega procesa. Za to lahko navedemo dva poglavitna razloga: stalen primanjkljaj dobrih kvalificiranih delavcev in vedno krajši roki za izdelavo. Glede na število enakih izdelkov — majhno ali veliko — imamo sedaj dve glavni tendenci razvoja.

* Slike za to poročilo so povzete iz časopisa »Werkstatt und Betrieb« (1967/9). Založba Carl Hanser Verlag, München, nam je za njihovo objavo posodila originalne klišeje, za kar se ji tu najepše zahvaljujemo.

Uredništvo