LETNIK 35 LJUBLJANA, OKTOBER-DECEMBER 1989 ŠTEVILKA 10-12

UDK 621.822.6

Vpliv ukrivljenosti tečine na nosilnost aksialnih ležajev

IVAN PREBIL — SAMO ZUPAN

1. UVOD

Definiranje dejanske nosilnosti aksialnih ležajev velikih dimenzij je zelo zahtevno. Stične ploskve med kotalnimi elementi (kroglicami, valjčki) in tečino ležaja, ki prenašajo obremenitve, so zelo majhne. Ta problem se pojavlja še posebno takrat, kadar je kotalni element kroglica, v tem primeru prihaja do točkovnega stika. V obeh primerih pa se pojavljajo velike stične (kontaktne) napetosti. Hkrati sta obroča podprta s številnimi kotalnimi elementi, kar pomeni statično nedefiniran sistem.

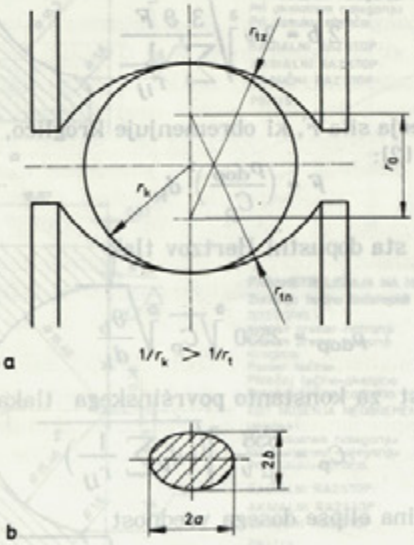
Nadaljnje težave se pojavljajo pri upoštevanju radialnega in aksialnega razstopa. Z njuno spremembo se tudi pri neobremenjenem stanju ležaja spremeni kot naleganja kotalnega elementa na tečino ležaja.

V prispevku je prikazan vpliv pritisa teles v dotiku na dejansko nosilnost ležaja, kar vpliva tudi na velikost stičnih ploskev.

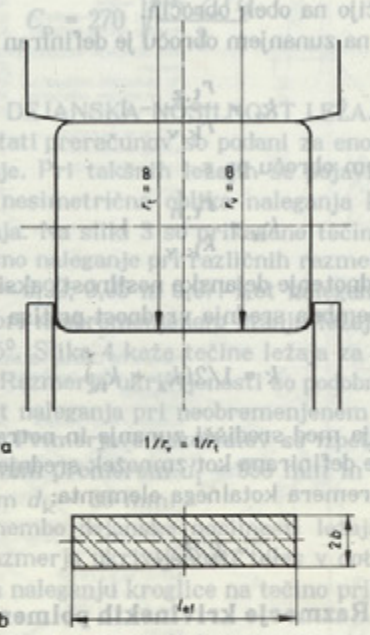
2. NAČINI NALEGANJA

Pri kotalnem elementu — kroglici je v neobremenjenem stanju ležaja točkovni stik. V tem primeru je izbokla ukrivljenost kroglice v profilu večja od vbokle ukrivljenosti tečine (sl. 1a). V obremenjenem stanju ležaja pa je zaradi elastične deformacije kroglice ploskovni stik elipsaste oblike (sl. 1b).

Kadar imata kotalni element valjček in tečina ležaja v neobremenjenem stanju enaka krivinska polmera ($1/r_{k,v} = 1/r_t = 0$), govorimo o linijskem dotiku (sl. 2a).



Slika 1
a - naleganje kroglice na tečino
b - oblika stične ploskve



Slika 2
a - naleganje valjčka na tečino
b - oblika stične ploskve

V obremenjenem stanju ležaja preide linijski stik zaradi deformacij valjčka v ploskovni stik. Odvisno od valjčka je ploskev pravokotne oblike (sl. 2b) ali celo trapezne. Valjčki z ostrimi robovi na krajiščih povzročajo povečane konice napetosti na začetku in koncu linijskega stika. Zato so oblikovani tako, da je med nosilno ploskev valjčka in robovi valjčka majhna ukrivljenost. S tako spremenjeno obliko linijskega dotika se bolj enakomerno porazdeli obremenitev vzdolž valjčka.

2.1 Pritis stičnih ploskev

Za vse kotalne ležaje z ukrivljenimi tečinami in profili kotalnih elementov je polmer profila tečine za priporočano vrednost večji od ustreznega polmera kotalnega elementa. Če se tečina preveč prilega kotalnemu elementu (kroglici, valjčku), so stične napetosti sicer manjše, toda poveča se trenje. Zato morata biti razmerji med polmerom tečine r_t in premerom kotalnega elementa $d_{k,v}$, ali polmerom kotalnega elementa $r_{k,v}$ in polmerom tečine r_t, optimalni. Razmerji naj dosegata vrednosti [1], [2]:

$$0{,}51 \leq f = r_t/d_{k,v} \leq 0{,}54 \quad \text{ali}$$

$$0.92 \leq S = r_{k,v}/r_t \leq 0{,}97$$

Različnost ukrivljenosti tečine in kotalnega elementa je označena s pritisom k, definirana je z izrazom [1]

$$k = \frac{r_t - r_{k,v}}{r_{k,v}} \quad (1).$$

Navadno je polmer tečine na zunanjem obroču nekoliko večji kot na notranjem. Tako se stične napetosti izenačijo na obeh obročih.

Pritis na zunanjem obroču je definiran z izrazom:

$$k_z = \frac{r_{t,z}}{r_{k,v}} - 1 \quad (2),$$

na notranjem obroču pa s

$$k_n = \frac{r_{t,n}}{k_{k,v}} - 1 \quad (3).$$

Za vrednotenje dejanske nosilnosti aksialnega ležaja je pomembna srednja vrednost pritisa

$$k = 1/2(k_z + k_n) \quad (4).$$

Razdalja med središči zunanje in notranje tečine r_0 (sl. 1a) je definirana kot zmnožek srednje vrednosti pritisa in premera kotalnega elementa:

$$r_0 = k\, d_{k,v} \quad (5).$$

2.2 Razmerje krivinskih polmerov

Za definiranje normalnih napetosti in deformacij med stičnimi ploskvami elementov pri dotiku, ki so obremenjeni s silo F, je po Hertzovi teoriji treba poznati pomožne vrednosti $\cos\tau$. Vrednost je v primeru, če ležita najmanjša (1) in največja ukrivljenost (2) teles v dotiku v isti ravnini, definirana z izrazom:

$$\cos\tau = \frac{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{22}}}{\sum \frac{1}{r_{ij}}} \quad (6),$$

pri čemer so posamezni krivinski polmeri obratne vrednosti polmerov kotalnega elementa $r_{k,v}$, tečine r_t in kotaljenja r_l:

$$\frac{1}{r_{11}} = \frac{1}{r_{k,v}}\ ;\ \frac{1}{r_{12}} = \frac{1}{r_{k,v}}$$

$$\frac{1}{r_{21}} = \frac{1}{r_l}\ ;\ \frac{1}{r_{22}} = \frac{1}{r_t}$$

Imenovalec v izrazu (6) pa je vsota vseh krivinskih polmerov

$$\sum \frac{1}{r_{ij}} = \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}$$

Pomožni vrednosti $\cos\tau$ pripadajo eliptični koeficienti Hertzovega tlaka: ν, μ, $2K/\pi\mu$ [2]. Pri vrednotenju dejanskih nosilnosti ležajev so vrednosti posameznih koeficientov, dobljene s približevanjem po metodi s polinomi 1 ... 5 stopnje oziroma z eksponentnimi ali potenčnimi funkcijami. Vrednosti eliptičnih koeficientov (preglednica 1) so definirane z eliptičnimi integrali [3], [4].

Preglednica 1: *Hertzovi eliptični koeficienti*

$\cos\tau$	μ	ν	$\mu\nu$	$\frac{2K}{\pi\mu}$
0,9995	23,95	0,163	3,91	0,171
0,9895	7,62	0,289	2,21	0,388
0,9795	5,89	0,330	1,94	0,462
0,960	4,51	0,378	1,70	0,546
0,938	3,78	0,415	1,57	0,608
0,900	3,09	0,461	1,42	0,680
0,800	2,30	0,544	1,25	0,792
0,5	1,48	0,718	1,06	0,938
0,25	1,19	0,850	1,01	0,986
0	1	1	1	1

3. VELIKOST STIČNIH PLOSKEV

3.1 Točkovni stik

Pri točkovnem stiku ima pri obremenjenem ležaju stična ploskev v splošnem obliko elipse. Za primer, da sta obe telesi v dotiku izdelani iz materiala z enakim modulom elastičnosti E, enako Poissonovo konstanto m in vrednostjo $\vartheta = 4/E(1-m^2)$, bo imela glavna os elipse a (sl. 1b) razdaljo:

$$2a = 2\mu \sqrt[3]{\frac{3\,\vartheta F}{\sum \frac{1}{r_{ij}}}} \quad (7),$$

krajša os b pa razdaljo:

$$2b = 2\nu \sqrt[3]{\frac{3\,\vartheta F}{\sum \frac{1}{r_{ij}}}} \quad (8).$$

Največja sila F, ki obremenjuje kroglico, je definirana po [2]:

$$F = \left(\frac{p_{dop}}{C_p}\right)^2 d_k \quad (9),$$

pri čemer sta dopustni Hertzov tlak

$$p_{dop} = 2550 \sqrt[3]{C_p} \sqrt[5]{\frac{\vartheta_b}{d_k}} \quad (10)$$

in vrednost za konstanto površinskega tlaka

$$C_p = \frac{858}{\mu\nu} \sqrt{\left(d_k \sum \frac{1}{r_{ij}}\right)^2} \quad (11).$$

Ploščina elipse dosega vrednost

$$A = \pi\, a\, b = \pi\, \nu\mu \sqrt[3]{\frac{3\,\vartheta F}{\sum \frac{1}{r_{ij}}}} \quad (12).$$

3.2 Linijski stik

Vrednost za širino pravokotne oblike tlačne ploskve, pri obremenjenem valjčku (sl. 2b), je prilagojena njegovi spremenjeni obliki

$$2b = 2\sqrt{\frac{8\vartheta F}{\sum\frac{1}{r_{ij}}\, l_{ef}}} \qquad (13).$$

Največja sila, ki obremenjuje valjček, je

$$F = \left(\frac{p_{dop}}{C_p}\right)^2 d_v\, l_{ef} \qquad (14),$$

pri čemer je dopustni Hertzov tlak [2]

$$p_{dop} = 1000\sqrt{C_p}\sqrt[5]{\frac{\vartheta_b}{d_v}} \qquad (15).$$

Geometrijska oblika nosilne ploskve je pri valjčnih ležajih preprostejša, njena ploščina dosega vrednost

$$A = 2b\, l_{ef} = 2\sqrt{\frac{8\vartheta\, l_{ef} F}{\sum\frac{1}{r_{ij}}}} \qquad (16).$$

Krivinska polmera $1/r_{11}$ in $1/r_{21}$ sta pri valjčnih ležajih enaka 0.

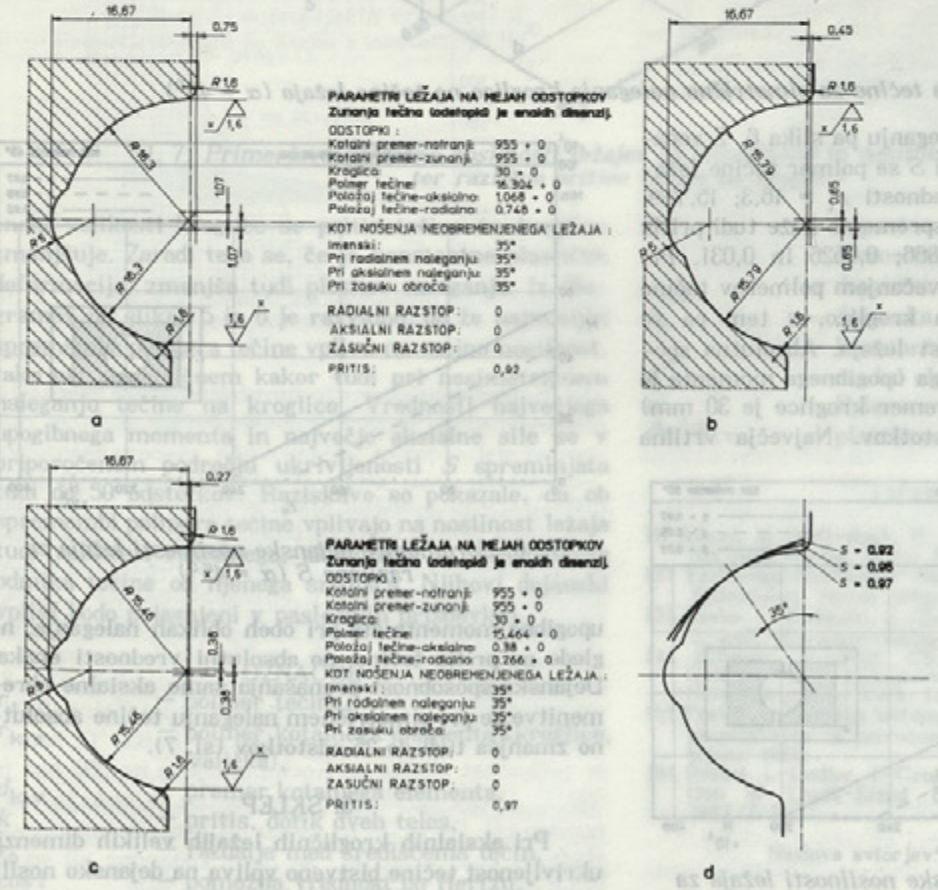
Konstanta površinskega tlaka je določena z enačbo

$$C_p = 270\sqrt{\frac{d_v\sum\frac{1}{r_{ij}}}{2}} \qquad (17).$$

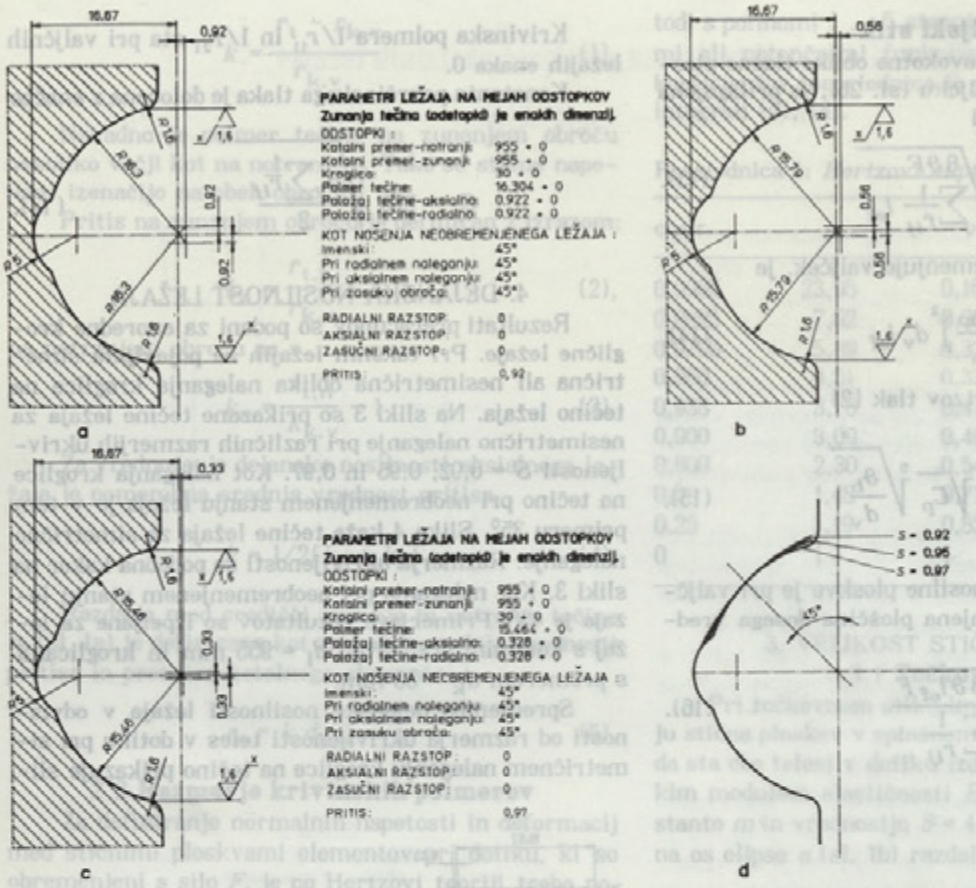
4. DEJANSKA NOSILNOST LEŽAJA

Rezultati preračunov so podani za enoredne kroglične ležaje. Pri takšnih ležajih se pojavljata simetrična ali nesimetrična oblika naleganja kroglice na tečino ležaja. Na sliki 3 so prikazane tečine ležaja za nesimetrično naleganje pri različnih razmerjih ukrivljenosti S = 0,92; 0,95 in 0,97. Kot naleganja kroglice na tečino pri neobremenjenem stanju ležaja je v tem primeru 35^0. Slika 4 kaže tečine ležaja za simetrično naleganje. Razmerja ukrivljenosti so podobna kakor na sliki 3. Kot naleganja pri neobremenjenem stanju ležaja je 45^0. Primerjave rezultatov so izpeljane za ležaj s kotalnim premerom d_l = 955 mm in kroglicami s premerom d_k = 30 mm.

Spremembo dejanske nosilnosti ležaja v odvisnosti od razmerja ukrivljenosti teles v dotiku pri simetričnem naleganju kroglice na tečino prikazuje sli-

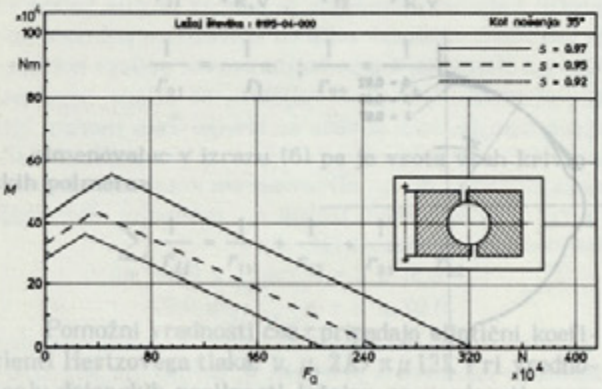


Sl. 3. *Oblika tečine za nesimetrično naleganje kroglice na tečino ležaja (α = 35^0)*

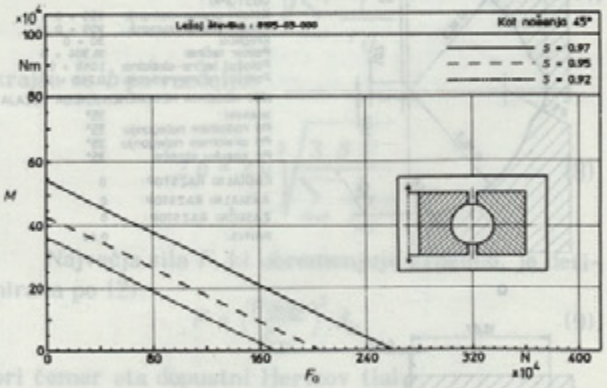


Sl. 4. *Oblika tečine za simetrično naleganje kroglice na tečino ležaja (α = 45°)*

ka 5, pri nesimetričnem naleganju pa slika 6. Z večanjem razmerja ukrivljenosti S se polmer tečine ležaja zmanjšuje in doseže vrednosti r_t = 16,3; 15,789; 15,46 mm. Podobno gibanje sprememb kaže tudi pritis tečine na kroglico k = 0,0866; 0,0526 in 0,031. Pri obeh oblikah naleganja se z večanjem polmerov tečine zmanjšuje pritis tečine na kroglico, s tem pa se zmanjšuje dejanska nosilnost ležaja. Absolutna sposobnost prenašanja največjega upogibnega momenta je manjša do 50 odstotkov (premer kroglice je 30 mm) in največje sile za 55 odstotkov. Največja vrtilna



Sl. 5. *Sprememba dejanske nosilnosti ležaja za različne S (α = 35°)*

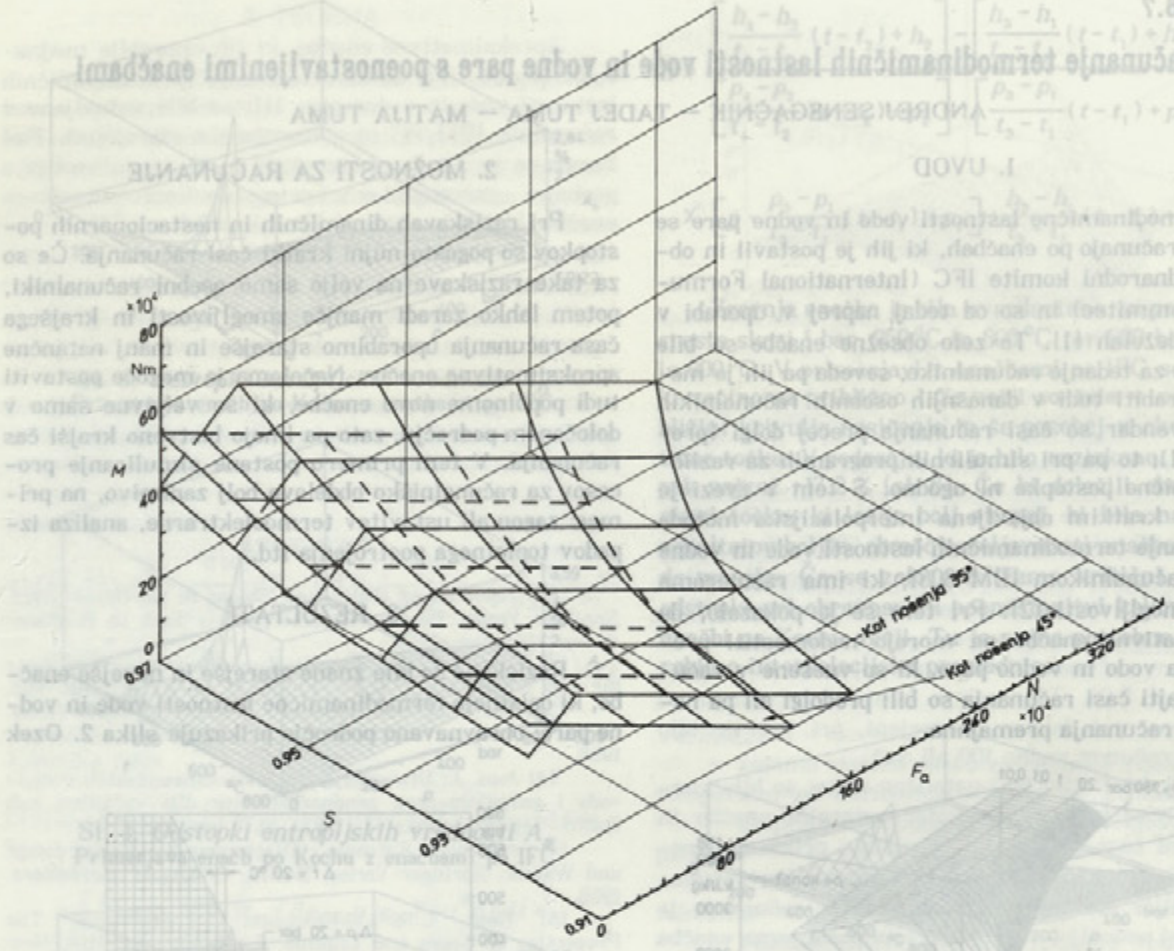


Sl. 6. *Sprememba dejanske nosilnosti ležaja za različne S (α = 45°)*

upogibna momenta sta pri obeh oblikah naleganja, ne glede na pritis tečine, po absolutni vrednosti enaka. Dejanska sposobnost prenašanja same aksialne obremenitve se pri simetričnem naleganju tečine absolutno zmanjša tudi do 25 odstotkov (sl. 7).

5. SKLEP

Pri aksialnih krogličnih ležajih velikih dimenzij ukrivljenost tečine bistveno vpliva na dejansko nosilnost ležaja (sl. 7). Z večanjem polmera tečine pri



Sl. 7. *Primerjava dejanske nosilnosti ležajev za simetrično in nesimetrično naleganje ter različne pritise tečine na kroglico*

enaki velikosti kroglice se pritis tečine na kroglico zmanjšuje. Zaradi tega se, če je konstantna plastična deformacija, zmanjša tudi ploskev naleganja. Iz diagramov na slikah 5 in 6 je razvidno, da že najmanjša sprememba polmera tečine vpliva na mejno nosilnost, tako pri simetričnem kakor tudi pri nesimetričnem naleganju tečine na kroglico. Vrednosti največjega upogibnega momenta in največje aksialne sile se v priporočenem področju ukrivljenosti S spreminjata tudi do 50 odstotkov. Raziskave so pokazale, da ob spremembi polmera tečine vplivajo na nosilnost ležaja tudi velikosti radialnega, aksialnega in diagonalnega odmika tečine od njenega središča. Njihovi dejanski vplivi bodo pojasnjeni v naslednjih prispevkih.

OZNAČBE

r_t — polmer tečine,
$r_{k,v}$ — polmer kotalnega elementa (kroglice, valjčka),
$d_{k,v}$ — premer kotalnega elementa,
k — pritis, dotik dveh teles,
r_0 — razdalje med središčema tečin,
$\cos\tau$ — pomožna vrednost po Hertzu,
$2K/\pi\mu$, μ, ν — eliptični koeficienti Hertzovega tlaka,
F — dopustna obremenitev na kotalnem elementu,
p_{dop} — dopustni Hertzov površinski tlak,
l_{ef} — dejanska dolžina valjčka,
C_p — konstanta površinskega tlaka,
E — modul elastičnosti,
m — Poissonovo število,
$\vartheta_b/d_{k,v}$ — plastična deformacija teles pri dotiku

LITERATURA

[1] Albert, M.-Kottritsch, H.: Wälzlager Theorie und Praxis. Springer-Verlag, Wien, New York, 1987.
[2] Eschmann-Hasbargen-Weigand: Die Wälzlagerpraxis. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1978.
[3] Szabo, I.-Wellnitz, K.-Zander, W.: Mathematik - Hütte. 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, 1974.
[4] Schmelz, F.-Graf, Ch.-Seherr-Thoss, H.-Aucktor,E.: Gelenke und Gelenkwellen, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1988.
[5] Prebil, I.: Izdelava Matematičnega modela in računalniškega programa za preračun ležajev velikih dimenzij, Ljubljana, 1986.
[6] Prebil, I.-Godler, I.-Crnković, I.: Modelling and Calculation of Large-Sized Bearings, SV, Ljubljana (33) 1987/7-9.

Naslova avtorjev: doc. dr. Ivan Prebil, dipl. inž., Samo Zupan, dipl.inž., oba Fakulteta za strojništvo, Murnikova 2, Ljubljana