UDK 62-11:519.873:311.214:539.43:629.1-45

Dimenzioniranje glede na zanesljivost kot sestavni del konstrukcijskega procesa

Reliability Design as a Part of the Design Process

TOMAŽ JUREJEVČIČ — MATIJA FAJDIGA

Pri inženirskem delu se obvezno srečujemo tudi s problematiko oblikovanja in dimenzioniranja strojnih elementov. Kriteriji za dimenzioniranje izhajajo iz funkcionalnih zahtev, ki veljajo za nosilni element. Največkrat uporabljani kriterij pri dimenzioniranju je napetostni kriterij. V predstavljenem zapisu je prikazan način dimenzioniranja glede na zanesljivost v okviru napetostnega kriterija. Definiran je pojem zanesljivost kot verjetnost obstoja nosilnega elementa ob danih porazdelitvah verjetnosti obremenitev in nosilnosti. Prikazana je praktična uporaba pojma zanesljivosti pri analizi nosilne konstrukcije vozila.

An important part of machine element design concerns the determination of the element shape and size. Criteria for this task are derived from functional demands which must be fulfilled by the element operation. The criterion mostly used is based on a stress versus strength comparison. In this article, a reliability approach to strength design criterion is discussed. The results of reliability design practice are presented of a bus chasiss design.

0. UVOD

Pri inženirskem delu se srečujemo s problematiko oblikovanja in dimenzioniranja strojnih elementov. Kljub vsem dosežkom razvoja stroke še vedno ne moremo odgovoriti na preprosto vprašanje, ali bo nosilni element, ki smo ga izdelali, po vgradnji uspešno deloval ali bo odpovedal.

Analitične metode, s katerimi skušamo matematično čimbolj natančno opisati problem, dajo namreč rezultate, ki so samo boljši ali slabši približki dejanskega stanja.

0. INTRODUCTION

An important part of mechanical engineering is concerned with design and analysis of mechanical parts. In spite of the fact that the discipline has reached a high level of knowledge we still cannot answer a very simple question: will the designed machine part be successful in its operation during the demanded life time or will it fail.

Analytical models used as a mathematical tool for machine parts analysis yield results which are only inaccurate approximations to the real operating conditions.

1. DIMENZIONIRANJE GLEDE NA ZANESLJIVOST

V bistvu je dimenzioniranje inženirski postopek, pri katerem moramo v splošnem zagotoviti resničnost naslednje izjave: »Oblika in dimenzije nosilnega elementa, ki deluje v določenem okolju, so take, da so ob delujoči zunanji obremenitvi vse notranje obremenitve manjše od kritičnih vrednosti oziroma od nosilnosti materiala«.

V skladu s tem je bilo treba definirati vrsto pojmov in parametrov, npr.: napetosti, trdnost, dimenzije itn.. Matematični zapis zgornje izjave je:

1. RELIABILITY DESIGN

In essence, engineering design is a procedure in which the following design statement has to be true: »The shape and dimensions of machine part loaded by an external load and operating under certain conditions are such that all internal stresses are lower than the strength of the material used«.

In accordance with the above statement, it is necessary to define several physical parameters, such as stress, strength, dimensions, etc. The mathematical formulation of the above statement is:

$$S < R \qquad (1),$$

pri tem pomenita: S — notranjo napetost na neki kritični ravnini v nosilnem elementu, R — trdnost materiala.

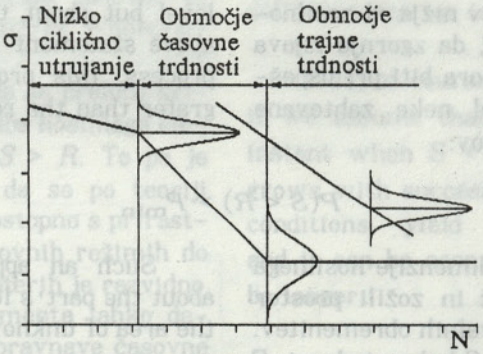
where: S — internal stress at the critical area of the part, R — strength of material.

Nastala so vprašanja o tem, kaj se dogaja, če je S časovno spremenljiva, in kako se obnaša material pri časovno spremenljivem obremenjevanju. Pojavilo se je dinamično utrujanje: če je bil nosilni element obremenjen s statično obremenitvijo, je zdržal občutno dalj, kakor če je bil obremenjen z dinamično obremenitvijo enake velikosti. Zaradi tega so bile vpeljane krivulje časovne trdnosti, ki opisujejo dobo trajanja nosilnega elementa v odvisnosti od harmonično sinusno spremenljive obremenitve različnih srednjih vrednosti in amplitud.

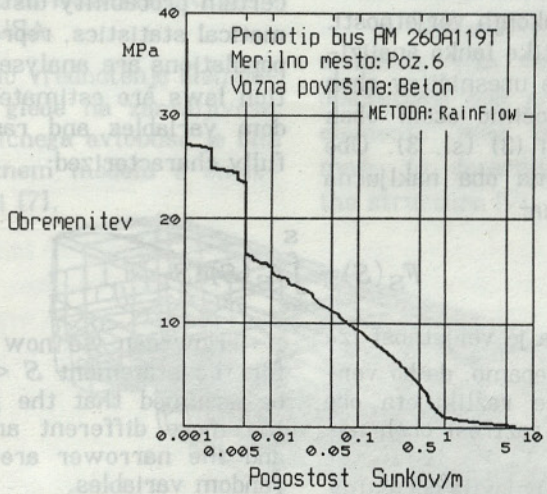
Pozneje se je izkazalo, da je širjenje razpoke, ki ob doseganju kritične velikosti privede do porušitve nosilnega elementa, bistveno odvisna od nivoja delujočih obremenitev. Osnovna teorija linearnega kopičenja poškodb [1], [2] pokaže, da se dejansko pojavi v dobi trajanja nosilnega elementa razmeroma malo konic obremenitev, tako da nosilni element zdrži dlje, kakor to opiše časovna odvisnost po Wöhlerju (sl. 1). S statističnim opisom naključne obremenitve dobimo nabor obremenitev (sl. 2).

A question arises as to what happens if S is time-dependent and how a material behaves under this kind of operation. The phenomenon of fatigue failure occurs and if the part is loaded by a static load its lifetime is longer than the lifetime of the part loaded by dynamic load. Stress-life definitions have been introduced whereby several regions could be distinguished such as low-cycle-fatigue -region, high-cycle-fatigue-region, finite-life-region, infinite-life-region. These S-N definitions describe the part's lifetime in accordance to sine -wave loads with variable amplitudes.

Further research has shown that crack growth leading to cumulative fatigue damage depends on operational load levels. The Palmgreen--Miner cycle-ratio summation theory [1], [2] shows that a relatively small number of load peaks take place during the lifetime of the part. Therefore the part's actual lifetime is longer than that from the S-N definition (fig. 1). Statistical considerations of random loads yield a charge-collective of the part.



Sl. 1. *Trajna, časovna, obratovalna trdnost, območje nizkocikličnega utrujanja*
Fig. 1. *Finite-life-region, infinite-life-region, operational strength, low-cycle-region*



Sl. 2. *Amplitudni nabor obremenitev*
Fig. 2. *Amplitude charge-collective*

Po novejših dognanjih so teorije kopičenja poškodb izboljšane v prehodu na nelinearne opise krivulj obratovalnih trdnosti [1], [2].

More recent trends show a transition from the linear cumulative damage theory to several non-linear cumulative-damage theories [1], [2].

Bistvo problema predstavljenega dimenzioniranja na časovno in trajno trdnost privede na problematiko določevanja ravni obremenitve in nosilnosti. Informacije o nosilnosti so običajno podane v obliki Wöhlerjevih krivulj v podatkih materialov. Ti podatki so že podani kot matematična pričakovanja in opisani s statističnimi parametri raztrosa.

Problem pomeni nepoznavanje dejanske obratovalne obremenitve. Zato moramo pri standardnem dimenzioniranju vedno določiti (napraviti oceno, napovedati) največjo obremenitev, ki bi utegnila v obravnavanem obratovalnem procesu preseči kritično vrednost oziroma nosilnost elementa. S tem pa smo, zaradi nepoznavanja natančnega časovnega poteka obremenitev, iz katerega bi lahko odbrali največjo obremenitev, spet na začetku problema. Pomagamo si z neko izkustveno pridobljeno oceno obremenitev, za katero pa ne vemo, ali je pravilna. Standardni način dimenzioniranja je zato vedno vprašljiv in zaradi tega poskušamo opisati privzete napovedi obremenitev z neko verjetnostjo njihove uresničitve. Tako ne govorimo več o tem, da bo raven delovnih obremenitev nižja od nosilnosti (1), temveč o verjetnosti P, da zgornja izjava drži. Ta verjetnost $P(S < R)$ mora biti pri uspešnem dimenzioniranju večja od neke zahtevane vrednosti P_{min}, npr. 95 odstotkov:

In essence, the presented problem of infinite and finite-life-design is converted to the problem of stress and strength determination. Load carrying capacities (strength) information is usually presented in the form of S-N definitions and published in catalogues of materials. These data values are already described as statistical expectation values and statistical measures of scatter.

The remaining problem is therefore the determination of operational load. Within a classical design approach, a maximum load could be recognised that may exceed the load carrying capacity of the part. Because the time history of the load is not known, the maximum load cannot be set but should be estimated. So the designer refers to experience in order to estimate the load not knowing if his estimation is really accurate. The classical design approach is thus always questionable. Because of that we try to describe an estimated load value by its probability or realisation. We no longer talk of the requirement that the load level should be below the strength level but about the probability P of making the above statement true. After a successful design process, this probability $P\ (S < R)$ should be grater than the required value P_{min}, e.g. 95%:

$$P(S < R) > P_{min} \qquad (2).$$

S tem smo o primernosti dimenzije nosilnega elementa povedali bistveno več in zožili prostor nepoznavanja naključnih obratovalnih obremenitev.

Ker sta tako obremenitev S kakor trdnost R po vpeljavi zgornje definicije naključni spremenljivki, lahko pričakujemo, da bosta zavzemali določene vrednosti po pripadajočih zakonih verjetnosti. Z metodami matematične statistike lahko analiziramo ustrezna vzorca iz družine uresničitev obeh naključnih spremenljivk in določimo oceni obeh pripadajočih zakonov verjetnosti (3) (sl. 3). Obe statistični spremenljivki oziroma oba naključna procesa sta tako povsem določena:

Such an approach gives more information about the part's load carrying ability and narrows the area of unknown random loads.

Because load S and strength R are both random variables, it can be expected that they follow certain probability distribution laws. By mathematical statistics, representative samples of both populations are analysed and probability distribution laws are estimated, fig. 3, eq. 3. Both random variables and random processes are thus fully characterized:

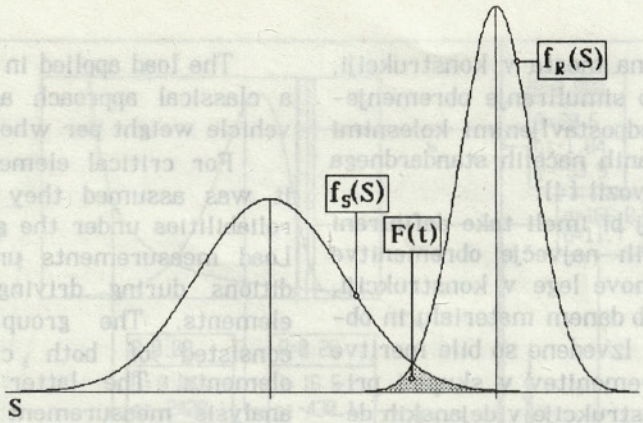
$$F_S(S) = \int_{-\infty}^{S} f_S(S)\mathrm{d}S \qquad (3).$$

Kako sedaj določiti, kolikšna je verjetnost izjave $S < R$? S slike 3 lahko sklepamo, da bo verjetnost tem večja, čim bolj se razlikujeta obe srednji vrednosti in čim ožji so raztrosi obeh naključnih spremenljivk.

Popolna verjetnost, da se bo pojavila porušitev, je definirana kot povezana verjetnost dogodka, da se obremenitev uresniči z določeno vrednostjo, in dogodka, da je obremenitev manjša od trdnosti. Če poznamo oba zakona porazdelitev verjetnosti obremenitev S in trdnost R, lahko to zapišemo kot verjetnost:

How can we now determine the probability for the statement $S < R$? From fig. 3 it can be assumed that the probability is the greater the more different are the two mean values and the narrower are the scatters of the two random variables.

The total probability of failure is defined as a compound probability of the event that a certain load takes place and of the event that the load is lower than the load carrying capacity. If both probability density functions of load S and strength R are known then the compound probability is:



Sl. 3. *Zveza med napetostjo in trdnostjo kot mera nezanesljivosti*
Fig. 3. *Stress-strength interference concept*

$$P_A = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(S)\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_R(S)\,dS\right]dS \qquad (4).$$

Tako dobimo boljšo informacijo o tem, kako dobro je nosilni element dimenzioniran. Pri tem lahko to vodilo uporabimo na zgledu časovne in trajne trdnosti, če le poznamo raztros Wöhlerjevih krivulj in obremenitev.

Splošno velja predpostavka, da se prelom kritičnega prereza kot celotna poškodba nosilnega elementa pojavi v trenutku, ko je $S > R$. To pa je znatna poenostavitev. Znano je, da se po teoriji kopičenja poškodbe razpoka širi postopno s prirastki. Tako pridemo ob različnih delovnih režimih do krivulj obratovalne trdnosti, iz katerih je razvidno, da je doba trajanja nosilnega elementa lahko dejansko večja kakor pa izhaja iz obravnave časovne trdnosti.

2. VREDNOTENJE NOSILNE KONSTRUKCIJE AVTOBUSA

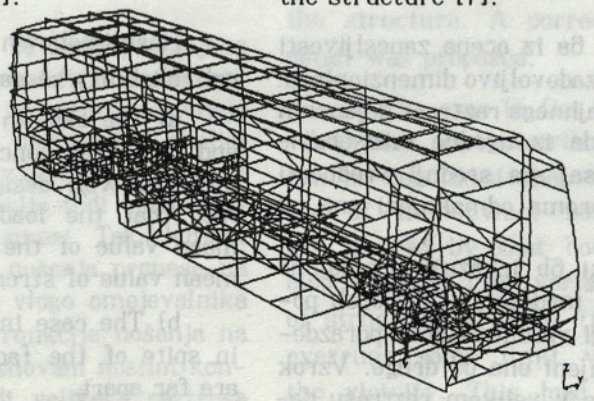
V praksi je bilo izvedeno vrednotenje elementov konstrukcije avtobusa glede na zanesljivost. Nosilna konstrukcija turističnega avtobusa je bila predstavljena v matematičnem modelu z enoizmernimi končnimi elementi [7].

This approach can be applied in the region of infinite-life and finite-life as long as the S-N definition scatter is known.

It is, of course, a considerable simplification if we assume that a failure takes place at the instant when S < R. It is known that a crack grows with successive steps. Different operation conditions yield operational-strength curves and it can be seen that the part's lifetime may be longer.

2. BUS STRUCTURE ANALYSIS

A reliability analysis of bus structure elements was made. The bus structure was discretised and an FE model with linear beam elements was built. A first analysis was made to determine the critical elements of the structure [7].



Sl. 4. *Model nosilne konstrukcije*
Fig. 4. *FEM structure model*

Da bi določili kritična mesta v konstrukciji, je bilo najprej opravljeno simuliranje obremenjevanja konstrukcije s predpostavljenimi kolesnimi obremenitvami po že znanih načelih standardnega vrednotenja konstrukcij vozil [4].

Po predvidevanju naj bi imeli tako definirani kritični elementi, katerih največje obremenitve izhajajo predvsem iz njihove lege v konstrukciji, najmanjše zanesljivosti ob danem materialu in obratovalnih obremenitvah. Izvedene so bile meritve dejanskih naključnih obremenitev v skupini primerjalnih elementov konstrukcije v dejanskih delovnih razmerah — vožnji. Skupino referenčnih elementov so sestavljali tako kritični kakor tudi drugi elementi, ki so bili v meritev vključeni z namenom, da bi pozneje preverili statistične neodvisnosti naključnih obremenitev v posameznih delih. Iz časovnih potekov obremenitvenih stanj so bili za posamezne elemente določeni verjetnostni zakoni porazdelitev dejanskih obremenitvenih stanj. Za približni nastavek se je po uporabljenem testu χ^2 izkazala za zelo primerno triparametrična Weibullova porazdelitev verjetnosti [3], [5].

Verjetnostne porazdelitve za uporabljene materiale so bile določene iz podatkov nosilnosti kot aproksimacije raztrosov trajnih trdnosti [6]. Za vse ključne elemente karoserije je bila določena zanesljivost po naslednjem izrazu:

The load applied in the FE model was set by a classical approach according to the factored vehicle weight per wheel.

For critical elements defined in this way, it was assumed they would have the lowest reliabilities under the given operating conditions. Load measurements under real operating conditions during driving were made on some elements. The group of observed elements consisted of both critical and non-critical elements. The latter were included in the analysis measurement in order to check the statistical independence of related random loads on each individual element. The load probability distributions were calculated from the measured load time histories for each observed element. By application of the χ^2 test it was found that a Weibull probability distribution is a very appropriate approximation of of the real load probability distribution [3], [5].

It was assumed that strength probability distributions for materials were Gaussian and were determined from catalogues of materials [6]. Reliabilities of all critical elements were defined as:

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\beta}{\eta-\gamma}\left(\frac{L_S-\gamma}{\eta-\gamma}\right)\exp\left[-\left(\frac{L_S-\gamma}{\eta-\gamma}\right)^{\beta}\right]\left\{\int_{L_S}^{+\infty}\left(\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}\right)^{-1}\exp\left[-\left(\frac{L_R-\hat{m}}{\hat{\sigma}}\right)^{\beta}\right]dL_R\right\}dL_S \quad (5),$$

kjer so: L_S — delovna obremenitev, L_R — nosilnost, β — parameter oblike verjetnosti obremenitev, η — parameter lege verjetnosti obremenitev, γ — parameter zagotovljene vrednosti verjetnosti obremenitev, m — ocena srednje vrednosti nosilnosti, σ^2 — ocena variance trdnosti.

Rezultati so pokazali nekaj značilnih primerov zanesljivosti (sl. 5, 6).

a) V zgledu na sliki 6a iz ocene zanesljivosti sklepamo, da je element zadovoljivo dimenzioniran. To izhaja predvsem iz majhnega raztrosa dejanskih obremenitev in pa seveda iz ugodne medsebojne lege obeh porazdelitev, saj sta srednji vrednosti obeh porazdelitev razmeroma odmaknjeni ena od druge.

b) Element na sliki 6b izkazuje premajhno zanesljivost kljub ugodni medsebojni legi obeh porazdelitev, saj sta srednji vrednosti obeh porazdelitev razmeroma odmaknjeni ena od druge. Vzrok za majhno zanesljivost je v velikem raztrosu delovnih obremenitev, predvsem zaradi neugodne lege ali oblike nosilnega elementa v konstrukciji.

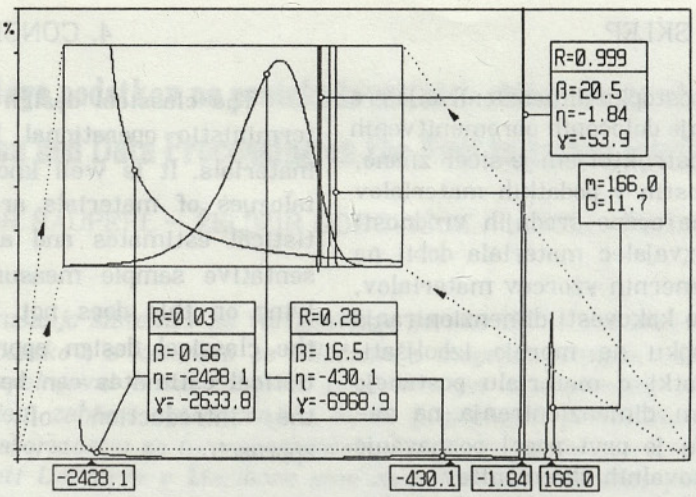
where: L_S — operational load or stress respectively, L_R — carrying capacity or strength respectively, β — Weibull shape parameter, η — Weibull characteristic or scale parameter, γ — Weibull guaranteed value parameter, m — strength mean, σ^2 — strength variance.

Results shown in figures 5, 6 are some typical reliability cases.

a) The case in fig. 6a shows good reliability and it can be concluded that the structure element is well designed. This follows from the fact that the load variance is small and the mean value of the load is far enough from the mean value of strength.

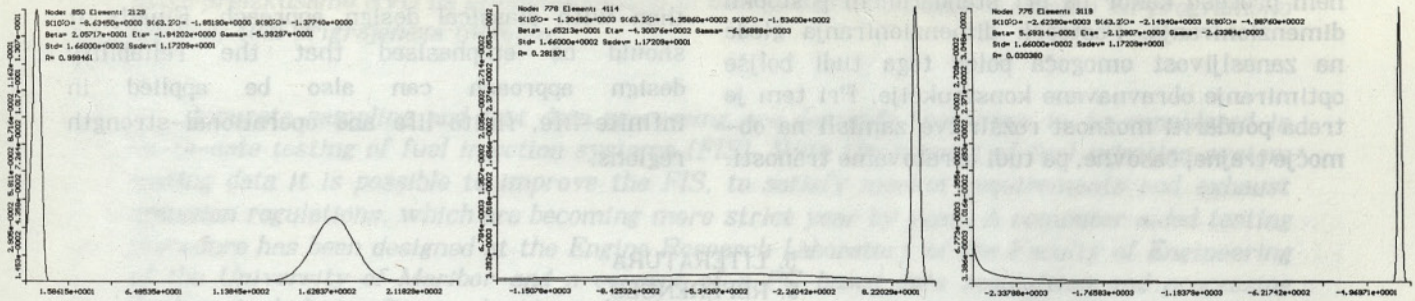
b) The case in fig. 6b shows low reliability in spite of the fact that the two mean values are far apart.

The main reason for the low reliability is the great operating load variance which follows from



Sl. 5. *Skupni prikaz treh značilnih primerov*

Fig. 5. *Presentation of three typical cases*



a) b) c)

Slika 6

a) *zadovoljiva raven zanesljivosti* b) *nezadostna zanesljivost - preširok raztros obremenitev*

c) *nezadostna zanesljivost - preširok raztros obremenitev*

Figure 6

a) *sufficient reliability* b) *insufficient reliability - load scatter too wide*

c) *insufficient reliability - load scatter too wide*

Na podlagi takega sklepa je predlagana sprememba tega detajla konstrukcije.

c) Tudi element na sliki 6c kaže premajhno zanesljivost ob asimetrični porazdelitvi obremenitev. Iz tega sklepamo, da se v elementu pojavljajo najpogosteje obremenitve v neposredni okolici spodnje mejne obremenitve in so z njo navzdol omejene, poleg tega pa se pojavlja tudi velik raztros obremenitev v pozitivni smeri. Tak element v kritičnem trenutku nalogo nošenja prenese na nek sosednji element, ki ima vlogo omejevalnika obremenitev. Zaradi prenosa funkcije nošenja na sosednji element, ki v tako zasnovani nosilni konstrukciji ni zaželen, in zaradi velikega raztrosa delovnih obremenitev, je treba tudi tak konstrukcijski detajl spremeniti.

the unfavourabale position of the element in the structure. A correction of that structure detail was proposed.

c) The case in fig. 6c shows low reliability when the load distribution is asymmetric. It can be concluded that the most frequent loads are of the lowest boundary magnitudes and are limited by that boundary value. There is also a great load variance present. This kind of structural element transfers the load which overruns some limit value to an element in the vicinity. This load transfer had not been appreciated so a correction of that structural detail is proposed.

4. SKLEP

Pri standardnem postopku dimenzioniranja gre dejansko za obravnavanje določenih obremenitvenih stanj in nosilnosti. Konstrukterjem je sicer znano, da so podatki o nosilnostih v podatkih materialov določeni kot statistične ocene srednjih vrednosti trdnosti, ki jih je proizvajalec materiala dobil na podlagi preizkušanj primernih vzorcev materialov, vendar s to informacijo kakovosti dimenzioniranja po standardnem postopku ne morejo izboljšati. Glavni statistični podatki o materialu postanejo pomembni z uvajanjem dimenzioniranja na zanesljivost, pri katerem je prvi pogoj poznavanje časovnih potekov obratovalnih obremenitev.

Dimenzioniranje glede na zanesljivost da bistveno boljše ocene o delovnih zmožnostih nosilnih elementov, saj je v taki oceni vgrajena večja količina podatkov o obnašanju materiala in obratovalnem procesu kakor pa pri standardnem postopku dimenzioniranja. Postopek dimenzioniranja glede na zanesljivost omogoča poleg tega tudi boljše optimiranje obravnavane konstrukcije. Pri tem je treba poudariti možnost razširitve zamisli na območje trajne, časovne, pa tudi obratovalne trdnosti.

4. CONCLUSION

The classical design approach considers deterministic operational loads and strengths of materials. It is well known that data from catalogues of materials are in the form of statistical estimates and are acquired via representative sample measurements. However, relying on this does not improve the quality of the classical design approach. These basic statistical estimates can be exploited only through the introduction of a reliability design approach.

The reliability design approach gives better estimations of operational abilities of the structural elements because the amount of considered load and material data is greater than with classical design approach. Finally it should be emphasised that the reliability design approach can also be applied in infinite-life, finite-life and operational-strength regions.

5. LITERATURA
5. REFERENCES

[1] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.

[2] Buxbaum, O.: Betriebsfestigkeit. Sichere und wirtscaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile. Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1986.

[3] Härtler, G.: Statistische Methoden für die Zuverlässigkeitsanalyse. VEB Verlag Technik, Berlin, 1983.

[4] Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer-Verlag, Berlin, 1972.

[5] Press, W. et al: Numerical Recipes in C. Cambridge University Press, Cambridge, 1988.

[6] Boller, C.–Seeger, T.: Materials Data for Cyclic Loading. Part A, B; Unalloyed Steel. Elsevier, 1987.

[7] I-DEAS Level 4.0 – Manuals. SDRC, Ohio, 1988.

Naslov avtorjev: mag. Tomaž Jurejevčič, dipl. inž.
prof. dr. Matija Fajdiga, dipl. inž.
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Ljubljani
Aškerčeva 6,
Ljubljana, Slovenija

Authors' Address: Mag. Tomaž Jurejevčič, Dipl. Ing.
Prof. Dr. Matija Fajdiga, Dipl. Ing.
Faculty of Mechanical Engineering
University of Ljubljana
Aškerčeva 6
Ljubljana, Slovenia

Prejeto:
Received: 9.12.1993

Sprejeto:
Accepted: 27.1.1994