YU – ISSN 0039–2480

STROJNIŠKI VESTNIK

LETNIK 35 LJUBLJANA, JULIJ–SEPTEMBER 1989 ŠTEVILKA 7–9

UDK 621.565.934:62-71:536.2

Toplotno snovna izmenjava na površini hladnega rebra

JANKO REMEC - ALOJZ POREDOŠ - BRANKO GAŠPERŠIČ

1. UVOD

Pri obravnavi prenosnikov toplote večina znanih modelov opisuje prenosnik toplote kot celoto in ne upošteva dogajanj v posameznem delu prenosnika ali na posameznem rebru. Narejenih je bilo tudi nekaj modelov, ki obravnavajo posamezno rebro. Ti modeli so poenostavljeni do take mere, da dobimo rešitev z bilančnimi enačbami. Vries [1] je prvi izvedel nekoliko bolj natančen matematični popis. Natančne meritve temperaturnih polj so zelo zahtevne, ker je težko vzdrževati ustrezne razmere, merjenje površinskih temperatur pa je tudi velikokrat težavno.

Kadar je orebrena cev nosilec hladu, moramo upoštevati, da se iz zraka izloča vlaga, ki se useda na rebro in s tem spreminja pogoje prenosa toplote.

Orebrene površine povzročajo določene težave pri preračunu prenosa toplote in snovi v primerjavi s preprostimi geometrijskimi oblikami. Vzrok za to so temperaturni gradienti vzdolž koordinat. Za natančen preračun prenosa toplote in snovi na takšnih površinah je potrebno poznavanje temperaturnih polj.

2. UPORABLJENI SIMBOLI

A — površina (m)
a — polovična razdalja med rebri (m)
B — širina rebra (m)
b — debelina rebra (m)
c — specifična toplota (J/kg K)
d — premer cevi (m)
h — specifična entalpija (J/kg)
L — dolžina rebra (m)
$\dot{m}$ — masni tok (kg/s)
Nu — Nusseltovo število (—)
Pr — Prandtlovo število (—)
$\dot{Q}$ — toplotni tok (W)
Q — toplotna energija (J)
Re — Reynoldsovo število (—)
r_0 — uparjalna toplota (J/kg)
t — čas (s)
V — prostornina (m^3)
v — hitrost (m/s)
x — absolutna vlažnost (kg/kg)
α — toplotna prestopnost (W/m^2K)
δ — debelina filma (m)
η — učinek rebra (—)
ϑ — temperatura (K, °C)
λ — toplotna prevodnost (W/mK)
ρ — gostota (kg/m^3)

INDEKSI

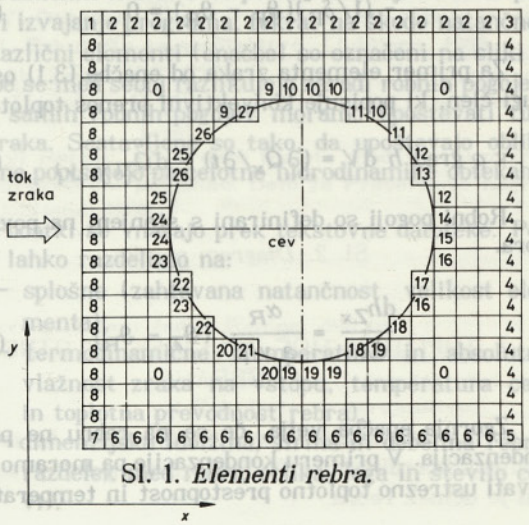
F — film
h — hidravlični
I — izstop
MP — mejna površina
P — tlak je konstanten; para
R — rebro
V — vstop
x — funkcija v smeri x
y — funkcija v smeri y
ZIMP — razlika med začetnim stanjem in stanjem na mejni površini
Z — zrak

3. POSTAVITEV DIFERENCIALNIH ENAČB

Diferencialne enačbe moramo razviti ločeno za element rebra, filma kondenzata in vlažnega zraka.

Postavljeni matematični model velja pri naslednjih predpostavkah:

— obravnavamo stacionarno stanje,
— material rebra je izotropen,
— prevodnost filma se s koordinato ne spreminja,
— ni padca tlaka vzdolž posameznega rebra,
— prevod toplote v smeri z vedno zanemarimo,
— dz zamenjamo z debelino rebra, filma ali polovično razdaljo med rebri, ker so te vrednosti zelo majhne,
— konvektivni tok zraka upoštevamo le v smeri x (sl. 1).



Sl. 1. *Elementi rebra.*

Pri postavitvi konkretnega matematičnega modela rebra izhajamo iz energijske bilance [4]:

$$\rho\,(\partial h/\partial t) = \mathrm{div}(\lambda\ \mathrm{grad}\ \vartheta) - v\,\rho\ \mathrm{grad}\ h + (\partial p/\partial t) + v\ \mathrm{grad}\ p \qquad (3.1)$$

V danem primeru se ne pojavljajo členi, ki popisujejo konvektivni prenos toplote in tehnično delo. V smeri z imamo prehod toplote prek meja sistema:

$$\lambda_R\ \mathrm{div}(\mathrm{grad}\ \vartheta)\ dV = (\partial Q_x/\partial t) + (\partial Q_y/\partial t) + 2\ d\ \dot{Q}_{R(x,\ y)} = 0 \qquad (3.2)$$

Prehod toplote prek mej sistema popišemo z robnimi pogoji. Za suho rebro dobimo naslednjo enačbo:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_{Rx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_{Ry}}{\partial y^2} + \frac{2\ \alpha_R}{b\ \lambda_R}(\vartheta_Z - \vartheta_R) = 0 \qquad (3.3),$$

v primeru, ko je rebro omočeno, se enačba glasi:

$$\frac{\partial^2\ Rx}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\ Ry}{\partial y^2} + \frac{2\ \lambda_F}{b\ \lambda_R\ \delta_F}(\vartheta_F - \vartheta_R) = 0 \qquad (3.4).$$

Pri postavitvi konkretnega matematičnega modela za film spet izhajamo iz energijske bilance za termodinamični sistem in dobimo naslednjo enačbo:

$$\lambda_F\ \mathrm{div}\ (\mathrm{grad}\ \vartheta)\ dV = (\partial Q_x/\partial t) + (\partial Q_y/\partial t) + d\dot{Q}_{R(x,\ y)} + d\dot{Q}_{Z(x,\ y)} = 0 \qquad (3.5).$$

Parcialno diferencialno enačbo za element filma lahko zapišemo:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_{Fx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_{Fy}}{\partial y^2} + \frac{\alpha_F}{\delta_F\ \lambda_F}(\vartheta_Z - \vartheta_F) - (1/\delta_F^2)(\vartheta_F - \vartheta_R) = 0 \qquad (3.6).$$

Za primer elementa zraka od enačbe (3.1) ostane drugi člen, ki popisuje konvektivni prenos toplote.

$$v\ \rho\ \mathrm{grad}\ h\ dV = (\partial Q_x/\partial t) - d\dot{Q}_{Z(x,\ y)} \qquad (3.7).$$

Robni pogoji so definirani s stanjem na površini rebra.

$$\frac{dh_{Zx}}{dx} = \frac{\alpha_R}{a\ v\ \rho}(\vartheta_Z - \vartheta_R) \qquad (3.8).$$

Zgornja enačba velja, če se na rebru ne pojavi kondenzacija. V primeru kondenzacije pa moramo upoštevati ustrezno toplotno prestopnost in temperaturo:

$$\frac{dh_{Zx}}{dx} = \frac{\alpha_F}{a\ v\ \rho}(\vartheta_Z - \vartheta_F) \qquad (3.9).$$

Z navedenim modelom smo matematično popisali prevod toplote v rebru in prestop toplote na film (3.4) ali zrak (3.3), prevod toplote v filmu in prestop toplote na zrak (3.6) in toplotne tokove v elementarni prostornini zraka (3.8), (3.9).

4. TOPLOTNE PRESTOPNOSTI

Pri določanju toplotnih prestopnosti je treba razlikovati, ali je rebro suho ali pa se pojavlja kondenzacija in je rebro omočeno.

Pri suhem rebru, prebodenem s cevjo, uporabljamo za prisiljen turbulentni tok naslednjo enačbo [1]:

$$Nu_{Z(x)} = 0.032\ Re_{Z(x)}^{0.8}\ Pr^{0.37}\left(L^2/d_h\right)^{0.054} = (\alpha_{R(x)}x)/\lambda_Z \qquad (4.1).$$

Razlikujemo filmsko in kapljičasto kondenzacijo. Na vrsto kondenzacije najbolj vplivajo:

- material rebra,
- stanje površine rebra (valjana, vlečena, galvanizirana),
- nečistoče, ki se lahko pojavijo v zraku ali na rebru,
- tokovne razmere.

Pri filmski kondenzaciji se kondenzat izoblikuje v nepretrgan film. Do kondenzacije prihaja na meji faz med filmom in vlažnim zrakom. V tem primeru toplota prehaja s prevodom skozi film kondenzata [6].

Hitrost filma, ki polzi po navpični steni, je pri kondenzaciji vlage iz zraka tako majhna, da ne naredimo velike napake, če jo zanemarimo. Pri podanem modelu smo uporabili predpostavko, da se na rebru izoblikuje nepretrgan film najmanjše debeline, in to povsod, kjer je mogoča kondenzacija. Najmanjša debelina filma je dobljena z interpolacijo eksperimentalnih rezultatov [3].

Za določitev toplotne prestopnosti pri kondenzaciji uporabimo enačbo iz [2]:

$$\alpha_F = \alpha_R\left\{1 + \left[(r_0/c_{pZ})(\Delta x_{Z1\ MP}/\Delta\vartheta_{Z1\ MP})\right]\right\} \qquad (4.2).$$

5. NUMERIČNA METODA

Najpogosteje se uporablja diferenčna metoda, pri kateri razdelimo območje z ekvidistančnimi premicami, ki so vzporedne koordinatnima osema [5], [8].

Z vstavljanjem diferenčnih enačb v enačbo (3.3) dobimo enačbo za suho rebro:

$$\vartheta_{R(i+1,j)} + \vartheta_{R(i-1,j)} + \vartheta_{R(i,j+1)} + \vartheta_{R(i,j-1)} - 4\vartheta_{R(i,j)} - \frac{2(\Delta x)^2}{b\,\lambda_R}\,\alpha_R\left(\vartheta_{Z(i,j)} - \vartheta_{R(i,j)}\right) = 0 \quad (5.1),$$

z vstavljanjem v enačbo (3.4) pa za omočeno rebro:

$$\vartheta_{R(i+1,j)} + \vartheta_{R(i-1,j)} + \vartheta_{R(i,j+1)} + \vartheta_{R(i,j-1)} - 4\vartheta_{R(i,j)} - \frac{2(\Delta x)^2}{b\,\lambda_R}\,\frac{\lambda_F}{\delta_F}\left(\vartheta_{F(i,j)} - \vartheta_{R(i,j)}\right) = 0 \quad (5.2).$$

Parcialno diferencialno enačbo (3.6) zapišemo v diferenčni obliki:

$$\vartheta_{F(i+1,j)} + \vartheta_{F(i-1,j)} + \vartheta_{F(i,j+1)} + \vartheta_{F(i,j-1)} - \vartheta_{F(i,j)} \times \left(4 + \frac{\Delta x^2}{\delta_F^2} + \frac{\Delta x^2\,\alpha_F}{\lambda_F\,\delta_F}\right) - \frac{\Delta x^2}{\delta_F^2}\,\vartheta_{R(i,j)} - \frac{\Delta x^2\,\alpha_F}{\lambda_F\,\delta_F}\,\vartheta_{Z(i,j)} = 0 \quad (5.3).$$

Osnovne parcialne diferencialne enačbe so eliptičnega tipa in jih kot take tudi rešujemo.

Pri reševanju diferencialnih enačb za zrak (3.8) in (3.9) moramo entalpijo zapisati z uporabo temperatur in vlažnosti:

$$h_Z = c_{PZ}\,\vartheta_Z + x_Z\,c_{PP}\,\vartheta_Z + x_Z\,r_0 \quad (5.4).$$

Kadar ni kondenzacije, je tretji člen enak nič. Prostorninski element zraka smo popisali z navadno diferencialno enačbo (3.8), ki jo lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$a\,v\,\rho\,c_{PZ}\,\frac{\vartheta_{Z(i,j)} - \vartheta_{Z(i+1,j)}}{\Delta x} - \alpha_R\left(\vartheta_{Z(i,j)} - \vartheta_{R(i,j)}\right) = 0 \quad (5.5).$$

Z upoštevanjem enačbe (3.9) dobimo diferenčno enačbo za zrak v primeru kondenzacije:

$$a\,v\,\rho\,c_{PZ}\,\frac{\vartheta_{Z(i,j)} - \vartheta_{Z(i+1,j)}}{\Delta x} - \alpha_R\left(\vartheta_{Z(i,j)} - \vartheta_{F(i,j)}\right) + r_0\left(x_{Z(i+1,j)} - x_{Z(i,j)}\right) = 0 \quad (5.6).$$

Pri elementih, ki so na robu rebra, moramo za reševanje parcialnih diferencialnih enačb dodati še eno navidezno vozlišče in pri tem vozlišču upoštevati dodatne robne pogoje. V obravnavanem primeru smo predpostavili, da je toplotni tok, ki prestopa prek robu rebra (v smeri x ali y), enak nič. Ta predpostavka drži z zadovoljivo natančnostjo v primerih, ko je rebro tanko in je toplotna prestopnost prek roba rebra veliko manjša od toplotne prevodnosti rebra.

Ploskve elementov, ki se dotikajo cevi, so omejene s krivuljo. Če želimo upoštevati, da je območje omejeno s krivuljo, moramo poznati razdaljo, na kateri krivulja seka palico. Odvode funkcije razvijamo s prvima dvema členoma Taylorjeve vrste.

S pretvorbo diferencialnih enačb v diferenčne dobimo sistem algebraičnih enačb. Reševanje tega sistema enačb je odvisno od tipa parcialne diferencialne enačbe.

Sistem diferenčnih enačb rešujemo neposredno ali iterativno. Za iterativno metodo smo se odločili, ker je razsežnost matrika, ki jo dobimo z neposredno metodo, zelo velika.

Iterativno lahko rešujemo sistem enačb z Jacobijevo ali Seidlovo iterativno metodo. Pri reševanju tovrstnih enačb je Seidlova iteracija okoli dvakrat hitrejša od Jacobijeve, ker upošteva sprotne spremembe parametrov na elementih. Dodatna prednost te metode je tudi manjše število elementov, ki jih je treba imeti v pomnilniku.

6. OPIS PROGRAMA

Pri določanju enačb smo se odločili za omejeno število enačb, tudi v primerih, ko je meja ploskovnega elementa krivočrtna. Pri elementih, ki meje na cev (krožnico), bi morali vedno znova preračunavati mesta presečišč in vplivnostne faktorje v posameznih enačbah. Ta problem smo poenostavili enako, kakor je to narejeno v [1]. Elementi, katerih palice bi segale za pol ali več dolžine palice v cev, se računajo enotno, in sicer tako, da ima palica le polovično dolžino. S tem lahko vse enačbe, ki se pojavljajo, razdelimo na le 28 različnih enačb. S to poenostavitvijo smo še pospešili izvajanje programa, tokrat na škodo natančnosti. Različni elementi (enačbe) so označeni na sliki 1. Enačbe se med seboj razlikujejo zaradi robnih pogojev. Poleg samih robnih pogojev moramo upoštevati tudi tok zraka. Sestavljene so tako, da upoštevajo obliko cevi, ne popisujejo pa celotne hidrodinamike obtekanja teles.

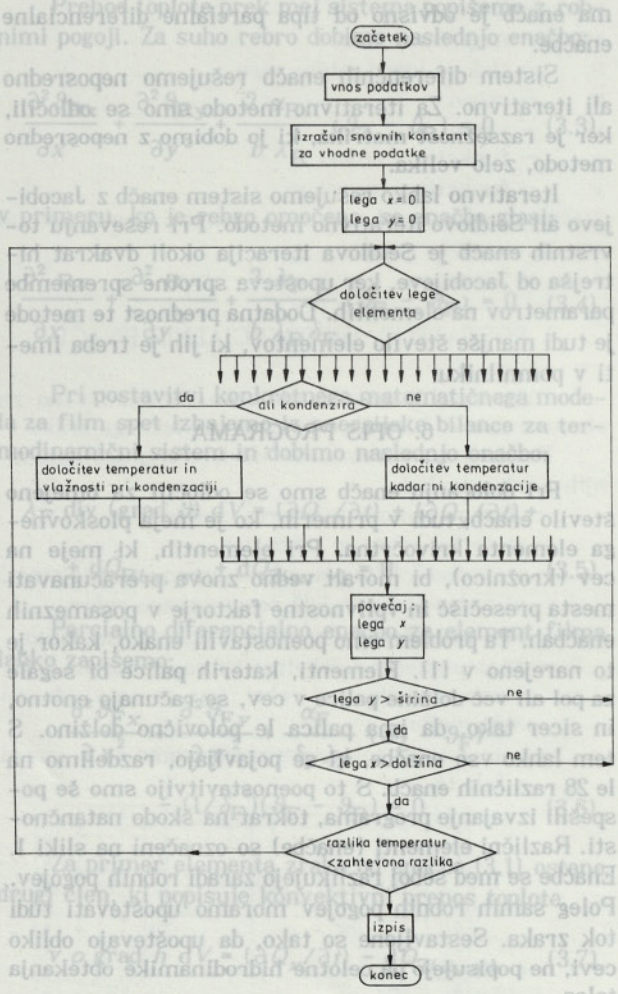
Podatki se vnašajo prek tekstovne datoteke. Podatke lahko razdelimo na:

- splošne (zahtevana natančnost, velikost elementa),
- termodinamične (temperatura in absolutna vlažnost zraka na vstopu, temperatura cevi in toplotna prevodnost rebra),
- dimenzijske (dolžina, širina in debelina rebra, razdelek med rebri, oblika, lega in število cevi).

Dobljeni rezultati se prav tako zapisujejo v datoteko, in sicer v obliki:

- temperaturnih polj za rebro, film in zrak,
- polje absolutnih vlažnosti,
- moč,
- učinek,
- povprečne vrednosti za temperature in vlažnost,
- izstopne vrednosti za temperature in vlažnost.

Na sliki 2 je prikazan načelni diagram poteka reševanja sistema diferencialnih enačb eliptičnega tipa z uporabo Seidlove iteracijske metode.



Sl. 2. *Diagram poteka.*

7. TOPLOTNA MOČ IN UČINEK CELOTNEGA REBRA

Na rebru obstaja temperaturno polje, ki se spreminja s koordinatami. Vpliv tega temperaturnega polja je učinek rebra.

V obravnavanem primeru, ko iščemo temperaturno polje na rebru ali filmu in zraku, lahko neposredno računamo toplotno moč, ki jo rebro odda ali sprejme. Toplotni tok, ki ga rebro sprejme ali odda, mora biti po absolutni vrednosti enak, po predznaku pa različen glede na toplotni tok zraka:

$$\dot{Q}_Z = - \dot{Q}_R \qquad (7.1).$$

Toplotni tok, ki ga zrak odda ali sprejme, lahko dobimo s toplotno bilanco na zračni strani:

$$\Delta \dot{Q}_Z = \dot{m}_Z \, (h_{ZV} - h_{ZI}) \qquad (7.2).$$

Z izračunom temperaturnih polj in polja absolutnih vlažnosti lahko izračunamo povprečne vrednosti temperature in vlažnosti na izstopu iz rebra:

$$\bar{\vartheta}_I = \frac{\sum_j \vartheta_{maks,j}}{j_{maks}} \qquad (7.3).$$

oziroma

$$\bar{x}_I = \frac{\sum_j x_{maks,j}}{j_{maks}} \qquad (7.4).$$

Učinek rebra dobimo s povprečnimi temperaturami:

$$\eta = \frac{\bar{\vartheta}_Z - \bar{\vartheta}_R}{\bar{\vartheta}_Z - \vartheta_C} \qquad (7.5).$$

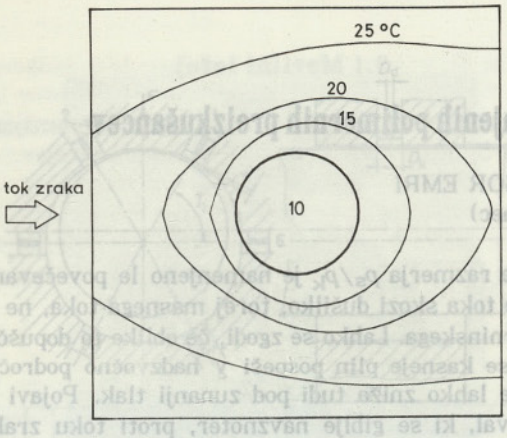
Na učinek in toplotno moč bistveno vpliva stanje na površini rebra. Pri pojavu kondenzacije se toplotni tok, ki ga odda zrak, poveča zaradi prenosa snovi. Prenos se pojavi kot zmanjšanje količine vlage v zraku. Izločeni kondenzat iz zraka pa pri kondenzaciji odda kondenzacijsko toploto. Učinek rebra se pri kondenzaciji zmanjša, ker se zviša povprečna temperatura rebra.

8. REZULTATI

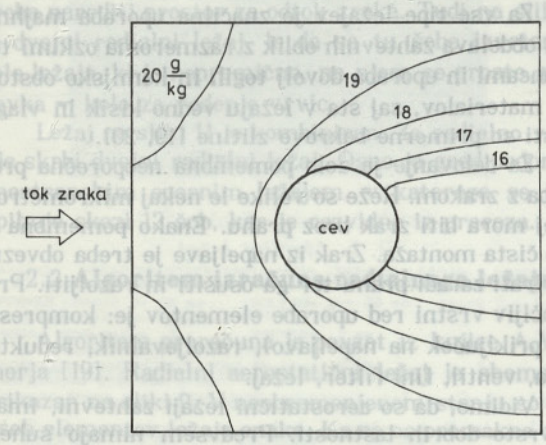
Rezultati, dobljeni z izdelanim programom, so prikazani v obliki diagramov.

Na slikah 3 do 5 so prikazane izoterme na površini rebra, črte konstantne vlažnosti in temperaturno polje na površini rebra za te podatke:

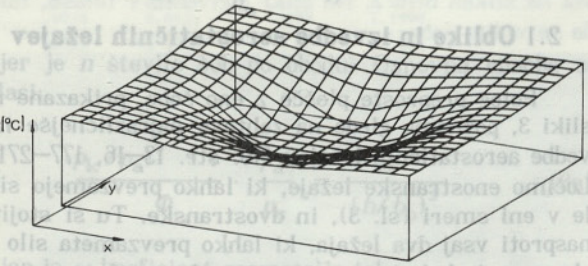
- **L * B * b : 100 * 100 * 3 mm,**
- hitrost zraka : 1 m/s,
- temperatura zraka na vstopu : 40 °C,
- absolutna vlažnost zraka na vstopu : 20 g/kg,
- temperatura cevi : 10 °C,
- razdalja med rebri : 5 mm,
- premer cevi : 30 mm,
- toplotna prevodnost rebra : 300 W/mK.



Sl. 3. *Izoterme na površini rebra.*



Sl. 4. *Krivulje konstantnih vlažnosti.*



Sl. 5. *Temperaturno polje na površini rebra.*

Termodinamične in transportne lastnosti vlažnega zraka dobimo v [7]. S sistematično izbranimi podatki smo ugotavljali tudi vpliv posameznih parametrov na moč, učinek in izhodne parametre zraka, kar je razvidno v [9]. Z večanjem dimenzij rebra se učinek zmanjšuje, zvečujeta pa se moč in razlika med vstopnimi ter izstopnimi parametri zraka. Vzrok za manjši učinek rebra pri večji površini je v zmanjšanju temperaturnega gradienta z oddaljenostjo od ponora toplote. S povečevanjem toplotne prevodnosti rebra se povečujejo vsi pomembni parametri (moč, učinek, razlika med vstopnim in izstopnim stanjem zraka). Za določitev praktično najugodnejše oblike rebra je treba upoštevati še ceno in količino materiala. V diagramu dobimo rešitev s presečiščem krivulje želenih parametrov in krivulje stroškov.

Opozoriti je treba, da je učinek rebra računan s povprečnimi temperaturami.

9. SKLEP

V tem delu smo postavili matematični model za prostorninski element rebra, filma in zraka in razvili diferenčne enačbe, ki so primerne za uporabo na računalniku. Podoben model je razvil tudi Vries [1]. V njegovem delu je prikazan model za suho rebro, ki ga prebada samo ena cev okrogle oblike in ni upoštevana kondenzacija.

Izdelani računalniški program omogoča izračune temperaturnih polj na rebru, filmu in zraku ter polje absolutne vlažnosti. Iz temperaturnih polj lahko določimo srednje vrednosti temperatur in vlažnosti, kakor tudi moč in učinek rebra.

LITERATURA

[1] De Vries, G.: Beitrag zum Wärmeübertragung von Rippenrohr bundeln bei exzentrischer Kernrohrlage. Dissertation, Hannover, 1980.

[2] Poredoš, A. in drugi: Izračun in meritve lamelnih hladilnikov zraka. Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1979.

[3] Mikielewicz, J.-Moszynski, J.R.: Minimum thickness of a liquid film flowing vertically down a solid surface. Int. J.Heat and Mass Transfer, 1976, str. 771—776.

[4] Kariž, Z.: Avtomatizacija energetskih sistemov. Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1986.

[5] Bohte, Z.: Numerične metode. ZOTK, Ljubljana, 1980.

[6] Djordević, B. in drugi: Termodinamika i termotehnika. Gradjevinska knjiga, Beograd, 1987.

[7] Opresnik, M.: Termodinamične tabele in diagrami. Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1983.

[8] Youges, J.-Torrance, K.E.: Computational Heat Transfer. Hemisphere Publishing Corporation, 1986.

[9] Remec, J.: Prenos toplote med vlažnim zrakom in orebreno površino. Delo za Prešernovo nagrado, Ljubljana, 1988.

Naslovi avtorjev: Janko Remec, dipl.inž.,
asist.mag.Alojz Poredoš, dipl. inž.
prof.dr.Branko Gašperšič, dipl.inž.,
vsi Fakulteta za strojništvo,
Ljubljana, Murnikova 2