

UDK 62-522:62-523

# Vpliv notranjega puščanja hidravličnega valja na napako pozicioniranja elektrohidravličnega servosistema v stacionarnem stanju

MIŠO RIBARIČ — LEON ŽLAJPAH

## 1. UVOD

Ena od značilnosti krmilnega pozicionirnega sistema je tudi napaka pozicioniranja v stacionarnem stanju. V našem primeru smo obravnavali elektrohidravlični krmilni sistem, katerega del je diferencialni hidravlični valj kot motor. Na napako pozicioniranja batnice z bremenom vplivajo med drugim vrsta in ojačenje regulatorja, notranje puščanje hidravličnega valja, resolucija senzorja, mrtvi gib servoventila, nelinearnost servoventila. V članku smo se omejili na analizo vpliva notranjega puščanja in parametrov sistema, od katerih je notranje puščanje odvisno od asimetričnosti diferencialnega hidravličnega valja, zunanje sile in sile trenja.

Zanimala nas je odvisnost napake stacionarnega stanja od navedenih parametrov in njena fizikalna razloga. Pri odgovoru na ta vprašanja smo si pomagali s simulacijo krmilnega servosistema na digitalnem računalniku, kjer smo opazovali statično in dinamično obnašanje sistema. Ker matematični model krmilnega servosistema, na podlagi katerega smo simulirali, eksplicitno ne podaja odvisnosti stacionarne napake od prej omenjenih parametrov, smo tudi analitično razvili enačbe teh odvisnosti.

Obračnavana struktura krmilnega sistema in številne vrednosti parametrov ustrezajo eni od prostostnih stopenj hidravličnega industrijskega robota, ki ga razvijamo.

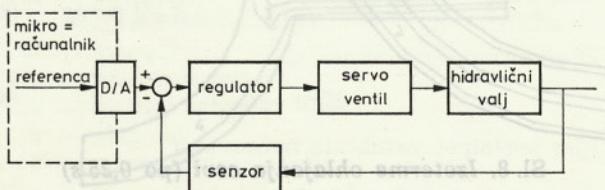
## 2. UPORABLJENE OZNAČBE

- $A_1$  — } dejanska površina bata ( $m^2$ )
- $A_2$  — } napaka pozicioniranja v stacionarnem stanju (m)
- $e$  — napaka pozicioniranja (m)
- $e_c$  — napaka poz. zaradi asimetričnosti valja (m)
- $e_f$  — napaka pozic. zaradi zunane sile (m)
- $e_{tr}$  — napaka pozic. zaradi sile suhega trenja (m)
- $e_{trz}$  — } mejni vrednosti napake pozicioniranja
- $e_{trs}$  — } zaradi suhega trenja (m)
- $e_{zač}$  — } začetna in končna napaka pozicioniranja
- $e_{kon}$  — } nja po spremembi reference (m)
- $F_a$  — aktivna sila (N)
- $F_n$  — normalna sila (N)
- $F_z$  — zunana sila (N)
- $F_c$  — sila suhega trenja (N)
- $F_{co}$  — sila suhega trenja v mirovanju (N)
- $F_{vis}$  — sila viskoznega trenja (N)
- $K_p$  — ojačenje regulatorja (—)

- $K_{pq}$  — koeficient notranjega puščanja hidravličnega valja ( $m^3/sPa$ )
- $K_v$  — ojačenje servoventila ( $m^3/sV$ )
- $K_x$  — ojačenje senzorja ( $V/m$ )
- $K_{vis}$  — koeficient viskoznega stanja ( $Ns/m$ ), ( $Ns$ )
- $\mu$  — koeficient suhega trenja pri gibanju (—)
- $\mu_0$  — koeficient suhega trenja pri mirovanju (—)
- $p_1$  — tlak v valju na strani 1 (Pa)
- $p_2$  — tlak v valju na strani 2 (Pa)
- $p_n$  — imenski tlak servoventila (Pa)
- $p_r$  — tlak rezervoarja (Pa)
- $p_s$  — sistemski tlak (Pa)
- $Q_n$  — imenski pretok servoventila ( $m^3/s$ )
- $Q_i$  — pretok notranjega puščanja ventila ( $m^3/s$ )
- $Q_1$  — pretok na 1. vhodu valja ( $m^3/s$ )
- $Q_2$  — pretok na 2. vhodu valja ( $m^3/s$ )
- $x$  — pozicija batnice (m)
- $\dot{x}$  — hitrost batnice (m/s)
- $\ddot{x}$  — pospešek batnice ( $m/s^2$ )

## 3. OPIS SISTEMA IN OPREDELITEV PROBLEMA

Na sliki 1 je prikazana bločna shema pozicionirnega hidravličnega krmilnega sistema. Sestavlja ga regulator, elektromagnetni servoventil, diferencialni hidravlični valj z bremenom, pri katerem je upoštevano notranje puščanje, zunana sila, sila trenja in pozicijski senzor v povratni zvezi. Referenco daje računalnik in je diskretna veličina.



Sl. 1. Bločna shema pozicionirnega hidravličnega krmilnega sistema

Takšen analogni pozicionirni sistem je običajen pri obdelovalnih strojih, simulatorjih leta, robotih, skratka v primerih, ko želimo s hidravliko pozicionirati neko breme.

V članku bomo pokazali vpliv notranjega puščanja in parametrov, ki nanj vplivajo, na napako pozicioniranja v stacionarnem stanju.

Napako stacionarnega stanja  $E_{ss}$  definiramo s teoremom končnih vrednosti

$$E_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) \quad (1)$$

Pri tem je  $E(s)$  Laplaceov transform funkcije  $e(t)$ , ki je razlika med referenco  $r(t)$  in lego  $x(t)$ .

#### 4. NOTRANJE PUŠČANJE

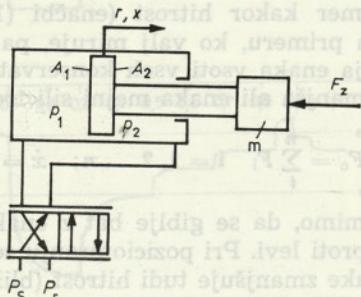
V praksi se pokaže, da pride med obema komorama hidravličnega valja (slika 2) do puščanja, ki ga imenujemo notranje puščanje valja. Velikost notranjega puščanja je odvisna od načina tesnjena in razlike tlakov v komorah. Puščanje opišemo z enačbo

$$Q_i = K_{pq} (p_1 - p_2) \quad (2)$$

kjer je  $K_{pq}$  koeficient notranjega puščanja.

Razliko tlakov v komorah povzročajo naslednji parametri:

- asimetričnost površin diferencialnega valja,
- zunanjega sila,
- sila trenja.



Sli. 2. Hidravlični valj z bremenom in servoventilom

##### 4.1. Asimetričnost hidravličnega valja

Asimetričnost hidravličnega valja se kaže v razliki dejanskih površin  $A_1$  in  $A_2$  bata valja. Stanje sistema je:

$$K_{pq} \neq 0; \dot{x} = 0; F_z = 0; F_{tr} = 0; A_1 > A_2 \quad (3)$$

Nastavimo enačbo ravnotežja sil in iz nje izrazimo tlak  $p_1$

$$p_1 = \frac{A_2}{A_1} p_2 \quad (4)$$

Ker velja, da je  $A_1 > A_2$ , je tlak  $p_2$  večji od tlaka  $p_1$ . Posledica tega je pretok olja  $Q_i$  iz desne v levo komoro valja in pomik bata v desno. Pozicionirni sistem registrira ta pomik in nadomešča izgubni pretok  $Q_i$  s tem, da odpre servoventil s krmilnim signalom, ki je sorazmeren napaki.

Ker imamo vedno pretok  $Q_i$ , imamo vedno tudi napako. Napaka pozicioniranja je v obravnavanem primeru negativna. Iz enačbe ravnotežja sil

$$p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2 = 0 \quad (5)$$

in enačbe pretokov

$$Q_1 = Q_2 = Q_i \quad (6)$$

pri čemer smo zanemarili zunanje puščanje, ter enačb za padec tlaka na servoventilu

$$Q_1 = \begin{cases} K_v \cdot U \sqrt{(p_s - p_1)/p_n} & e > 0 \\ 0 & e = 0 \\ K_v \cdot U \sqrt{(p_1 - p_2)/p_n} & e < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$Q_2 = \begin{cases} K_v \cdot U \sqrt{(p_2 - p_r)/p_n} & e > 0 \\ 0 & e = 0 \\ K_v \cdot U \sqrt{(p_s - p_2)/p_n} & e < 0 \end{cases} \quad (8)$$

izpeljemo enačbo za napako pozicioniranja zaradi notranjega puščanja, ki ga povzroča razlika dejanskih površin hidravličnega valja:

$$e_c = \frac{K_{pq}}{K_v K_p K_x} \frac{(1-R)(p_s + p_r)}{\sqrt{\frac{(p_s - R \cdot p_r)}{p_n} (1+R)}} \quad (9)$$

kjer je

$$R = \frac{A_1}{A_2} \quad (10)$$

Z večanjem razmerja  $R$  se veča napaka pozicioniranja. Če je valj simetričen ( $R = 1$ ), je napaka enaka nič. Obstaja torej neka napaka stacionarnega stanja, zaradi geometrijskih lastnosti valja.

##### 4.2. Zunanja sila

V sistem uvedemo zunanjo silo  $F_z$ . Naj bo stanje sistema

$$K_{pq} \neq 0; \dot{x} = 0; F_z \neq 0; F_{tr} = 0 \quad (11)$$

Podobno kakor prej nastavimo enačbo ravnotežja sil

$$p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2 - F_z = 0 \quad (12)$$

Iz enačbe pretokov (6), enačbe ravnotežja sil (12) in enačb za pretok skozi servoventil (7) in (8) izpeljemo napako stacionarnega stanja zaradi zunanje sile  $F_z$ .

$$e_f = \begin{cases} \frac{K_{pq}}{K_v K_p K_x} \frac{\left( \frac{(1-R)}{(1+R)} \left( p_s + p_r - \frac{F_z}{A_1} \right) + \frac{F_z}{A_1} \right)}{\sqrt{p_s - R \cdot p_r + \frac{F_z}{A_2}}; F_z > W} \\ 0 \\ \frac{K_{pq}}{K_v K_p K_x} \frac{\left( \frac{(1-R)}{(1+R)} \left( p_s + p_r - \frac{F_z}{A_1} \right) + \frac{F_z}{A_1} \right)}{\sqrt{R \cdot p_s - p_r - \frac{F_z}{A_2}}; F_z < W} \end{cases} \quad (13)$$

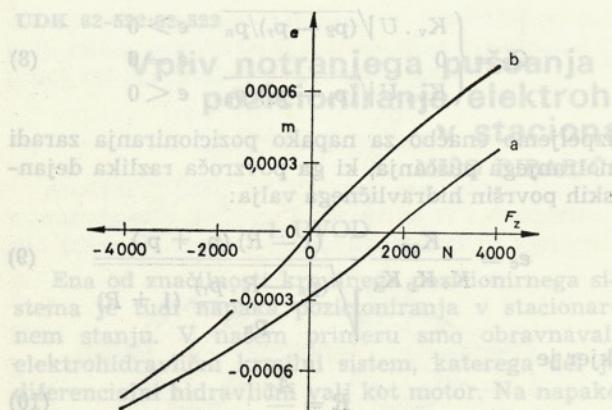
Pri tem je

$$W = \frac{A_2}{2} (R - 1) (p_s + p_r) \quad (14)$$

Pogoj, da lahko valj premika breme, je

$$A_1 \cdot p_r - A_2 \cdot p_s < F_z < A_1 \cdot p_s - A_2 \cdot p_r \quad (15)$$

Na sliki 3 je prikazana odvisnost stacionarne napake od zunanje sile. Dopustno območje zunanje sile je hkrati območje diagrama.



Sl. 3. Ovisnost stacionarne napake pozicioniranja od zunanje sile

- a)  $A_1 > A_2$    b)  $A_1 = A_2$

#### 4.3. Sila trenja

V realnem hidravličnem valju se vedno pojavlja neko trenje, ki ga pri natančni obravnavi lastnosti servosistema ne moremo zanemariti. Sila trenja je nekonservativna sila, kar pomeni, da le zmanjšuje energijo sistema, ne more pa mu je dajati (pretvarja kinetično energijo v toplotno). Silo trenja lahko v našem primeru delimo na silo suhega trenja (Coulombsko trenje) in viskozno trenje (Newtonsko trenje).

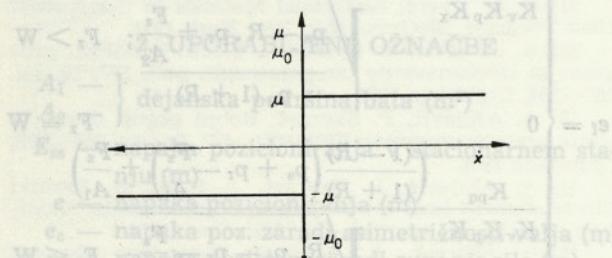
##### 4.3.1. Suhu trenje

Silo suhega trenja izrazimo s koeficientom suhega trenja in normalno silo  $F_n$ , ki deluje med dotikajočima se predmetoma.

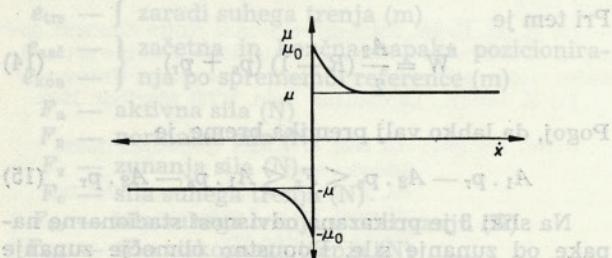
$$F_c = \mu F_n \quad \dot{x} < 0 \quad (16)$$

$$-\mu_0 F_n < F_c < \mu_0 F_n \quad \dot{x} = 0 \quad (17)$$

$$F_c = -\mu F_n \quad \dot{x} > 0 \quad (18)$$



Sl. 4. Poenostavljen prikaz ovisnosti koeficiente suhega trenja od hitrosti



Sl. 5. Ovisnost koeficiente suhega trenja od hitrosti

Enačbe (16), (17) in (18) so poenostavitev dejanskega stanja. Naš poenostavljeni model prikazuje sliko 4, slika 5 pa prikazuje realno odvisnost koeficiente suhega trenja od hitrosti.

Suhu trenje je mogoče popisati tudi z bolj ustreznimi enačbami, ki pa jih za razlogo načela vpliva sile trenja na stacionarno napako tukaj nismo navajali.

Poglejmo, kako lahko v našem primeru razlagamo delovanje suhega trenja  $F_c$ . Stanje sistema je

$$Q_i \neq 0; F_z = 0; F_{tr} \neq 0 \quad (19)$$

Razlikujemo primera, ko se bat giblje ( $\dot{x} \neq 0$ ) in ko miruje ( $\dot{x} = 0$ ). V prvem primeru deluje sila trenja kot neka konstantna zunanjega sila, ki ima nasprotno smer kakor hitrost (enačbi (16) in (18)). V drugem primeru, ko valj miruje, pa je sila suhega trenja enaka vsoti vseh konservativnih sil in je vedno manjša ali enaka mejni sili trenja  $F_{co}$ .

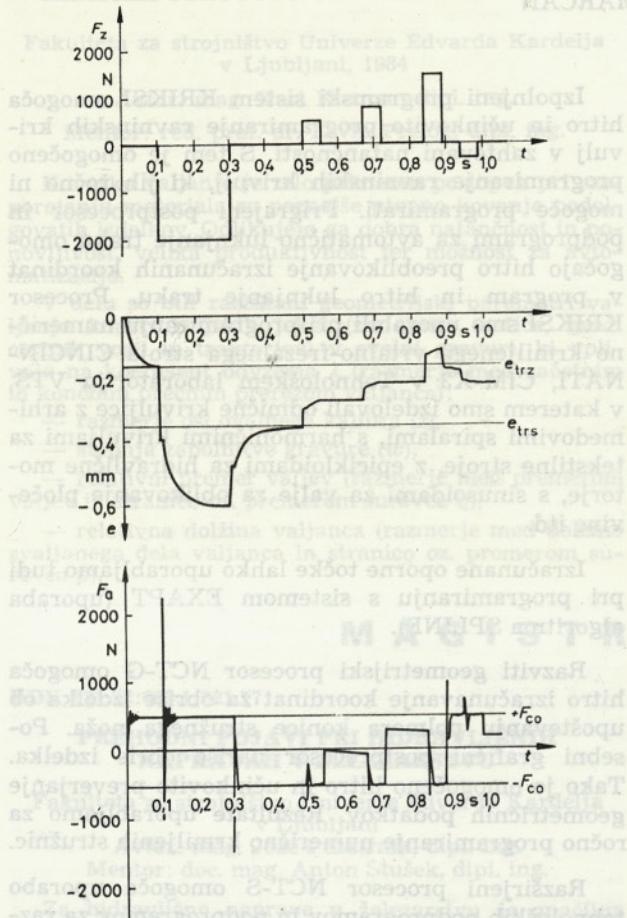
$$F_c = \sum_i^n F_i \quad i = 1, 2 \dots n; \quad \dot{x} = 0 \quad (20)$$

Privzemimo, da se giblje bat z enako hitrostjo od desne proti levi. Pri pozicioniranju se z manjšanjem napake zmanjšuje tudi hitrost (bližamo se referenčni točki). Pri tem se tlak  $p_1$  povečuje, tlak  $p_2$  pa znižuje. Ko vsota konservativnih sil pada pod vrednost  $F_c$  (aktivna sila  $F_a$  postane negativna), se breme z nekim pojmom ustavi. Če privzamemo, da je pri tem hitrost infinitezimalno majhna, se bo bat ustavil takoj. Pri tem je sila trenja povzročila neko dodatno razliko tlakov in s tem pretok notranjega puščanja, kar daje stacionarno napako.

$$e_{tr} = \begin{cases} \frac{K_{pq}}{K_v K_p K_x} \frac{\left( (1-R) \left( p_s + p_r - \frac{|F_{co}|}{A_1} \right) + \frac{|F_{co}|}{A_1} \right)}{\sqrt{p_s - R \cdot p_r + \frac{|F_{co}|}{A_2}}} & e_{zač} < e_{kon} \\ \frac{K_{pq}}{K_v K_p K_x} \frac{\left( (1-R) \left( p_s + p_r + \frac{|F_{co}|}{A_1} \right) - \frac{|F_{co}|}{A_1} \right)}{\sqrt{R \cdot p_s - p_r + \frac{|F_{co}|}{A_2}}} & e_{zač} > e_{kon} \end{cases} \quad (21)$$

Enačba (21) daje mejni napaki, ki ju povzroča suhu trenje v odvisnosti od smeri pozicioniranja. V primeru, da hitrost ob izpolnitvi pogoja  $F_c > \sum_i^n F_i$  ni zanemarljivo majhna, se bo valj ustavil nekje v prej definiranem območju. Stacionarna napaka zaradi suhega trenja torej leži v mejah, ki ju določa enačba (21). V primeru, ko bat miruje v območju zgoraj definirane napake, mora vsota konservativnih sil preseči silo suhega trenja  $F_{co}$ , da bi

se bat premaknil. Če je ta pogoj izpolnjen dovolj časa, se bo napaka povečala prek mejne napake, kar bo povzročilo ponovno pozicioniranje, kakor smo ga opisali prej, v nasprotnem primeru pa se bo napaka spremenila in ostala v definiranem območju napake zaradi sile suhega trenja.



Sl. 6. Zunanja sila, napaka pozicioniranja in aktivna sila

Na sliki 6 so prikazane napaka, zunanja sila in aktivna sila v odvisnosti od časa. Vidi se pomikanje napake v zgoraj definiranih mejah, ko obremenjujemo sistem z različnimi impulzi sile. Ker spremnjanje zunanje sile, sile trenja in tlakov v komorah valja po času ni deterministično (parametrov ni mogoče deterministično opisati), lahko govorimo o napaki zaradi sile trenja kot o ponovljivosti sistema. Ne vemo torej natančno, kolikšna bo stacionarna napaka, vemo pa, da bo v zgoraj definiranih mejah. Ko smo simulirali to dogajanje na računalniku, smo iz enakih začetnih pogojev prišli vedno do enake napake, kar je razumljivo. Imamo namreč determinističen model servosistema. V resnici pa so parametri naključne narave. Kje se bo v prej definiranem območju bat zares ustavil, ni mogoče z govorostjo trditi.

### 4.3.2. Viskozno trenje

Viskozno trenje povzroča fluid, ki leži med dve ma ploskvama, in je prenosorazmerno koeficientu viskoznega trenja  $K_{vis}$  ( $Ns/m$ ) in relativni hitrosti  $x$  med gibajočima se ploskvama

$$F_{vis} = -K_{vis} \dot{x} \quad (22)$$

V našem primeru, ko obravnavamo napako pozicioniranja v stacionarnem stanju, sta hitrost in s tem tudi sila viskoznega trenja enaki nič. V primeru, ko je hitrost različna od nič, deluje sila viskoznega trenja v enačbah na istih mestih kakor zunanja sila.

### 5. SKLEP

Analiza parametrov, ki vplivajo na velikost preteka notranjega puščanja v hidravličnem valju in s tem na napako pozicioniranja v stacionarnem stanju, je pokazala, da se pojavlja napaka determinističnega in stohastičnega značaja.

Deterministični del je ob dobrem poznavanju funkcijskih odvisnosti notranjega puščanja, zunanje sile in sile suhega trenja mogoče odpraviti s popravljanjem reference. Deterministično napako je mogoče odpraviti, oziroma se sploh ne pojavi, če programiramo gibanje bremena s pomočjo neke zunanje pozicijske povratne zanke (to sme biti tudi človek), ki vodi breme natančneje, kakor bi to zmorel sam sistem, kateri pa si zapomni trenutne reference. Zunanj pozicijsko povratno zanko pri tem uporabimo le pri učenju — programiraju delovne naloge.

Stohastični del napake, ki ga povzroča suho (coulombsko) trenje, se v literaturi večkrat skriva za izrazom ponovljivost. Mogoče ga je zmanjšati z zmanjšanjem trenja, kar pa povzroča velike tehnične in finančne težave. Treba bo vložiti še precej napora, da bo mogoče za sprejemljive stroške obvladati ta del napake pozicioniranja v stacionarnem stanju. Suho trenje dela težave pri majhnih hitrostih, natančneje na meji med mirovanjem in gibanjem, pri večjih hitrostih pa večjih težav ni.

Glede na to, da ves čas govorimo o napaki pozicioniranja v stacionarnem stanju, velja povedati, da je naš matematični model dinamičen in je mogoče analizirati tudi prehodne pojave.

Nadaljnje delo bo vloženo v evaluacijo modela. Rezultati prvih merjenj so obetavni in kažejo na to, da model v osnovi velja.

### LITERATURA

- [1] W. Backé, Servohydraulik, RWTH Aachen, 1979.
  - [2] J. F. Blackburn, G. Reethof, J. L. Shearer, Fluid Power Control, M.I.T. Press, 1960.
  - [3] P. Dransfield, Hydraulic Control System — Design and Analysis of Their Dynamics, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1981.
  - [4] J. Peklenik, Z. Karlož, Uvod v tehnično kibernetiko, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana 1980.
  - [5] K. Voronjac, N. Obradović, Mehanika fluida, Građevinska knjiga, Beograd 1979.
- Naslov avtorjev: Mišo Ribarič, dipl. inž. stroj.  
predavanje na področju hidraulike  
Leon Žlajpah, dipl. inž.  
oba: Inštitut Jožef Stefan, Ljubljana