

UDK 62-522:62-82

Matematični model hidravličnega valja s servoventilom in njegovo vrednotenje

MIŠO RIBARIČ

1. UVOD

Analiza in sinteza hidravličnih servosistemov se vse bolj opira na simuliranje z digitalnim računalnikom, za kar so med drugimi naslednji razlogi:

- a — nelinearne diferencialne enačbe, ki popisujejo obravnavani objekt, so razmeroma preprosto rešljive z numeričnimi metodami;
- b — splošna razširjenost digitalnih računalnikov;
- c — možnost povezovanja posameznih programov v programske pakete, ki omogočajo združitev obravnave mehanskega, regulacijskega in krmilnega nivoja.

Ne glede na stopnjo kompleksnosti simulirnega programa je razvojni inženir z njim pridobil močno orodje, ki mu omogoča uspenejše, hitrejše in cenejše načrtovanje.

Natančnost simuliranja je odvisna od natančnosti matematičnega modela in poznavanja parametrov sistema. V našem prispevku obravnavamo matematični model hidravličnega valja s servoventilom in njegovo vrednotenje kakor tudi postopek določitve suhega in viskoznega trenja ter koeficiente notranjega puščanja hidravličnega valja. Teh parametrov izdelovalci običajno ne podajajo, so pa nujno potrebni za simuliranje.

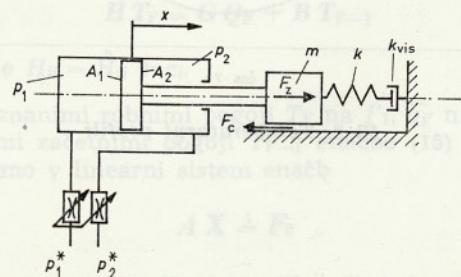
2. UPORABLJENE OZNAČBE

- A_1 — koristna ploskev bata (m^2)
- A_2 — koristna ploskev bata (m^2)
- h — giblaj hidravličnega valja (m)
- V_1 — prostornina komore hidravličnega valja (m^3)
- V_2 — prostornina komore hidravličnega valja (m^3)
- A_{C1} — prerez cevi (m^2)
- A_{C2} — prerez cevi (m^2)
- l_{c1} — dolžina cevi (m)
- l_{c2} — dolžina cevi (m)
- p_1 — tlak v hidravličnem valju (Pa)
- p_2 — tlak v hidravličnem valju (Pa)
- p_1 — delovni tlak somerenga hidravličnega valja (Pa)
- p_s — sistemski tlak (Pa)
- p_r — tlak rezervoarja (Pa)
- p_n — imenski tlak servoventila (Pa)
- p_1^* — vstopni tlak servoventila (Pa)
- p_2^* — izstopni tlak servoventila (Pa)
- F_z — zunanjia sila (N)
- F_c — sila suhega trenja (N)
- F_{vis} — sila viskoznega trenja (N)

- Q_1 — pretok olja v hidravličnem valju (m^3/s)
- Q_2 — pretok olja v hidravličnem valju (m^3/s)
- Q_L — notranje puščanje (m^3/s)
- Q_n — imenski pretok servoventila (m^3/s)
- F_v — sila vzmeti (N)
- k_{vis} — koeficient viskoznega trenja (Ns/m)
- k — togost vzmeti (N/m)
- K_L — koeficient notranjega puščanja ($m^3/s \text{ Pa}$)
- K_v — ojačanje servoventila ($m^3/s A$)
- K — odprtje servoventila (—)
- K_0 — negativno prekritje servoventila (—)
- x — lega batnice (m)
- \dot{x} — hitrost (m/s)
- \ddot{x} — pospešek (m²/s)
- t — čas (s)
- Δt — časovni interval (s)
- T_v — časovna konstanta servoventila (s)
- i — napajalni tok servoventila (A)
- i_0 — pozitivno prekritje servoventila (A)
- i_{max} — nasičenje servoventila (A)
- B — elastični modul olja (Pa)

3. MATEMATIČNI MODEL

Obravnavani sistem (sl. 1) obsega breme, hidravlični valj in servoventil. Enačbe so razvite za diferencialni hidravlični valj. Za nihajni hidromotor veljajo analogne enačbe. Model obsega nelinearnosti, ki jih povzročajo trenje, prekritje servoventila, nelinearna odvisnost pretoka olja od razlike tlakov ter nesometnost hidravličnega valja. Enačbe so napisane v obliku, primerni za uporabo na digitalnem računalniku. V diferencialnih enačbah so eksplicitno izraženi najvišji odvodi, nižje je mogoče razmeroma preprosto izračunati z numeričnim integriranjem. Za reševanje sistema diferencialnih enačb, ki popisujejo naš sistem, uporabljamo metodo prostora stanja, ki za razliko od dinamične analize sistemov v časovnem prostoru (prenosne funkcije) in frekvenčnem prostoru (frekvenčni odzivi) omogoča opazovanje nelinearnih sistemov.



Sl. 1. Hidravlični valj z bremenom in servoventilom

3.1. Breme

Breme je podano z reducirano maso, silo vzmeti, silo suhega in viskoznega trenja ter zunano silo. Predpostavljena je sorazmerna odvisnost sile vzmeti od pomika:

$$F_v = k X \quad (1)$$

Za silo suhega (Coulombskega) trenja smo postavili enačbo (2). Širša obravnava suhega trenja v hidravličnih servosistemih je podana v literaturi [1], str. 290; [2], str. 227; [3].

$$F_c = \begin{cases} -\operatorname{sgn}(\dot{x}) F_{c0} & ; \dot{x} \neq 0 \\ -F_{rez} & ; F_{rez} \leq F_{c0}; \dot{x} = 0 \\ -\operatorname{sgn}(F_{rez}) F_{c0} & ; F_{rez} \geq F_{c0}; \dot{x} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

F_{c0} označuje silo suhega trenja med gibanjem, F_{rez} pa rezultanto vseh sil razen sile suhega trenja.

Sila viskoznega (Newtonskoga) trenja je sorazmerna hitrosti in je enaka:

$$F_{vis} = -k_{vis} \dot{x} \quad (3)$$

Zunanja sila, označena z F_z , je sila, s katero oklica deluje na breme. To je na primer sila teže, vzgona, elektromagnetna sila ali pa sila, ki se pojavi pri odrezovanju, če imamo v mislih odrezovalni stroj.

3.2. Hidravlični valj

Za hidravlični valj veljajo naslednji pretočni enačbi:

$$Q_1 = A_1 \dot{x} + K_L(p_1 - p_2) + \frac{V_1}{B} \dot{p}_1 \quad (4)$$

$$Q_2 = A_2 \dot{x} + K_L(p_1 - p_2) - \frac{V_2}{B} \dot{p}_2 \quad (5)$$

Privzeli smo, da je notranje puščanje Q_L sorazmerno odvisno od razlike tlakov p_1 in p_2 v hidravličnem valju. Takšno odvisnost navaja večina avtorjev ([1], str. 166; [2], str. 272; [4], str. 112 do 114; [5], str. 500). Naše meritve tega ne potrjujejo v celoti. Tudi J. F. Blackburn [5] navaja, da je lahko notranje puščanje eksponentno odvisno od razlike tlakov, v nekaterih primerih pa tudi od hitrosti. Vprašanje notranjega puščanja je torej odprto. Iz pretočnih enačb (4) in (5) je mogoče izraziti tlaka p_1 in p_2 :

$$p_1 = \int \frac{B}{V_1} (Q_1 - A_1 \dot{x} - K_L(p_1 - p_2)) dt \quad (6)$$

$$p_2 = \int \frac{B}{V_2} (-Q_2 + A_2 \dot{x} - K_L(p_1 - p_2)) dt \quad (7)$$

Iz enačbe ravnotežja sil na batnici pa ob predpostavki, da je vez med bremenom in batnico toga, izrazimo pospešek batnice (breme smo združili s hidravličnim valjem):

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (A_1 p_1 - A_2 p_2 - k_{vis} \dot{x} - k x - F_c + F_z) \quad (8)$$

3.3. Servoventil

Za servoventil smo postavili, da je zakasnili člen prvega reda, kar se dobro ujema z dejanskim obnašanjem servoventilov. Pretok olja skozi servoventil je odvisen od konstante ventila K_v , odprtja (krmilnega toka), razlike tlakov in časovne konstante ventila, kar popisujeta enačbi (9) in (10)

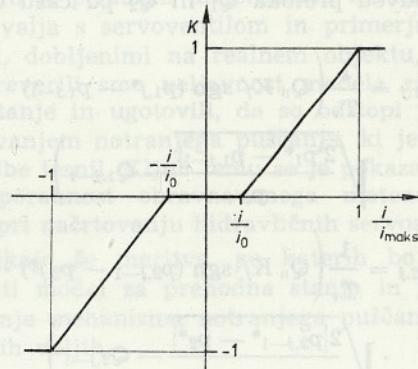
$$Q_1 = \operatorname{sgn}(p_1^* - p_1) K' Q_n \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_v}\right)\right) \sqrt{\frac{2|p_1^* - p_1|}{p_n}} \quad (9)$$

$$Q_2 = \operatorname{sgn}(p_2 - p_2^*) K' Q_n \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_v}\right)\right) \sqrt{\frac{2|p_2 - p_2^*|}{p_n}} \quad (10)$$

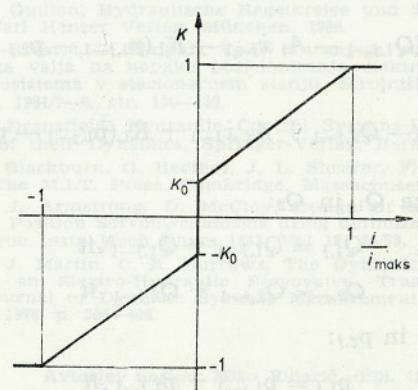
Tlaka p_1^* in p_2^* sta odvisna od krmilnega toka servoventila kakor ju podajata enačbi (11) in (12).

$$p_1^* = \begin{cases} p_s & ; i > 0 \\ 0 & ; i = 0 \\ p_r & ; i < 0 \end{cases} \quad (11) \quad p_2^* = \begin{cases} p_r & ; i > 0 \\ 0 & ; i = 0 \\ p_s & ; i < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Absolutna vrednost odprtja, $K' = K$, je odvisna od konstrukcije servoventila. Za ventile z ničelnim in pozitivnim prekritjem velja enačba (13) (sl. 2), za servoventil z negativnim prekritjem pa enačba (14) (sl. 3).



Sl. 2. Značilnica servoventila s pozitivnim prekritjem



Sl. 3. Značilnica servoventila z negativnim prekritjem

$$K = \begin{cases} 0 & ; |i| \leq i_0 \\ \frac{i - \operatorname{sgn}(i) i_0}{i_{\max} - i_0} & ; i_0 < |i| < i_{\max} \\ \operatorname{sgn}(i) & ; i_{\max} \leq |i| \end{cases} \quad (13)$$

$$K = \begin{cases} \operatorname{sgn}(i) K_0 + (1 - K_0) \frac{i}{i_{\max}} & ; |i| < i_{\max} \\ \operatorname{sgn}(i) & ; |i| \geq i_{\max} \end{cases} \quad (14)$$

3.4. Prireditev enačb modela diskretni simulaciji

Enačbe (16) do (32) podajajo obravnavani hidravlični sistem v poljubnem časovnem koraku j .

Vstopna tlaka p_1^* in p_2^* :

$$p_{1,j}^* = \begin{cases} p_s & ; i_j > 0 \\ 0 & ; i_j = 0 \\ p_r & ; i_j < 0 \end{cases} \quad (15) \quad p_{2,j}^* = \begin{cases} p_r & ; i_j > 0 \\ 0 & ; i_j = 0 \\ p_s & ; i_j < 0 \end{cases} \quad (16)$$

Absolutna vrednost odprtja ventila s pozitivnim prekritjem:

$$K_j' = \begin{cases} 0 & ; |i_j| \leq i_0 \\ \frac{|i_j| - i_0}{i_{\max} - i_0} & ; i_0 < |i_j| < i_{\max} \\ 1 & ; i_{\max} \leq |i_j| \end{cases} \quad (17)$$

Prvi odvod pretoka Q_1 in Q_2 po času ob času $t = 0$:

$$\dot{Q}_{1,j} = \frac{1}{T_v} \left(Q_n K_j' \operatorname{sgn}(p_{1,j}^* - p_{1,j-1}) \cdot \sqrt{\frac{2|p_1^* - p_{1,j-1}|}{p_n}} - Q_{1,j-1} \right) \quad (18)$$

$$\dot{Q}_{2,j} = \frac{1}{T_v} \left(Q_n K_j' \operatorname{sgn}(p_{2,j-1}^* - p_{2,j}^*) \cdot \sqrt{\frac{2|p_{2,j-1}^* - p_{2,j}^*|}{p_n}} - Q_{2,j-1} \right) \quad (19)$$

Prvi odvod tlakov p_1 in p_2 po času:

$$\dot{p}_{1,j} = \frac{B}{V_1} (Q_{1,j-1} - A_1 \dot{x}_{j-1} - K_L(p_{1,j-1} - p_{2,j-1})) \quad (20)$$

$$\dot{p}_{2,j} = \frac{B}{V_2} (-Q_{2,j-1} + A_2 \dot{x}_{j-1} + K_L(p_{1,j-1} - p_{2,j-1})) \quad (21)$$

Pretoka Q_1 in Q_2 :

$$Q_{1,j} = Q_{1,j-1} + \dot{Q}_{1,j-1} \Delta t \quad (22)$$

$$Q_{2,j} = Q_{2,j-1} + \dot{Q}_{2,j-1} \Delta t \quad (23)$$

Tlaka $p_{1,j}$ in $p_{2,j}$:

$$p_{1,j} = p_{1,j-1} + \dot{p}_{1,j-1} \Delta t \quad (24)$$

$$p_{2,j} = p_{2,j-1} + \dot{p}_{2,j-1} \Delta t \quad (25)$$

Posešek batnice \ddot{x}_j :

$$\ddot{x}_j = \frac{1}{m} (A_1 p_{1,j} - A_2 p_{2,j} - k_{\text{vis}} \dot{x}_{j-1} - F_{c,j-1} + F_{z,j} - k x_{j-1}) \quad (26)$$

Hitrost batnice \dot{x}_j :

$$\dot{x}_j = \dot{x}_{j-1} + \ddot{x}_{j-1} \Delta t \quad (27)$$

Lega batnice x_j :

$$x_j = x_{j-1} + \dot{x}_{j-1} \Delta t \quad (28)$$

Čas t_j :

$$t_j = t_{j-1} + \Delta t \quad (29)$$

Rezultanta vseh na batnico delujočih sil $F_{\text{rez},j}$, razen sile suhega trenja:

$$F_{\text{rez},j} = (A_1 p_{1,j} - A_2 p_{2,j} - k_{\text{vis}} \dot{x}_j + F_{z,j} - k x_j) \quad (30)$$

Sila suhega trenja $F_{c,j}$:

$$F_{c,j} = \begin{cases} -\operatorname{sgn}(x_j) F_{c0} & ; \dot{x}_j \neq 0 \\ -F_{\text{rez},j} & ; F_{\text{rez},j} \leq F_{c0} ; \dot{x}_j = 0 \\ -\operatorname{sgn}(F_{\text{rez},j}) F_{c0} & ; F_{\text{rez},j} > F_{c0} ; \dot{x}_j = 0 \end{cases} \quad (31)$$

4. Vrednotenje modela hidravličnega sistema

Merili smo na pozicionirnem hidravličnem servosistemu z regulatorjem P . Merili smo tlake na vhodih servoventila in lego batnice hidravličnega valja. Merili smo na somernem hidravličnem valju in nihajnjem hidromotorju.

Podatki za motorje in servoventile:

— hidravlični valj vrste Parker $\varnothing 40/18$

$$A_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$h = 0,21 \text{ m}$$

$$F_{c0} = 100 \text{ N}$$

$$k_{\text{vis}} = 1000 \text{ Ns/m}$$

$$l_{c1} = l_{c2} = 0,3 \text{ m}$$

$$A_{c1} = A_{c2} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

— nihajni hidromotor Bird Johnson SS-1A-280

$$A_1 = A_2 = 1,96 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ rad}^{-1} \quad \text{— specifična prostornina}$$

$$h = 4,89 \text{ rad}$$

$$F_{c0} = 5,9 \text{ Nm}$$

$$k_{\text{vis}} = 6,6 \text{ Nms/rad} \quad \text{— gibljaj}$$

$$F_{c0} = 5,9 \text{ Nm} \quad \text{— moment}$$

$$k_{\text{vis}} = 6,6 \text{ Nms/rad} \quad \text{— suhega trenja}$$

$$k_{\text{vis}} = 6,6 \text{ Nms/rad} \quad \text{— koeficient viskoznega trenja}$$

$$l_{c1} = l_{c2} = 0,8 \text{ m}$$

$$A_{c1} = A_{c2} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

— servoventil MOOG 062

$$Q_n = 6,67 \cdot 10^{-4}, 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$p_n = 7,10^6 \text{ Pa}$$

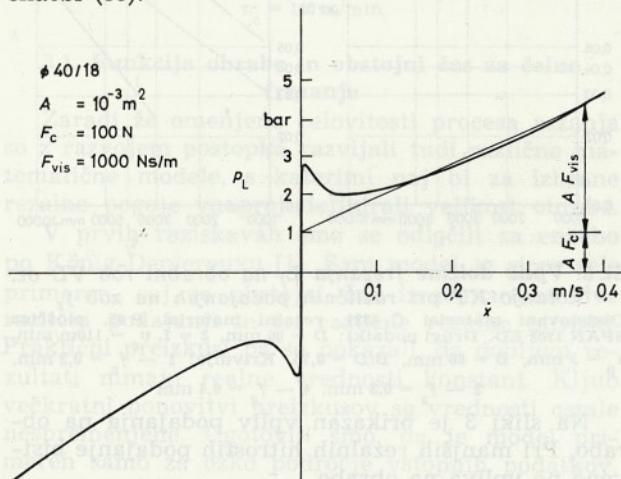
$$T_v = 1 \text{ ms}$$

$$i_{\max} = 50 \text{ mA}$$

Razpr. 1: Primerjalna tabela izmerjenih in izračunanih hitrosti in delovnih tlakov

Vrsta motorja	K	Q_n m^3/s	Vstopne veličine za model hidravličnega sistema				Izstopni veličini			
			K_L $\text{m}^3/\text{s Pa}$	F_z N, Nm	p_s bar	p_r bar	p_L bar	x $\text{m/s}, \text{rad/s}$	izmerek	izraču- nano
Hidravlični valj			$2,7 \cdot 10^{-10}$	0	64,4	2,0	3,9	3,7	0,33	0,34
Parker $\emptyset 40/18$	$6,67 \cdot 10^{-4}$		$2,7 \cdot 10^{-10}$	0	45,6	2,0	3,3	3,3	0,27	0,27
$\emptyset 40/18$	0,71		$2,4 \cdot 10^{-10}$	0	27,0	2,0	2,8	2,7	0,20	0,2
Hidromotor Bird			$1,93 \cdot 10^{-11}$	0	59,0	3,0	21	21,3	6,5	6,5
Johnson SS-1A-280		$3,33 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{-11}$	5	59,0	3,0	23,5	25	6,7	6,6

Podatke za suho trenje in koeficient viskoznega trenja smo določili z meritvami. Merili smo razliko tlakov v neobremenjenem hidravličnem valju v odvisnosti od hitrosti batnice. Slika 4 prikazuje omenjeno odvisnost za hidravlični valj. Na enak način smo dobili podatke za nihajni hidromotor. Koeficient notranjega puščanja smo izračunali po enačbi (33).



Sl. 4. Ovisnost delovnega tlaka od hitrosti za neobremenjen hidravlični valj vrste Parker Ø 40/18

$$K_L = \frac{1}{p_1} \left(K' Q_n \sqrt{\frac{2}{p_n} (p_s - p_1) - A_1 \dot{x}} \right) \quad (32)$$

V razpredelnici 1 so za primerjavo prikazane izmerjene in izračunane veličine pri konstantnem odprtju v stacionarnem stanju. Rezultati se dobro ujemajo, vendar je treba poudariti, da se koeficient notranjega puščanja nekoliko spreminja, kar je

v danem izračunu upoštevano. S tem smo pokazali, da lahko, predvsem zaradi nenatančnega poznavanja notranjega puščanja, simulirani rezultati odstopajo od realnih.

5. Sklep

V delu je prikazan matematični model hidravličnega valja s servoventilom in primerjava med rezultati, dobljenimi na realnem objektu, in modelu. Preverili smo veljavnost modela za stacionarno stanje in ugotovili, da so odstopi povezani s poznavanjem notranjega puščanja, ki je odvisno od izvedbe tesnil. Kljub temu se je pokazala praktična uporabnost obravnavanega matematičnega modela pri načrtovanju hidravličnih servosistemov.

Manjkajo še meritve, po katerih bo mogoče vrednotiti model za prehodna stanja in poglobiti poznavanje mehanizma notranjega puščanja v hidravličnih valjih.

LITERATURA

- [1] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 1967.
- [2] M. Guillon, *Hydraulische Regelkreise und Servosteuerungen*, Carl Hanser Verlag, München, 1968.
- [3] M. Ribarič, L. Žlajpah, Vpliv notranjega puščanja hidravličnega valja na napako poziccioniranja elektrohidravličnega servosistema v stacionarnem stanju, Strojniški vestnik, Ljubljana, 1984/7-8, str. 136-139.
- [4] P. Dransfield, *Hydraulic Control Systems-Design and Analysis of their Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin 1981.
- [5] F. Blackburn, G. Reethof, J. L. Shearer, *Fluid Power Control*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1960.
- [6] P. J. Armstrong, D. McCloy, Design of high Speed Hydraulic Position Servomechanisms using optimization Techniques, Proc Instn Mech Engrs 1983, Vol 187 66/73, p. 775-786.
- [7] D. J. Martin, C. R. Burrows, The Dynamic Characteristics of an Electro-Hydraulic Servovalve, Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Dec. 1976, p. 395-406.