YU — ISSN — 0039 — 2480

STROJNIŠKI VESTNIK

LETNIK 27 LJUBLJANA, APRIL—JUNIJ 1981 ŠTEVILKA 4—6

UDK 517.11:53.08

Uporaba dekonvolucije pri opisu delovanja linearnih sistemov

IGOR GRABEC

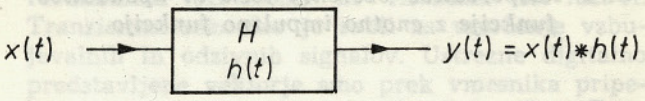
UVOD

V merilni in regulacijski tehniki najpogosteje naletimo na linearne sisteme s konstatnimi parametri. Obnašanje takšnega sistema je v celoti opisano s težnostno ali odzivno funkcijo $h(t)$, ki opisuje odziv sistema na vzbuditev z enotnim impulzom [1, 2, 3]. Določitev te funkcije je ena od osnovnih inženirskih nalog pri karakterizaciji sistema. Za preprost sistem je običajno mogoče določiti odzivno funkcijo teoretično z upoštevanjem fizikalnih zakonov in konstrukcije sistema. Ta problem vodi do linearnih diferencialnih enačb, ki jih običajno rešujemo s Fourierovo transformacijo [3]. Odzivna funkcija se zaradi tega pokaže v transformirani sliki, kar je zlasti ugodno pri študiju stabilnosti sistemov. Pogosto pa je konstrukcija sistemov preveč zamotana za teoretično delo ali pa celo nepoznana, tako da preostane za karakterizacijo le eksperimentalna pot. V tem primeru moramo odzivno funkcijo določiti iz eksperimentalnih posnetkov vzbujevalne (vhodne) in odzivne (izhodne) fizikalne veličine. Ker za vzbujanje pogosto nimamo na voljo enotnega impulza temveč kak drug signal, lahko določimo odzivno funkcijo šele z matematično obdelavo posnetih signalov. Če gremo po običajni teoretični poti, moramo za ta namen izvesti na vhodnem in izhodnem signalu najprej Fourierovo ali Laplaceovo transformacijo, nato izračunati transformiranko odzivne funkcije, nakar šele s ponovnim obratom dobimo odzivno funkcijo v odvisnosti od časa [1, 2, 3].

Računalniška izvedba te poti je dokaj zamudna zaradi velikega števila operacij pri računanju transformacij. Zato je bolje izogniti se računanju transformacij in določiti odzivno funkcijo neposredno iz posnetkov vhodnega in izhodnega signala. Ta pot je še posebej primerna za eksperimentalno delo, ker z njo prihranimo veliko računalniškega časa; v pretežno teoretično usmerjeni literaturi pa se omenja bolj poredko [3]. Zaradi tega je namen članka obravnavati ustrezno matematično operacijo, ki se običajno imenuje dekonvolucija. Za ta namen bomo najprej obdelali osnove popisa obnašanja linearnih sistemov s pomočjo konvolucije, s katerimi bomo nato prišli do formulacije dekonvolucije. Njeno praktično uporabo bomo prikazali na nekaj primerih iz merilne tehnike. Ker se podoben problem kakor pri določanju odzivne funkcije pojavlja tudi pri določanju neznanega vzbujanja iz znane odzivne funkcije in odziva, bomo na eksperimentalnem primeru obdelali še tega. Problem iskanja diferencialne enačbe, ki pripada linearnemu sistemu, bomo povezali z računanjem dekonvolucije in njenim razvojem po diferenčnih funkcijah oziroma vektorjih. Vso obravnavo bomo izvedli v diskretni predstavitvi signalov, ker je ta za numerično obdelavo neizogibna. V članku bomo tudi prikazali prednosti in slabosti dela z dekonvolucijo v časovni domeni s posebnim upoštevanjem eksperimentalnih metod.

UPORABA KONVOLUCIJE PRI POPISU LINEARNIH SISTEMOV IN POJEM DEKONVOLUCIJE

Namen tega članka je predstaviti osnovne značilnosti popisa linearnega sistema in ustvariti osnovo za eksperimentalno določanje odzivnih funkcij. Splošno predstavljamo tehnični sistem z blokovno shemo kakor prikazuje slika 1.



Sl. 1. *Linearni sistem običajno predstavimo z blokovno shemo*

Na tej sliki sta z $x(t)$ in $y(t)$ označeni vhodna in izhodna fizikalna količina, s H sistem, s t pa čas. V regulacijskem sistemu ustreza na primer $x(t)$ vodilni veličini, $y(t)$ vodeni količini in H regulacijski napravi. Simbolično zapišemo povezavo med vhodno in izhodno veličino v obliki transformacije

$$y(t) = H(x(t)) \tag{1}$$

Za linearni sistem je izpolnjena relacija

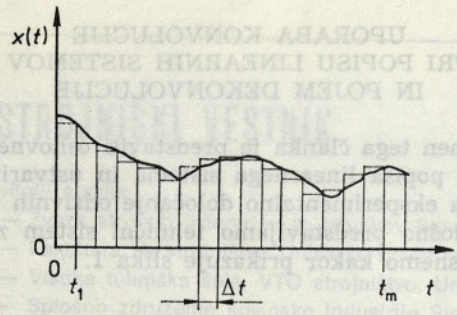
$$H(a\,x_1 + b\,x_2) = a\,H(x_1) + b\,H(x_2) \qquad (2)$$

Ta izraz pove, da je amplituda izhodnega signala sorazmerna z amplitudo vhodnega signala in da se sistem odzove na vsoto dveh vhodnih signalov z odzivom, ki ustreza vsoti pripadajočih izhodnih signalov. Zaradi te lastnosti lahko delovanje linearnega sistema označimo samo z odzivom na impulzno vzbuditev. Do tega sklepa bomo prišli tako, da si zamislimo eksperimentalno stanje, pri katerem merimo čas diskretno. Vzorčenje vhodnih in izhodnih signalov izvedemo v časovnih trenutkih t_n, ki so medsebojno razmaknjeni za Δt.

Nadalje definiramo enotno impulzno funkcijo $I(t - t_n)$, tako da je enaka 0 povsod razen na n-tem časovnem intervalu, znotraj katerega ima vrednost $1/\Delta t$. Njen integral je zato enak 1, če vsebuje integracijsko območje n-ti interval, drugače pa je enak 0. Vhodni signal $x(t)$ lahko nato približno predstavimo z zaporedjem impulzov različnih amplitud, kakor prikazuje slika 2. To predstavitev opišemo na časovnem intervalu od 0 do t_m z izrazom:

$$x(t) \approx \sum_{n=1}^{m} x_n\, I(t - t_n)\, \Delta t \qquad (3)$$

Pri tem je $x_n = x(t_n)$.



Sl. 2. *Razporeditev vzorčnih točk in upodobitev funkcije z enotno impulzno funkcijo*

Z upoštevanjem linearnosti sistema dobimo nato izraz za izhodni signal

$$y(t) = H(x(t)) \approx H\left(\sum_{n=1}^{m} x_n\, I(t - t_n)\, \Delta t\right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{m} x_n\, H(I(t - t_n))\, \Delta t \qquad (4)$$

Odziv pri času t_i lahko torej aproksimiramo z izrazom

$$y_i = \sum_{n=1}^{m} h_{in}\, x_n \qquad (5)$$

v katerem pomeni

$$h_{in} = H(I(t_i - t_n))\, \Delta t \qquad (6)$$

Koeficienti h_{in} sestavljajo matriko, pomenijo pa odziv sistema pri času t_i na vzbuditev z enotnim impulzom pri času t_n. Zamislimo si nadalje, da gostoto vzorčenja poljubno zvišujemo. Pri tem prehaja Δt proti 0, izraza (3) in (5) pa vedno bolje popisujeta vhodni in izhodni signal. V limiti preide enotna impulzna funkcija I v Diracovo funkcijo δ, izraz (4) pa v konvolucijo vhodnega signala in odzivne funkcije [1, 2, 3]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')\, h(t - t')\, dt' \qquad (7)$$

Pri tem smo z odzivno funkcijo $h(t - t') = H(\delta(t - t'))$ označili odziv sistema na zanemarljivo ozek enotni impulz. V tem zapisu smo upoštevali, da se sistem s časom ne spreminja in je zato odzivna funkcija odvisna samo od razlike med časom vzbujanja in opazovanja odziva sistema. Naloga karakterizacije delovanja linearnega sistema je v celoti opravljena, če določimo odzivno funkcijo h, pri čemer se v eksperimentalnih primerih običajno zadovoljimo samo z diskretno množico vzorčnih vrednosti h_{in}.

Odzivna funkcija realnih sistemov zadošča pogoju vzročnosti, ki terja, da se odziv sistema ne sme pojaviti pred vzbujevalnim impulzom. Zaradi tega mora biti

$$h(t) = 0 \quad \text{za} \quad t < 0 \qquad (8)$$

Poleg te lastnosti bomo v nadaljnji obravnavi vedno privzeli, da vzbujamo sistem le od nekega določenega trenutka dalje, ki ga izberemo za začetek merjenja časa. S temi privzetki lahko konvolucijo (7) zapišemo v obliki

$$y(t) = \int_{0}^{t} x(t')\, h(t - t')\, dt' \qquad (9)$$

oziroma v diskretni sliki

$$y_i = \sum_{n=1}^{i} x_n\, h_{i-n+1} \qquad (10)$$

Tu smo označili $h_{i-n+1} = h_{in}$, ker je odzivna funkcija odvisna le od razlike časov. Pri tem smo k razliki indeksov prišteli 1 zato, da je faktor, ki veže x_1 in y_1, označen s h_1.

Povrnimo se sedaj k zastavljeni problematiki. Zamislimo si, da smo izmerili časovna poteka vhodne in izhodne fizikalne veličine in želimo določiti odzivno funkcijo. Izraz (9) lahko obravnavamo kot enačbo, ki veže vse tri funkcije. Ker je odzivna funkcija pod integralskim znakom, moramo pri njeni določitvi rešiti integralsko enačbo. Kot že omenjeno se takšne enačbe rešujejo s pomočjo Fourierove ali Laplaceove transformacije [1, 3]. Drugače pa je z izrazom (10). V njem pomenijo vhodni in izhodni signal ter odzivna funkcija diskretne množice komponent $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{h_n\}$,

ki jih lahko obravnavamo kot vektorje. Izraz (10) ne pomeni nič drugega kakor sistem linearnih enačb, ki veže komponente teh vektorjev. V primeru, ko sta znana vektorja x in y, obravnavamo njihove komponente kot koeficiente v sistemu enačb, katerega rešitev vodi do neznanega vektorja h. Z uporabo determinant bi lahko torej rešitev takoj zapisali v končni obliki. Vendar tak način reševanja problema ni prikladen za eksperimentalne namene, ker je pri računanju determinant preveč matematičnih operacij. Sistem enačb (10) ima posebno strukturo, ki omogoča lažji pristop k rešitvi. Z namenom, da osvetlimo problem, zapišimo ta sistem najprej v matrični obliki, nato pa še nekaj začetnih enačb:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 \ldots \\ h_2 & h_1 & 0 & 0 \ldots \\ h_3 & h_2 & h_1 & 0 \ldots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \ldots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & x_1 & 0 & 0 \\ x_3 & x_2 & x_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1 x_1 \\ y_2 &= h_2 x_1 + h_1 x_2 \\ y_3 &= h_3 x_1 + h_2 x_1 + h_1 x_3 \end{aligned} \tag{12}$$

Če želimo določiti komponente h_n, lahko iz prve enačbe določimo $h_1 = y_1/x_1$, nato s to vrednostjo iz druge enačbe $h_2 = (y_2 - x_2 h_1)/x_1$ in tako dalje. Splošno zapišemo rešitev v obliki rekurzijske formule za $n \neq 1$

$$h_n = \left(y_n - \sum_{i=2}^{n} (h_{n-i+1} \cdot x_i) \right) \Big/ x_1 \tag{13}$$

pri čemer je $h_1 = y_1/x_1$. Ta enačba pri programiranju na računalniku ne dela težav, poleg tega pa je za račun potrebnih bistveno manj operacij kakor pri determinantah.

Glede na simetrijo x in h v izrazu (11) lahko takoj zapišemo tudi rešitev problema, pri katerem iz znanih vektorjev y in h iščemo vektor x:

$$x_1 = y_1/h_1 \quad \text{in dalje za } n \neq 1$$

$$x_n = \left(y_n - \sum_{i=2}^{n} x_{n-i+1} \cdot h_i \right) \Big/ h_1 \tag{14}$$

Z izrazoma (13) in (14) je za diskretni primer rešen problem dekonvolucije. Zaradi okrajšanega pisanja bomo konvolucijo in dekonvolucijo nadalje označevali z znakoma * in **:

$$\begin{aligned} y &= x * h = h * x \\ h &= y ** x \quad ; \quad x = y ** h \end{aligned} \tag{15}$$

Preden preidemo na praktične primere, si oglejmo še nekaj značilnosti dekonvolucije. Iz izraza (13) je razvidno, da mora biti $x_1 \neq 0$, če želimo določiti h. Ta pojav ne dela težav, ker smo privzeli, da začnemo s študijem časa šele, ko se pojavi vzbujanje sistema. Dejstvo, da se pojavi x_1 v imenovalcu, analitično ne pomeni ovir, lahko pa povzroča numerične težave pri določanju odzivne funkcije. Pri numeričnem računanju je zato primerno v izrazu (13) izvesti deljenje z x_1 kot zadnjo operacijo, da se čimbolj izognemo zaokroževalnim napakam. Poseben problem se nadalje lahko pojavi v eksperimentalnih primerih, če je recimo amplituda šuma primerljiva ali vsaj znatna v primerjavi z x_1. V tem primeru privzeti linearni model sistema ni več uporaben in vodi do napačnih ocen odzivnih funkcij. Za eksperimentalno delo je tako najprimerneje delati s signali dokaj nad šumom in s čim hitreje naraščajočimi vzbujevalnimi signali, da je začetna vrednost x_1 čimbolje opredeljena. Zato je metoda dekonvolucije posebej primerna za študij prehodnih pojavov.

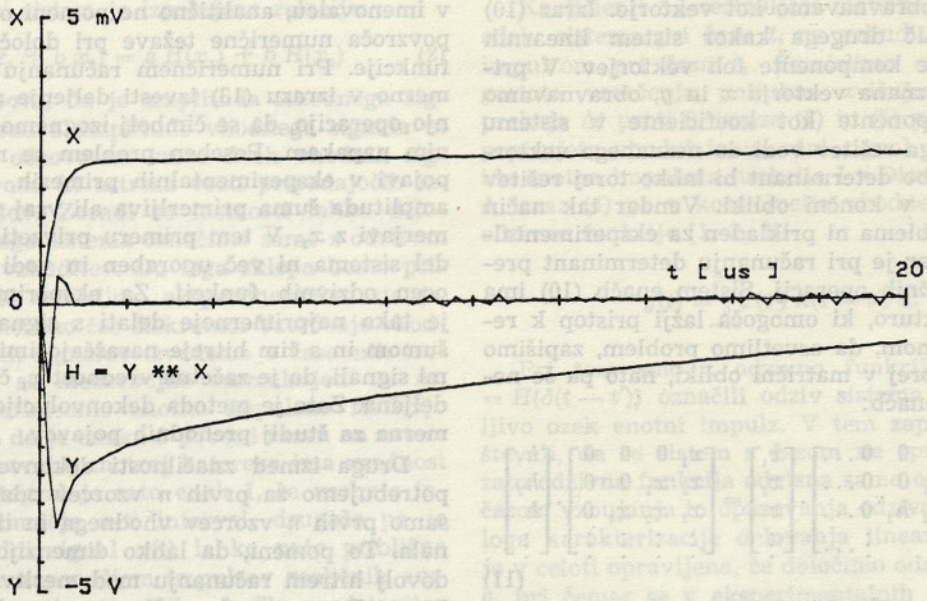
Druga izmed značilnosti dekonvolucije je, da potrebujemo za prvih n vzorcev odzivne funkcije samo prvih n vzorcev vhodnega in izhodnega signala. To pomeni, da lahko dimenzijo vektorja ob dovolj hitrem računanju med meritvijo sproti večamo. Tega metoda s Fourierovo ali Laplaceovo transformacijo ne omogoča, ker moramo pri računanju transformacije poznati cel posnetek od 0 do t_m.

Pri določanju vhodnega signala iz izhodnega in odzivne funkcije so lahko težave, če se v sistemu pojavlja zakasnitev. V tem primeru je $h_n = 0$ za n od 0 do določene vrednosti, ki ustreza zakasnitvi. V izrazu (14) se v tem primeru pojavijo nedoločeni izrazi in naloge ne moremo rešiti. Temu problemu se izognemo tako, da vpeljemo časovno premaknitev, ki je enaka zakasnitvi v sistemu in nato računamo vhodni signal za nazaj z izrazom, ki je podoben izrazu (14).

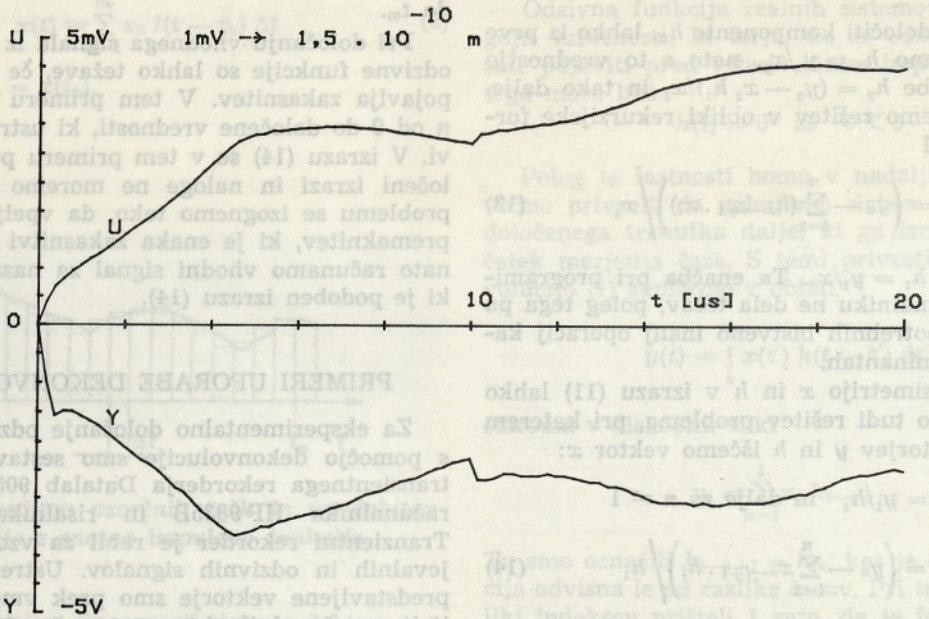
PRIMERI UPORABE DEKONVOLUCIJE

Za eksperimentalno določanje odzivnih funkcij s pomočjo dekonvolucije smo sestavili sistem iz transientnega rekorderja Datalab 905, digitalnega računalnika HP 9835B in risalnika HP 7225 A. Tranzientni rekorder je rabil za vzorčenje vzbujevalnih in odzivnih signalov. Ustrezne digitalno predstavljene vektorje smo prek vmesnika pripeljali v računalnik, kjer smo računsko izvedli dekonvolucijo ter rezultat upodobili na risalniku. Ustrezni program je specifičen za izbrano eksperimentalno verigo in ga bomo podrobneje opisali drugje [4].

Kot tipičen primer si oglejmo karakterizacijo odzivne funkcije ojačevalnika, ki ga uporabljamo pri detekciji akustične emisije [5]. Na sliki 3 kaže posnetek X vzbujevalni napetostni signal približno stopničaste oblike, ki smo ga v ojačevalnik privedli iz generatorja signalov. Ustrezni odzivni signal ojačevalnika kaže posnetek Y, z dekonvolucijo izračunana odzivna funkcija pa je upodobljena s posnetkom $H = Y ** X$.



Sl. 3. *Primer določitve odzivne funkcije linearnega ojačevalnika*



Sl. 4. *Primer določitve vhodnega signala z dekonvolucijo izhodnega signala in odzivne funkcije*

Računanje je bilo izvedeno na 100 vzorčnih točkah, za kar je računalnik porabil približno 2 minuti. Že iz samih posnetkov vzbujanja in odziva je razvidno, da deluje ojačevalnik delno kot diferenciator. To se neposredno kaže tudi na odzivni funkciji, ki je podobna odvodu stopničaste funkcije. Izmerjeno odzivno funkcijo smo potrebovali zato, da bi lahko določili nepopačene poteke različnih vzhodnih signalov, ki so potrebni za interpretacijo merilnih rezultatov. V ta namen smo v določeni eksperimentalni situaciji posneli primer izhodnega signala, ki ga prikazuje posnetek Y na sliki 4. Z uporabo prej določene odzivne funkcije H smo nato s pomočjo dekonvolucije določili vhodni signal $U = Y ** H$, ki ga je ojačevalniku posredoval senzorski element in predstavlja ultrazvočni pomik [5]. Le-tega lahko neposredno interpretiramo, za kar signal iz ojačevalnika ni primeren. Navedena primera kažeta, kako lahko z uporabo dekonvolucije izločimo vpliv ojačevalnika v uporabljeni merilni verigi, kar je eden od osnovnih problemov v merilni tehniki.

PREHOD OD ODZIVNE FUNKCIJE K DIFERENCIALNI ENAČBI

Teoretično običajno popišemo delovanje linearnega, časovno neodvisnega sistema z nehomogeno linearno diferencialno enačbo s konstantnimi koeficienti. Splošno prikažemo takšno enačbo v obliki

$$L(y(t)) = \sum_{k=0}^{m} C_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = x(t) \tag{16}$$

Tak način opisa je zredno primeren, ker lahko običajno neposredno iz konstrukcije sistema opredelimo vrednosti koeficientov C_k. Kadar označujemo delovanje sistema z merjenjem odzivnih funkcij, seveda te enačbe ne poznamo, zato se lahko vprašamo, kako bi do nje prišli. V ta namen izrazimo najprej operator odvajanja v diskretni predstavitvi:

$$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t_i} \Rightarrow \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t} = y_i' \tag{17}$$

Pri tem smo upoštevali, da morata biti odvod in funkcija hkrati merljiva.

Ob privzetku, da je $y(t) = 0$ za $t < 0$ lahko ta izraz zapišemo v obliki konvolucije

$$y_i' = \sum_{n=1}^{i} y_n \, d_{i-n+1} \Rightarrow d * y \tag{18}$$

Pri tem ima vektor d komponente

$$d_1 = 1/\Delta t \quad ; \quad d_2 = -1/\Delta t \quad ; \quad d_i = 0 \quad \text{za} \quad i > 2$$

Nadalje lahko k-ti odvod izrazimo s k zaporednimi konvolucijami z vektorjem d:

$$y^{(k)} = \underbrace{d * d * \ldots * d}_{k\text{-krat}} * y = d^{(k)} * y \tag{19}$$

Za komponente vektorja $d^{(k+1)}$ izhaja: $d^{(k+1)} = d * d^{(k)}$ od koder dobimo

$$d_i^{(k+1)} = \frac{1}{\Delta t}(d_i^{(k)} - d_{i-1}^{(k)}) \tag{20}$$

Do faktorja $1/\Delta t$ ustreza zadnji izraz pravilu za tvorbo binomskih koeficientov. Zato lahko komponente vektorja $d^{(k)}$ izrazimo z binomskimi koeficienti takole

$$d_i^{(k)} = \begin{cases} \dfrac{(-1)^{i-1}}{(\Delta t)^k} \binom{k}{i-1} & \text{za} \quad i \leq k+1 \\ 0 \quad \ldots & i > k+1 \end{cases} \tag{21}$$

Vektorje $d^{(k)}$ bomo imenovali diferenčni vektorji reda k. Za $k = 0$ definiramo

$$d^{(0)} = I = \begin{cases} 1 \text{ za } i = 1 \\ 0 \text{ za } i \neq 1 \end{cases}$$

S temi vektorji lahko linearno diferencialno enačbo s konstantnimi koeficienti prevedemo v konvolucijo:

$$G * y = x \tag{22}$$

pri čemer smo označili

$$G = \sum_{k=0}^{m} C_k \, d^{(k)} \tag{23}$$

Iz znanih vektorjev x in y lahko torej z dekonvolucijo določimo vektor G:

$$G = x ** y \tag{24}$$

Ta izraz je podoben določitvi odzivne funkcije H, le da je vrstni red funkcij y in x zamenjan. Iz definicije funkcije H izhaja:

$$G * y = G * H * x = x \tag{25}$$

Od tod izhaja, da mora veljati

$$G * H = I \tag{26}$$

oziroma

$$G = I ** H \quad \text{ali} \quad H = I ** G \tag{27}$$

Zaradi te lastnosti običajno pravimo, da je G inverzen k H in obratno. To izražanje je koristno zaradi analogije konvolucije in dekonvolucije z množenjem in deljenjem.

Če poznamo vektor G iz eksperimentov, ustreza iskanje koeficientov C_k razvoju danega vektorja po vektorjih $d^{(k)}$. Temu ustreza sistem enačb:

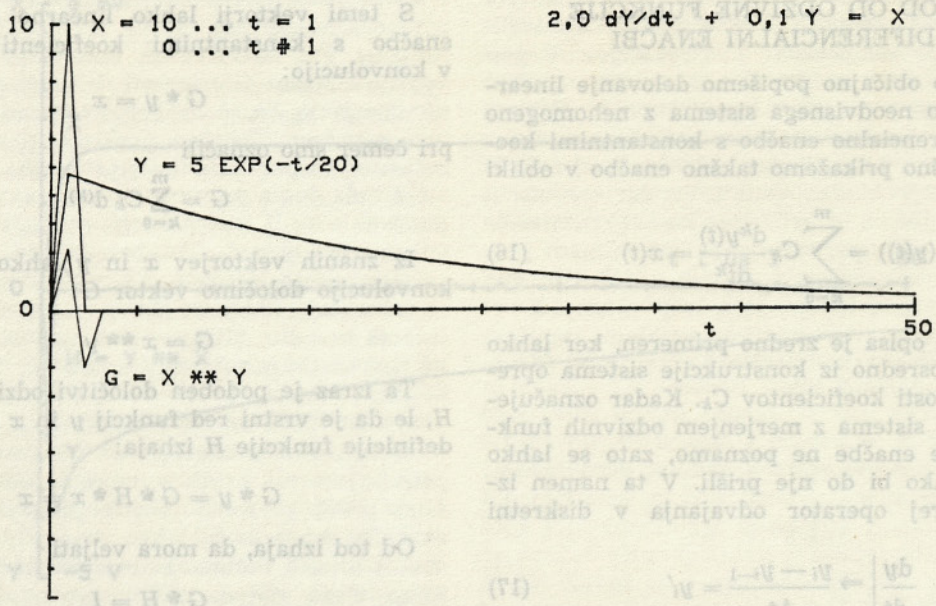
$$\sum_{k=0}^{m} C_k \, d_i^{(k)} = g_i \quad \text{za} \quad i = 1 \ldots m \tag{28}$$

Če zapišemo ta izraz v matrični obliki in upoštevamo lastnosti koeficientov $d_i^{(k)}$, lahko ugotovimo, da je tudi ta sistem mogoče reševati rekurzijsko tako, da začnemo z največjim indeksom d. Tako dobimo

$$C_m = g_m / d_m^{(m)};$$
$$C_{m-1} = (g_{m-1} - C_m \, d_{m-1}^{(m)}) / d_{m-1}^{(m-1)} \tag{29}$$

in tako dalje. Tudi ta postopek ne dela težav pri programiranju na računalniku, le da je ugodno koeficiente $d_i^{(k)}$ samo enkrat izračunati in jih nato hraniti v spominu. Pri tem pripomnimo, da lahko v primeru, ko delamo z m dimenzionalnimi vektorji, priredimo sistemu diferencialno enačbo z redom manjšim ali enakim m. Postopek določanja diferencialne enačbe iz posnetih vhodnih in izhodnih signalov najdemo v literaturi pod imenom identifikacija parametrov linearnega sistema, vendar običajno ne uporabljamo tukaj opisane poti.

Računalniški program za določanje diferencialne enačbe smo dodali k programu za računanje odzivnih funkcij iz eksperimentalnih posnetkov in bo objavljen drugje [5]. Tukaj si oglejmo le primer identifikacije preprostega sistema, pri katerem lah-



Sl. 5. *Primer določitve diferencialne enačbe iz inverzne odzivne funkcije*

ko rezultat tudi analitično preverimo. Slika 5 prikazuje posnetek odziva y za primer, ko je vzbujevalni signal enotni impulz pomnožen z amplitudo 10. Odziv opiše funkcija $y = 5 \,.\, \exp(-t/20)$, pri čemer je t merjen v sekundah.

Inverzno odzivno funkcijo prikazuje izračunani posnetek x ** y. Iz G določeni koeficienti v diferencialni enačbi so $C_0 = 0{,}1$; $C_1 = 2{,}00$; $C_2 = 0{,}00$; $C_3 = 0{,}00$ itd., zato lahko z izbrano natančnostjo zapišemo diferencialno enačbo v obliki

$$2{,}0 \frac{dy}{dt} + 0{,}1\, y = x \qquad (30)$$

Zgoraj zapisana funkcija y res ustreza tej enačbi.

SKLEP

Opisani matematični postopki so primerni za eksperimentalno določanje odzivnih funkcij in diferencialnih enačb neposredno iz posnetkov vhodnih in izhodnih signalov. Posebna prednost te metode v primerjavi z metodami, ki slonijo na Fourierovi analizi, je, da lahko odziv računamo med delovanjem sistema in da lahko časovni interval računanja podaljšujemo. Metoda je še posebej primerna za opisovanje skokovitih prehodnih pojavov, ker v tem primeru matematični postopek dobro konvergira, medtem ko vsebuje Fourierov razvoj veliko členov. Seveda se z dekonvolucijo, ki poteka samo v časovni domeni, ne dobijo podatki o lastnih frekvencah sistema. Nestabilnosti, ki se lahko pri tej metodi pojavijo v primeru visokih šumov, niso posledica numeričnih postopkov temveč nepravilne uporabe modela. Izognemo se jim tako, da popišemo vhod in izhod prek korelacijskih funkcij, nakar je metoda dekonvolucije ponovno uporabna za določitev odzivne funkcije. Isti postopek uporabimo tudi, če začetek delovanja sistema ni ostro opredeljen, kakor na primer pri naključno vzbujanem sistemu.

LITERATURA

[1] G. A. Korn, T. M. Korn, Mathematical handbook for scientists and engineers, McGraw Hill, New York, 1968, poglavje 9.4.-3.

[2] J. S. Bendat, A. G. Piersol, Random data: analysis and measurement procedures, Wiley-Interscience, New York, 1971, 2. in 5. poglavje.

[3] R. Bracewell, The Fourier transform and its applications, Mc Graw Hill Book Comp., New York, 1965.

[4] H. Y. Ko, R. F. Scott, Bulletin of the Seismological Society of America, 57, 1393 (1967).

[5] I. Grabec s sodelavci, Poročilo o raziskovalni nalogi za RRS z naslovom: Analiza akustične emisije, II. del, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1980.

[6] I. Grabec, Detekcija ultrazvočnih pomikov velikosti 10^{-11} m, Strojniški vestnik, 1980/7—9.

Avtorjev naslov: prof. dr. ing. Igor Grabec,
Fakulteta za strojništvo
v Ljubljani