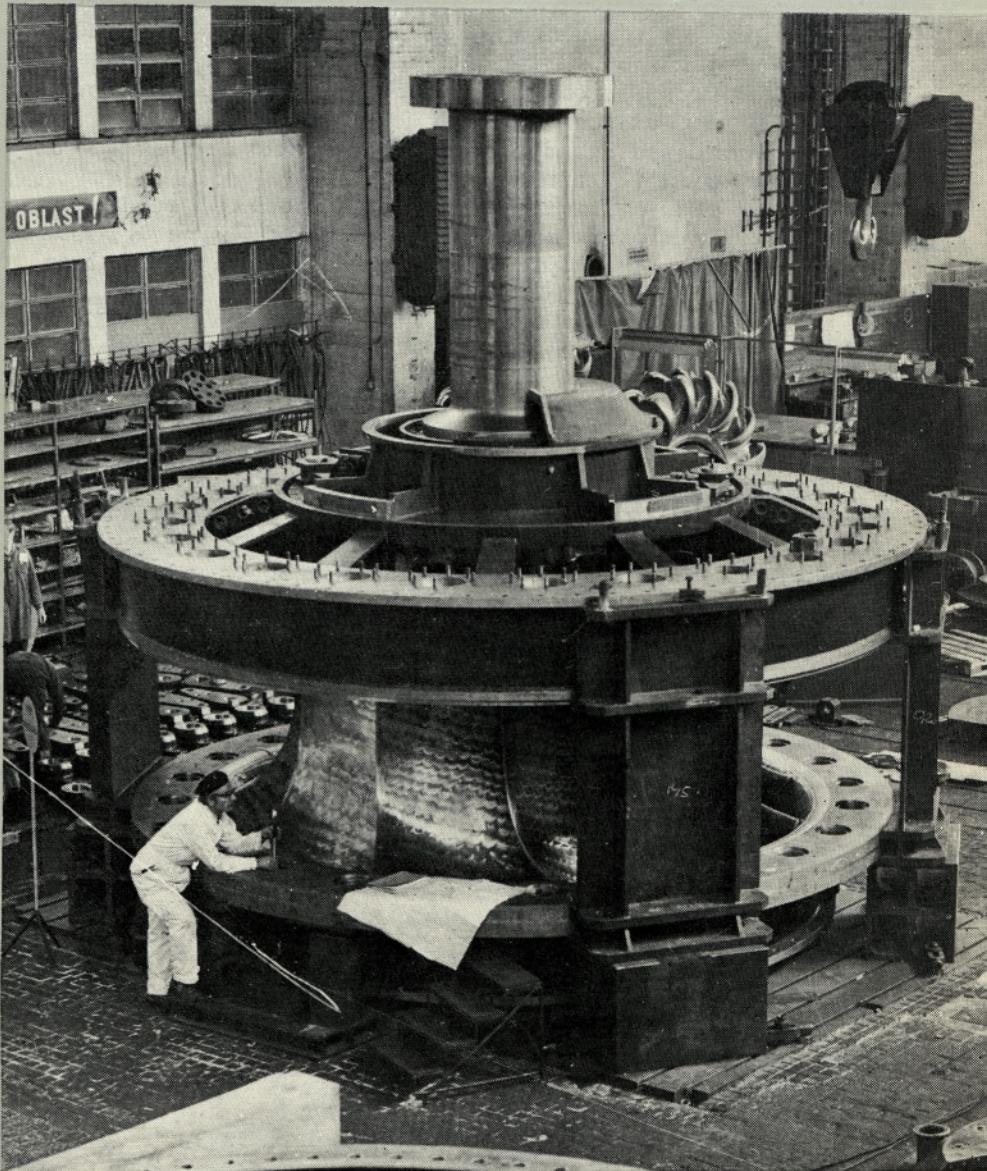


# STROJNIŠKI VESTNIK

STROJARSKI VJESNIK · MECHANICAL JOURNAL · REVUE DE MÉCANIQUE  
MASCHINENBAU-ZEITSCHRIFT · ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ

SV 1977  
11–12



Tovarniška montaža Franciso-ve turbine moči 70 000 kW pri hitrosti vrtenja 166 vrt/min, padcu 57,6 m in pretoku 135 m<sup>3</sup>/s za hidroelektrarno OHAU-A v Novi Zelandiji, za katero je dobil Litostroj naročilo za štiri agregate s štirimi razbremeničniki energije

UDK 534.2:621.923

## Akustična emisija pri brušenju

FRANC ROETHEL — MARJAN DOBOVŠEK — IGOR GRABEC

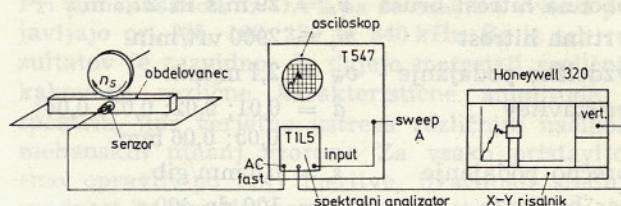
### 1. UVOD

Brušenje je obdelovalni postopek, s katerim lahko zelo natančno obdelamo obdelovanec glede na dimenzijske, geometrične enakomerno površino in razmeroma majhno hrapavost površine. Fizikalne podrobnosti brusilnega procesa raziskujemo šele v zadnjem času. Vzrok tega je zapletenost procesa in izredno velika variabilnost parametrov, ki vplivajo na proces. Po klasičnem, determinističnem sistemu raziskav je bilo doslej raziskanih okrog 16 parametrov, ki so matematično in eksperimentalno opredeljeni in opisani, vendar ne do te mere, da bi jih lahko uporabljali za popis vsega 16 dimenzionalnega prostora in sestavljal banko podatkov za obdelavo. Z raziskavami so bile do danes ugotovljene predvsem karakteristike površine pri topotnih obremenitvah obdelovancev, obrata brusa, odvzem materiala, vpliv hlajenja, vpliv kakovosti brusa na površino obdelovanca itd. Poleg osnovnih parametrov obdelave so bile raziskane tudi nekatere dinamične lastnosti obdelovalnih strojev, kakor so vibracije itd. V zadnjem času so raziskave usmerjene v avtomatizacijo in optimizacijo brusilnega procesa. Za adaptivno krmiljenje brusilnega procesa je treba najti parametre, ki bodo natančno označili brusilni proces in jih bo mogoče meriti tudi med brušenjem. V pričujočih raziskavah smo skušali ugotoviti možnost identifikacije brusilnega procesa z detekcijo ultrazvočnih valovanj. Znano je, da nastane pri brušenju močna zvočna emisija, ki daje izkušenemu brusilcu že nekatere podatke o brusilnem procesu. To so npr. obraba brusa, pojav vibracij in podobno. Za analizo procesa je akustični signal primernejši v ultrazvočnem območju, predvsem zaradi širšega frekvenčnega obsega kakor tudi za izločitev motenj okolja in stroja v neobremenjenem teku, ki so večinoma v slišnem območju zvočnega spektra. Z analizo frekvenčnega spektra akustične emisije, nastale pri brušenju, smo ugotovili povezavo med emitiranim zvokom in tehničkimi in kinematičnimi parametri. Zaradi težav pri prenosu zvoka z obdelovanca na senzor zvoka smo se pri teh raziskavah omejili na obodno brušenje ravnih ploskev.

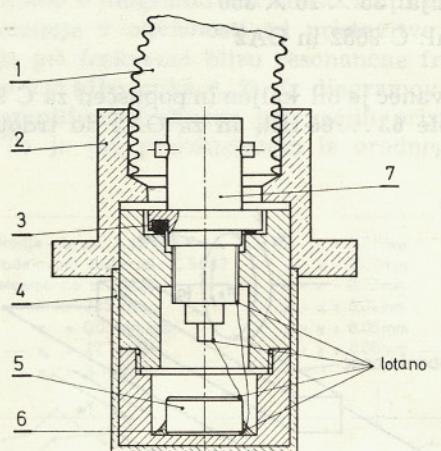
### 2. MERILNI STAVEK

Merilno opremo za detekcijo, analizo in zapis akustične emisije pri brušenju sestavljajo: piezoelektrični senzor, osciloskop Tetrox S 547, spektralni analizator Tetrox IL 5 in XY-pisalnik Honeywell 320. Merilni stavek je shematično prikazan na sliki 1.

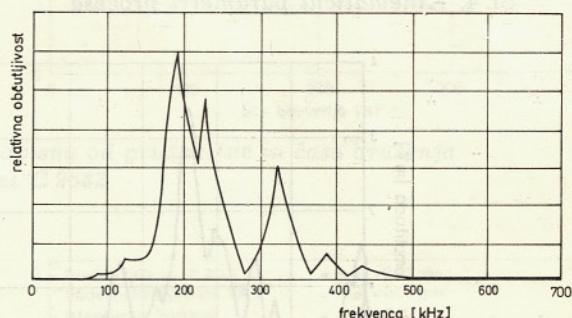
Za detekcijo akustične emisije smo uporabili piezoelektrični rezonančni senzor iz PZT keramike



Sl. 1. Merilni stavek za merjenje zvočne emisije



Sl. 2. Resonančni senzor za zvok



Sl. 3. Ovisnost občutljivosti senzorja od frekvence

(sl. 2) [2]. Občutljivost takega senzorja je ovisna od frekvence signala (sl. 3). Senzor je najbolj občutljiv od 100 do 500 kHz in ima tri maksimume pri 180, 225 in 320 kHz. Resonančna frekvenca senzorja je 180 kHz. Ta karakteristika senzorja je počila spektrogramme, saj je izhodna vrednost signala ovisna poleg osnovnega signala še od občutljivosti senzorja in faktorja ojačanja v ojačevalniku. Prav zaradi tega smo se omejili na opazovanje relativnih sprememb amplitud posameznih frekvenc, ker se občutljivost senzorja pri posameznih frekvencah ne spreminja.

Meritve smo opravili na stroju za obodno plano brušenje Norton. Obdelovalne razmere so bile naslednje (sl. 4):

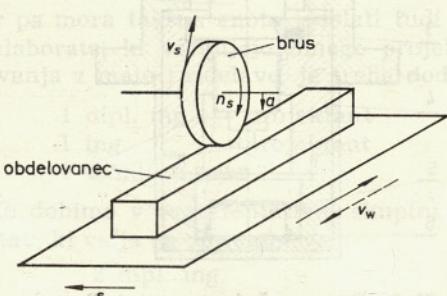
obodna hitrost brusa	$v_s = 29 \text{ m/s}$ in $27,3 \text{ m/s}$
vrtilna hitrost	$n_s = 2900 \text{ vrt/min}$
vzdolžno podajanje	$v_w = 2,1 \text{ m/min}$
pristavitev	$a = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04;$ $0,05; 0,06 \text{ mm}$
prečno podajanje	$s = 0,3 \text{ mm/gib}$
čas brušenja	$t = 100 \text{ do } 400 \text{ s}$

#### Obdelovanec:

Dimenzija:  $35 \times 16 \times 350$

Material: Č 9682 in OA2

Obdelovanec je bil kaljen in popuščen za Č 9682 do trdote  $63 \dots 66 \text{ HR}_c$  in za OA2 do trdote  $61 \dots 63 \text{ HR}_c$ .



Sl. 4. Kinematični parametri procesa

Brus:

Dimenzijsje:  $\varnothing 200 \times 20 \text{ mm}$

Material: A46M5V TUB — Maribor

Ostrilne razmere:

pristavitev diamanta na gib  $a = 0,02 \text{ mm}$

prečno podajanje  $s_d = 0,092 \text{ mm/vrt}$

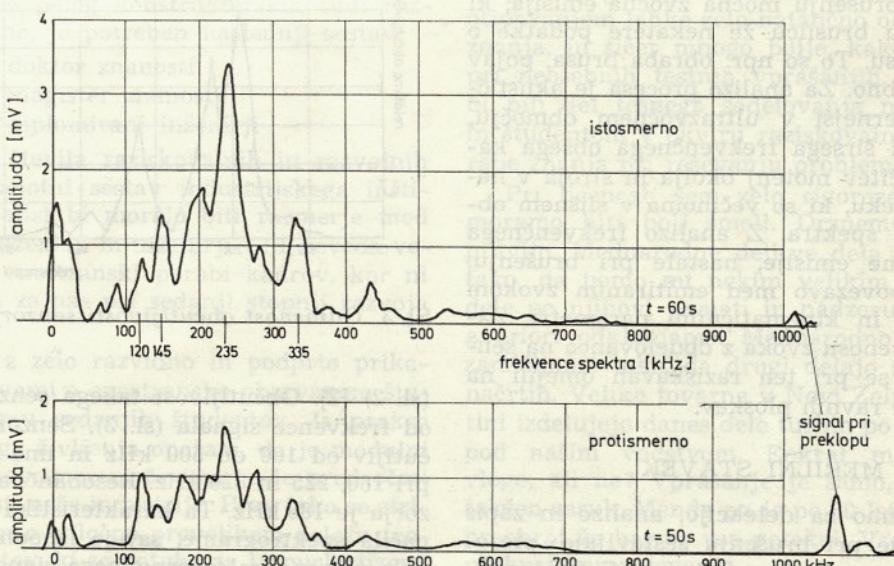
število ostrilnih gibov  $i_d = 10$

Zaradi ostrenja se je premer brusa stalno zmanjševal, do meje —  $15\%$  premera, takrat pa smo ga zamenjali z novim. Pred vsako meritvijo smo brus ponovno naostroili [3], da smo lahko prijmerjali rezultate z že znanimi iz literature.

Pri vseh meritvah smo uporabljali hlajenje z  $1\%$  vodno raztopino domačega hladilnega sredstva.

Iz že podanih obdelovalnih razmer je razvidno, da smo pri preizkusih spremenili le pristavitev in čase brušenja. Vplivov drugih parametrov začasno nismo opazovali. Pri vsaki pristaviti smo brusili 400 sekund in izmerili časovno serijo spektrogramov pri  $10, 30, 50, 90, 150, 210, 270, 330$  in  $390$  sekundah za istosmerno brušenje ter pri  $20, 40, 60, 100, 160, 220, 280, 340$  in  $400$  sekundah za protismerno brušenje. Prehod čez obdelovanec je torej trajal 10 sekund.

Po tehnoloških normativih bi morali brusiti z 2 do 3-krat večjo vzdolžno podajalno hitrostjo. Hitrost smo zmanjšali le zato, da smo lahko v izbranem času izmerili spekture in jih narisali z risalnikom. Cilj meritve je bil predvsem ugotoviti možnosti opazovanja akustične emisije pri brušenju in določiti njena frekvenčna območja.



Sl. 5. Spektrograma ultrazvoka pri brušenju

$$v_b = 27,3 \text{ m/s}$$

$$v_w = 2,1 \text{ m/min}$$

$$a = 0,06 \text{ mm}$$

$$s = 0,3 \text{ mm/gib}$$

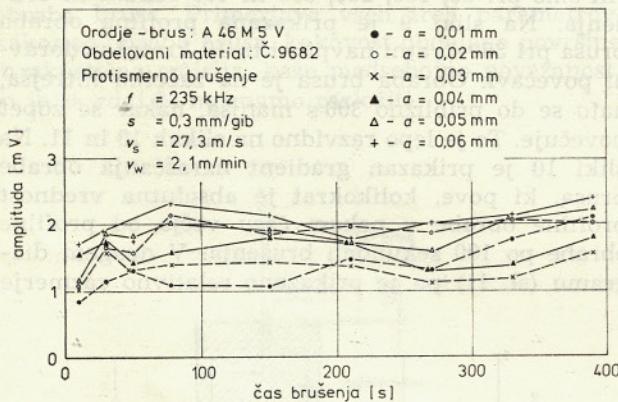
brus: A46M5V

obdelovanec: Č 9682

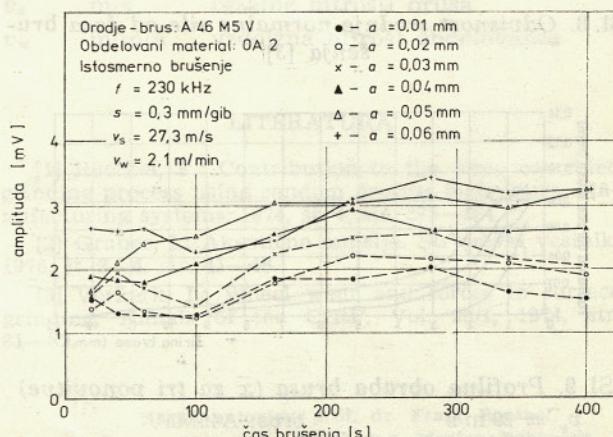
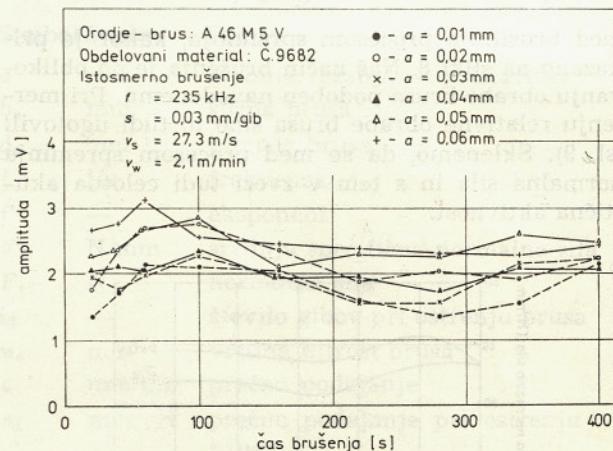
### 3. MERITVE IN REZULTATI

Da bi pri meritvah čim bolj izločili vpliv lege ultrazvočnega senzorja na obdelovancu, smo s pre-mikanjem ultrazvočnega generatorja po obdelovancu simulirali akustično emisijo pri brušenju. Kakor smo pričakovali, smo ugotovili, da je amplituda detektirane akustične emisije odvisna od lege vira. Poleg tega je bila, kakor smo v tem članku že omenili (sl. 3), tudi občutljivost senzorja za različne frekvence različna. Zato primerjava amplitud različnih frekvenc ne more dati rezultatov, ki bi imeli zanesljive fizikalne vrednosti. Za analizo pa je primerna primerjava amplitud spektra pri enakih frekvencah v odvisnosti od različnih pristavitev in pri različni obrabi brusa, saj so bile posamezne amplitude pri naših meritvah odvisne od lege brusa na obdelovancu. Ti dve primerjavi smo pri naših meritvah tudi opravili. Na sliki (sl. 5) sta dva spektrograma emitiranega ultrazvoka pri bru-

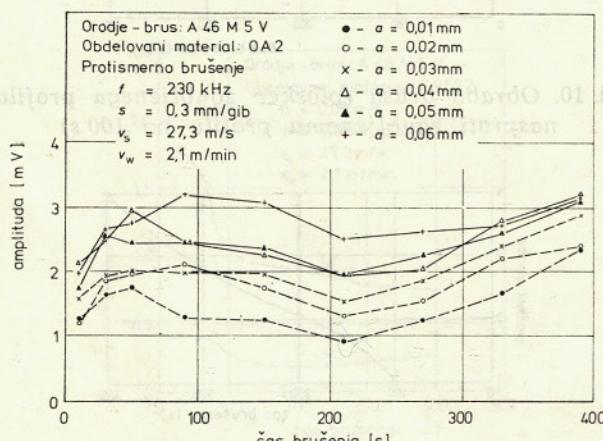
šenju preizkušancev iz jekla Č 9682. Pri tem preizkušancu smo izbrali za analizo frekvence pri 120, 145, 235 in 335 kHz, ki so na spektrogramu tudi označene. Tu se namreč vrhovi stalno pojavljajo. Pri preizkušancih iz OA 2 pa se značilni vrhovi pojavljajo pri 125, 160, 230 in 340 kHz. Že iz teh rezultatov je razvidno, da dajejo materiali različnih kakovosti različne karakteristične amplitude v spektrih, kar verjetno ustrezata različnim načinom mehanskih nihanj vzorcev. Za vsako pristavitev smo opravili po štiri meritve, izračunali srednjo vrednost in izrisali časovno sprememjanje spektralnih amplitud posameznih pristavitev za že omenjene značilne frekvence. Zaradi obsežnosti meritev prikazujemo v diagramu odvisnosti amplitude akustične emisije v odvisnosti od pristavitev in časa brušenja pri frekvenci blizu resonančne frekvence senzorja 225 kHz (slika 6, 7). Iz diagramov vidimo, da so amplitude frekvenc pri večjih pristavitvah večje. To je pri preizkušancih iz orodnega jekla



Sl. 6 a in b. Amplituda akustične emisije, odvisna od pristavitev in časa brušenja — za material Č 9682



Sl. 7 a in b. Amplituda akustične emisije, odvisna od pristavitev in časa brušenja — za material OA-2



OA 2 bolje vidno kakor pri Č 9682. Razumljivo je, da so amplitudi močno odvisne od vrste stroja, tehničnega stanja stroja ter pozicijskih ter kinematičnih parametrov, ki jih je mogoče nastaviti na stroju.

Z analizo krivulj lahko ugotovimo, da v začetnem času brušenja skoraj vse naraščajo, se nato zmanjšujejo in proti koncu dela zopet naraščajo. Domnevamo lahko, da je eden od vzrokov za takšno obliko krivulj neenakomerna obraba brusa, tj. sprememba površine brusa, ki je bila že opisana [1]. V tej zvezi se pojavljajo tudi spremembe odvzemanja v procesu brušenja. Pri stalnem podajanju se ob spremenjeni rezalni sposobnosti brusa spreminja rezalna sila pri brušenju ali pa pri stalni sili oblike površin brusa in obdelovanca [1].

Raziskave sil pri zunanjem okroglem brušenju z vzdolžnim podajanjem so pokazale, da se srednja normalna sila, izračunana po enačbi [3]

$$F_n' = F_1 \left( \frac{a \cdot v_w}{v_s} \right)^f$$

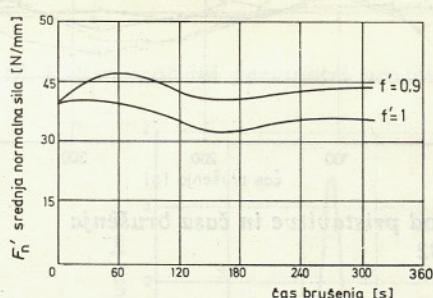
med brusilnim procesom spreminja, kakor je prikazano na sliki 8. Naš način brušenja je po oblikovanju obrabe brusa podoben navedenemu. Pri merjenju relativne obrabe brusa smo to tudi ugotovili (sl. 9). Sklepamo, da se med procesom spreminja normalna sila in s tem v zvezi tudi celotna akustična aktivnost.

Iz primerjave vrednosti amplitud pri enakih časih obdelave pri protismerinem in istosmerinem brušenju opažamo, da so amplitude istosmernega brušenja pri preizkušancih iz jekel Č 9682 in OA 2 večje (slika 6 in 7). Razlago za večjo amplitudo pri istosmernem brušenju najdemo v oblikovanju odrezka. Pri protismerinem brušenju se odrezek med rezanjem debeli, pri istosmerinem pa tanjša. Zato pride pri istosmernem brušenju pri začetku rezanja enega samega odrezka do udarca večjega impulza sile in večje amplitudo akustične emisije.

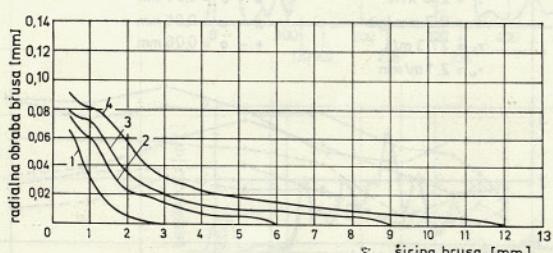
Pri primerjavi diagramov različnih materialov opažamo, da so amplitude akustične emisije različne. Vzrok lahko najdemo v sami strukturi materialov in različni zvočni prevodnosti.

#### 4. MERITVE OBRABE BRUSOV

V raziskavi smo skušali ugotoviti povezavo med obrabo brusa in akustično emisijo med procesom. Obrabo brusa smo ugotovili po spremembah profila brusa. Profil brusa smo posneli na ploščico iz pertinaksa v različnih časovnih obdobjih brušenja. Merili smo pri 60, 100, 200, 300 in 400 sekundah brušenja. Na sliki 9 je prikazana profilna obraba brusa pri 350-kratni navpični in 10-kratni vodoravnini povečavi. Obraba brusa je na začetku hitrejša, nato se do približno 300 s manjša, nakar se zopet povečuje. To je lepo razvidno na slikah 10 in 11. Na sliki 10 je prikazan gradient naraščanja obrabe brusa, ki pove, kolikokrat je absolutna vrednost profilne obrabe v nekem času večja od profilne obrabe po 100 sekundah brušenja. V drugem diagramu (sl. 11) pa je prikazano relativno razmerje



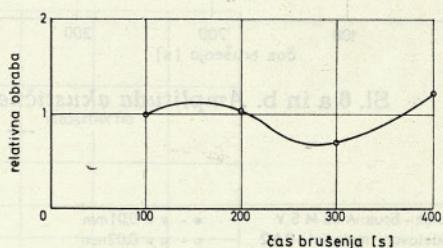
Sl. 8. Odvisnost srednje normalne sile od časa brušenja [3]



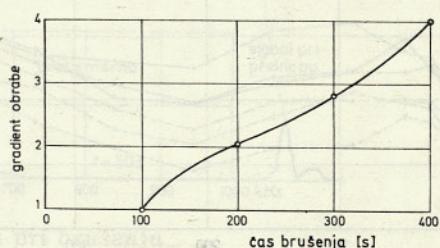
Sl. 9. Profilna obraba brusa ( $\bar{x}$  za tri ponovitve)

$$\begin{aligned} v_s &= 29 \text{ m/s} \\ v_w &= 2,1 \text{ m/min} \\ a &= 0,08 \text{ mm} \\ a &= 0,3 \text{ mm/gib} \end{aligned}$$

brus: A46M5V  
 1 — po 100 s brušenja  
 2 — po 200 s brušenja  
 3 — po 300 s brušenja  
 4 — po 400 s brušenja



Sl. 10. Obraba brusa (ploskev zgubljenega profila nasproti zgubljenemu profilu po 100 s)

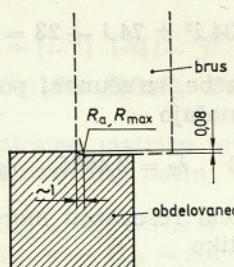


Sl. 11. Obraba brusa (relativno razmerje med zgubljenimi profili v posameznih časovnih diferencah: 200/100, 300/200 in 400/300 s)

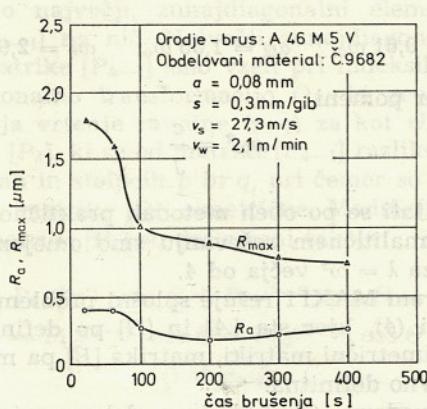
med obrabo brusa v posameznih časovnih intervalih. Obrabo brusa primerjamo v časovnih intervalih od 100 do 200, 200 do 300 in 300 do 400 s, nasproti obrabi po 100 sekundnem brušenju. Tu dobimo podobno valovanje kakor pri časovnih karakteristikah amplitud akustične emisije. Iz tega sklepamo na medsebojno povezavo med obrabo brusa in karakterističnimi frekvencami emisije.

## 5. KAKOVOST POVRŠINE KOT FUNKCIJA ČASA BRUŠENJA

Iz procesa brušenja neprenehoma izhaja novo nastala površina obdelovanca, ki je odvisna od stanja površine brusa [1]. Zato smo se odločili, da poizkusimo povezati stanje površine obdelovanca in površine brusa s pomočjo akustične emisije. Izmerili smo srednja odstopanja profila obdelovanca  $R_a$  in najvišjo višino neravnosti  $R_{max}$ . Mesto merjenja površine je podano na sliki 12 in je tangencialno na smer brušenja. Rezultati so podani v diagramu (sl. 13). Iz diagrama vidimo, da ima tudi srednje odstopanje profila podoben pomen kakor obraba brusa. Primerjava vseh treh parametrov, kakor so obraba brusa, kakovost obdelane površine in akustična emisija, kaže medsebojno povezanost, ki je za zdaj še ne znamo razložiti.



Sl. 12. Mesto merjenja hrapavosti obdelovanca



Sl. 13. Sprememba površine obdelovanca med brušenjem

## 6. SKLEP

Raziskave akustične emisije pri brušenju so pokazale, da je akustična emisija povezana s kinematičnimi in tehnološkimi parametri brušenja. Nedvomna je ugotovitev, da je frekvenčni sestav akustične emisije odvisen od časa ter tehnoloških in kinematskih razmer pri procesu. Velikosti amplitud pri posameznih frekvencah naraščajo z globino rezanja brusa in so odvisne od sil, ki se pojavljajo pri brušenju, kar smo pričakovali. Velikost amplitude spektra akustične emisije je odvisna tudi od načina oblikovanja odrezka, to je od vrste brušenja ter od obrabe brusa. Razumljivo je, da vplivajo na lego karakterističnih spektralnih vrhov vrsta materiala in oblike obdelovanca oziroma prenosna funkcija za zvočni signal od generatorja zvoka do senzorja. Vpliv parametrov brusilnega procesa na te prenosne funkcije še raziskujemo.

## UPORABLJENE OZNAČBE

Simbol	Enota	Pomen
$a$	mm	globina rezanja — pristavitev
$b_s$	mm	širina brusa
$d_s$	mm	premer brusa
$f$	Hz	frekvenca
$f'$	—	eksponent
$F'_n$	N/mm	srednja specifična normalna sila
$F_1$	N	normalna sila
$i_d$	—	število gibov pri ostrenju brusa
$n_s$	min <sup>-1</sup>	vrtilna hitrost brusa
$s$	mm/gib	prečno podajanje
$s_d$	mm/vrt	prečno podajanje pri ostrenju brusa
$R_a$	μm	srednje odstopanje profila
$R_{max}$	μm	največja višina neravnosti
$t$	s	čas brušenja
$v_s$	m/s	rezalne hitrosti brusa
$v_w$	m/min	vzdolžna hitrost obdelovanca

## LITERATURA

[1] Roethel, F.: Contribution to the force controlled grinding process using random process techniques. Manufacturing systems, 1974, št. 4, str. 275—284.

[2] Grabec, I.: Akustična emisija. Strojniški vestnik, 1975, št. 3—4, str. 41—48.

[3] Verkerk, I.: Wheel wear and forces in surface grinding. Annals of the CIRP, Vol. 23/1, 1974, str. 81—82.

UDK 534.013:621.833

## Torzijska nihanja z obniških prenosnikov

MAKS OBLAK — RUDI PUŠENJAK

### 1. UVOD

V strojniški praksi se problem torzijskih nihanj pojavlja tudi pri zobiških prenosnikih. Ta analiza sledi geometrijski [1] (oziroma kinematični) in trdnostni [2] analizi, kadar imamo to za potrebno. Klasične metode, ki so pretežno zaposlike človeško delovno silo so odstopile prostor sodobnim (numeričnim) metodam in računalnikom [3]. Nadalje nam omogočajo, da se cela vrsta nalog reši veliko hitreje [4] in kakovostneje, oziroma šele sedaj postajajo rešljive.

### 2. PRAKTIČNI ZGLED

Na sliki 1 je narisani prenosnik, ki ga reducimo na eno, večkrat podprt po znanih enačbah. Upogibna nihanja takih sistemov so prikazana v [5], kjer je avtor uporabil najboljšo metodo izračuna lastnih frekvenc in pripojenih lastnih vektorjev.

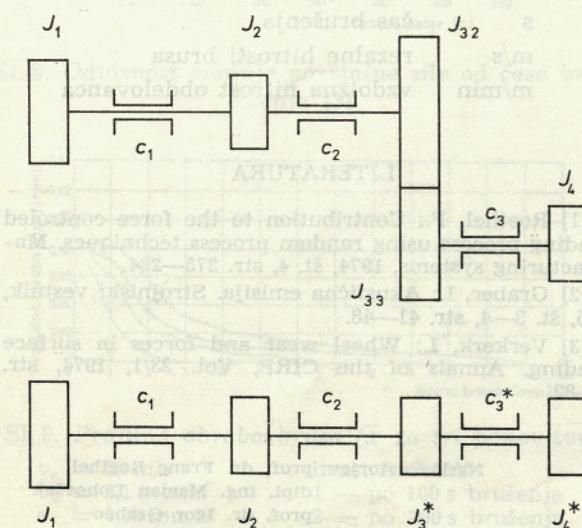
Za prost sistem  $N$  kolutov na lahki gredi dobimo diferencialno enačbo (1), ko vstavimo v Lagrangeove enačbe druge vrste izraza za kinetično in potencialno energijo:

$$\sum_{k=1}^N c_k \ddot{\theta}_k + c_{k-1} (\theta_k - \theta_{k-1}) - c_k (\theta_{k+1} - \theta_k) = 0 \quad (1)$$

Po ureditvi dobri enačba (1) obliko

$$-\sum_{k=1}^N c_{k-1} A_{k-1} + (c_{k-1} + c_k - J_k \omega^2) A_k - c_k A_{k+1} = 0 \quad (2)$$

pri čemer menimo, da cel sistem niha sinhrono z enako krožno frekvenco  $\omega$ , vendar z različnimi amplitudami  $A$ .



Slika 1

Kadar je sistem na sliki 1 na obeh koncih prost, je

$$A_0 = A_{N+1} = 0 \quad \text{in} \quad c_0 = c_N = 0$$

Pri izbranih vrednostih

$$J_1 = J_2 = J_4 = J \quad c_1 = c_2 = c \quad z_{32} = 60 \text{ zob}$$

$$J_{32} = 3 J_{33} \quad c_3 = \frac{1}{3} c \quad z_{33} = 20 \text{ zob}$$

$$J_{33} = \frac{1}{24} J$$

dobimo za reducirane dinamične vztrajnostne momente in togosti:

$$J_3^* = \frac{1}{2} J \quad c_3^* = 3 c$$

$$J_4^* = 9 J$$

Karakteristični polinom podanega sistema je tretje stopnje za

$$\lambda = \frac{J}{c} \omega^2$$

$$3\lambda^3 - 34\lambda^2 + 74\lambda - 23 = 0 \quad (3)$$

Koren te enačbe, izračunani po Newton-Raphsonovi metodi, znašajo

$$\lambda_1 = 0,3728 \quad \lambda_2 = 2,4065 \quad \lambda_3 = 8,5540$$

Pri numeričnem reševanju moramo enačbe (2) preurediti na obliko

$$[A]\{x\} = \lambda[B]\{x\} \quad (4)$$

Numerično dobljeni rezultati na računalniku pa znašajo

$$\omega_1 = 0,61 \omega_0, \quad \omega_2 = 1,55 \omega_0, \quad \omega_3 = 2,92 \omega_0$$

pri čemer pomeni

$$\omega_0^2 = \frac{c}{J}$$

Rezultati se po obeh metodah praktično ujemajo! Pri analitičnem reševanju smo omejeni, če je stopnja za  $\lambda = \omega^2$  večja od 4.

Program MAXI1 rešuje splošni problem lastnih vrednosti (4), kjer sta  $[A]$  in  $[B]$  po definiciji realni in simetrični matriki, matrika  $[B]$  pa mora biti še pozitivno definitna.

Ce uvedemo Choleskyjevo dekompozicijo matrike  $[B]$ , tako da velja

$$[B] = [L] \cdot [L]^T \quad (5)$$

kjer je  $[L]$  realna in nesingularna matrika (z elementi, ki so v splošnem od nič različni v njenem spodnjem trikotniku), tedaj lahko splošni problem lastnih vrednosti s pretvorbo

$$[L^{-1}][A][L^{-1}]^T \{Z\} = \lambda [L^{-1}] \cdot [L] \cdot [L^T] [L^{-1}]^T \{Z\} \quad (6)$$

prevedemo na ekvivalentni standardni problem lastnih vrednosti

$$[P] \cdot \{Z\} = \lambda \{Z\} \quad (7)$$

kjer je

$$[P] = [L^{-1}] \cdot [A] \cdot [L^{-1}]^T \quad (8)$$

in ga nadalje rešujemo po Jacobijevem iterativnem postopku.

Z rešitvijo standardnega problema je hkrati rešen tudi splošni problem lastnih vrednosti, ker so lastne vrednosti v obeh primerih enake [6].

Pri Jacobijevi metodi transformiramo matriko  $[P]$  v splošnem z neskončnim konvergentnim zaporedjem ortogonalnih transformacij na diagonalno obliko, iz katere lahko lastne vrednosti neposredno odberemo. V praksi seveda iterativni postopek zaključimo, brž ko postanejo zunaj diagonalni elementi zanemarljivi v primerjavi s predpisano natančnostjo.

Če označimo originalno matriko  $[P]$  s  $[P_0]$  lahko rekurzivni predpis zapišemo takole:

$$[P_0] = [L^{-1}] \cdot [A] \cdot [L^{-1}]^T = [P]$$

$$[P_k] = [O_k] [P_{k-1}] [O_k^T] \quad k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

pri čemer definiramo matriko ortogonalne transformacije  $O_k$  na naslednji način:

$$\begin{aligned} O_{pp} &= O_{qq} = \cos \theta \\ O_{pq} &= -O_{qp} = \sin \theta \\ O_{ii} &= 1 \quad (i \neq p, q) \\ O_{ij} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Namen ortogonalne transformacije (9) je, da reduciramo največji, zunajdiagonalni element matrike  $[P_{k-1}]$  na nič. Največji zunajdiagonalni element matrike  $[P_{k-1}]$  smo vzeli pri indeksih  $p$  in  $q$ . Z ortogonalno transformacijo  $O_k$ , ki geometrično ponazarja vrtenje ravnine  $(p, q)$  za kot  $\theta$ , dobimo matriko  $[P_k]$ , ki se od matrike  $[P_{k-1}]$  razlikuje samo v vrsticah in stolpcih  $p$  in  $q$ , pri čemer so vse tako dobljene matrike  $[P_k]$  simetrične. Modificirani elementi matrike  $[P_k]$  so definirani takole:

$$\begin{aligned} P_{i,p}^{(k)} &= P_{i,p}^{(k-1)} \cdot \cos \theta + P_{i,q}^{(k-1)} \cdot \sin \theta = P_{p,i}^{(k)} \\ P_{i,q}^{(k)} &= -P_{i,p}^{(k-1)} \cdot \sin \theta + P_{i,q}^{(k-1)} \cdot \cos \theta = P_{q,i}^{(k)} \end{aligned} \quad (i \neq p, q) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} p_{p,p}^{(k)} &= p_{p,p}^{(k-1)} \cdot \cos^2 \theta + \\ &+ 2 \cdot p_{p,q}^{(k-1)} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta + \\ &+ p_{q,q}^{(k-1)} \cdot \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{q,q}^{(k)} &= p_{p,p}^{(k-1)} \cdot \sin^2 \theta - \\ &- 2 \cdot p_{p,q}^{(k-1)} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta + \\ &+ p_{q,q}^{(k-1)} \cdot \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} p_{p,q}^{(k)} &= p_{q,q}^{(k-1)} - p_{p,p}^{(k-1)} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta + \\ &+ p_{p,q}^{(k-1)} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = p_{q,p}^{(k)} \end{aligned}$$

Ker je po transformaciji  $p_{p,q}^{(k)} = 0$ , lahko določimo kot zavrtitve

$$\tan 2\theta = 2 p_{p,q}^{(k-1)} / (p_{p,p}^{(k-1)} - p_{q,q}^{(k-1)}) \quad (13)$$

Če vzamemo, da leži pri vsaki ortogonalni transformacijski kot zavrtitve v območju

$$|\theta| \leq \frac{1}{4} \pi \quad (14)$$

se da dokazati [6], da teži  $[P_k] \rightarrow \text{diag } (\lambda_i)$ , če teži  $k \rightarrow \infty$ , pri čemer pomenijo  $\lambda_i$  lastne vrednosti matrike  $[P_0]$  in s tem tudi pri sleherni  $[P_k]$  v enakem vrstnem redu!

Program MAXI 1 izhaja iz opisanega računskega postopka, kar je razvidno tudi iz diagrama poteka. Videli smo, da je osnovna naloga tvorba matrike  $[P] = [L^{-1}] [A] [L^{-1}]^T$ . To nalogu rešimo s podprogrami DECOM, TRANS, MATINV in PROMA, kjer DECOM izvaja Choleskyjevo dekompozicijo, TRANS transponiranje matrik, MATINV inverzijo matrik s pridruženim reševanjem sistema simultanih linearnih algebraičnih enačb, PROMA pa produkt matrike.

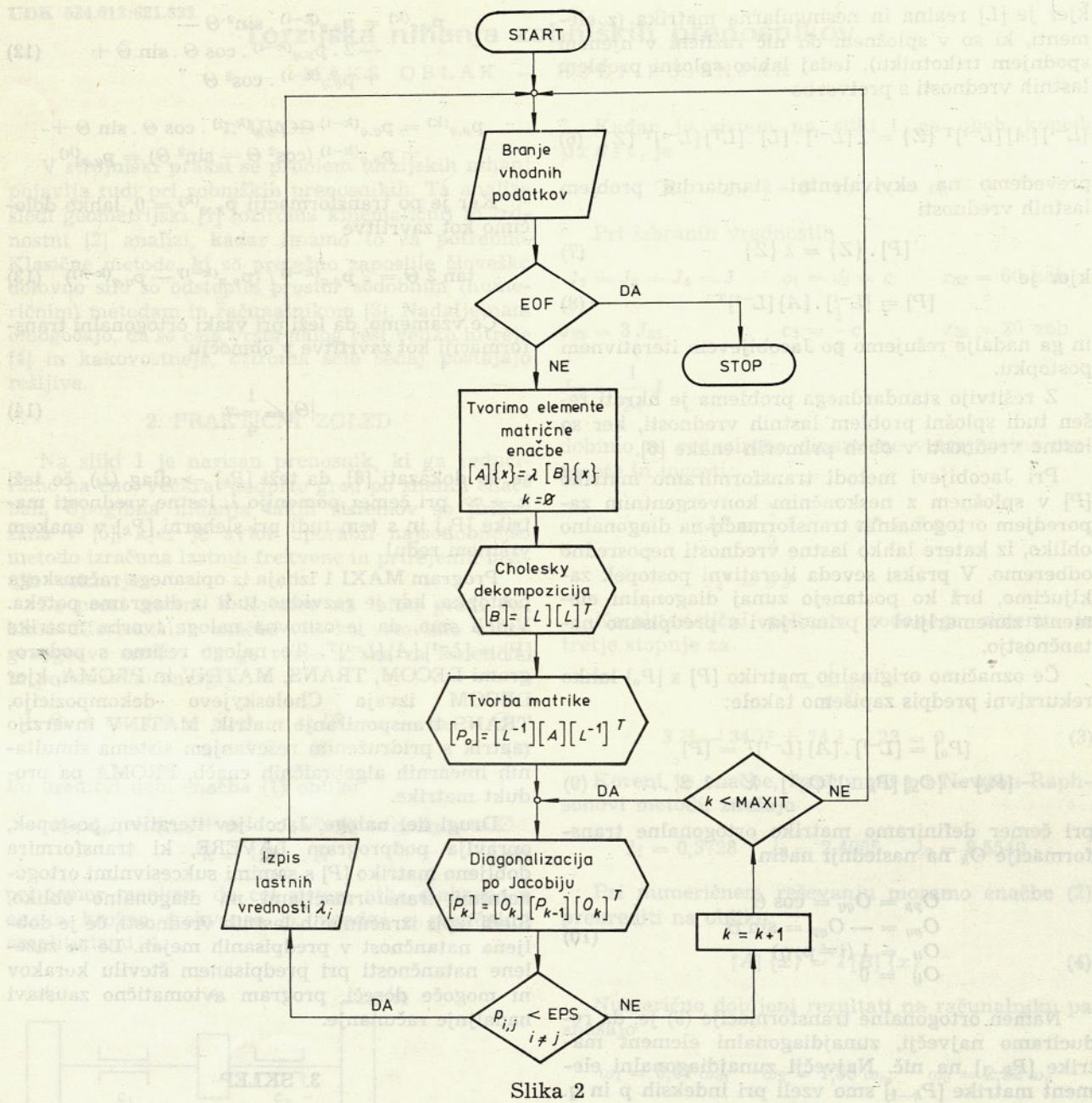
Drugi del naloge, Jacobijev iterativni postopek, opravlja podprogram LAVERE, ki transformira dobljeno matriko  $[P]$  s samimi sukcesivnimi ortogonalnimi transformacijami na diagonalno obliko. Sledi izpis izračunanih lastnih vrednosti, če je dobljena natančnost v predpisanih mejah. Le če zaželeno natančnost pri predpisanim številu korakov ni mogoče doseči, program avtomatično zaustavi nadaljnje računanje.

### 3. SKLEP

Avtorja želiva na najpreprostejšem zgledu prikazati uporabo sodobnih metod, ki nezadržno prodirajo na vsa področja tehnike, torej tudi na izračune prenosnikov. Poleg že navedenega zgleda lahko rešujemo probleme vsiljenih nihanj [7] in poiščemo lastne frekvence razvijanih sistemov [8].

V članku obravnavan problem je sicer rešljiv tudi z drugimi numeričnimi metodami, vendar je pristop k reševanju takih problemov (kolikor nama je znano iz literature) na ta način izviren.

Uporaba programa je preprosta, ker luknjamo samo podatke za dinamične vztrajnostne momente in togosti, vse preostalo delo pa opravi računalnik sam.



Slika 2

## LITERATURA

- [1] J. Flašker: Določitev parametrov zobnika gonila z računalnikom, SV 1977 (5—6).
- [2] J. Hlebanja: Optimiranje zobniškega prenosnika z valjasto zobniško dvojico, SV 1977 (3—4).
- [3] M. Oblak: Substitucija proizvodnih faktorjev pri reševanju dinamičnih problemov »Naše gospodarstvo«, 1976 (5—6).
- [4] Den Hartog: Vibracije u mašinstvu, GK Beograd 1972.
- [5] M. Oblak: Uporaba MKE pri reševanju dinamičnih problemov, Mašinstvo, Beograd (broj 6).
- [6] J. Wilkinson: The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford 1972.
- [7] M. Oblak: Uporaba numeričnih metod pri torzijskih nihanjih, Mašinstvo, Beograd, (poslano v objavo).
- [8] M. Oblak: Izračun lastnih frekvenc razvejanih sistemov Strojarstvo, Zagreb (poslano v objavo).

Naslova avtorjev: Mag. Maks OBLAK,  
Gospodarska 19 a, Maribor  
Rudi PUŠENJAK, dipl. ing.,  
Ormoška c. 4, Ljutomer  
oba: VTS—VTO Strojništvo,  
Maribor