

UDK 519.2:539.42/.43

Načrtovanje preizkusov za popis obremenitvenih stanj konstrukcij**Experiment Design for Structures Loading State Determination**

MARKO NAGODE — MATIJA FAJDIGA

V prispevku so podani rezultati raziskave o možnostih uporabe različnih metod načrtovanja preizkušanj s poudarkom na Taguchijevih metodah za popis obremenitvenega stanja kot funkcije močno spremenljivih obratovalnih razmer.

This paper treats the results of an investigation on the possibilities of the use of different methods of experiment design for specification of loading conditions as a function of considerably changeable operating conditions. Stress is given to Taguchi's methods of experiment design.

0 UVOD

Pri standardnem pojmovanju dimenzioniranja se ugotavlja dimenzijska primernost konstrukcije s kontrolo varnosti v vseh kritičnih točkah. Za oceno obremenitvenega stanja se v tem primeru običajno uporabljajo analitični postopki, ki temeljijo na izkušnjah oziroma predhodnih konstrukcijskih rešitvah.

Sodobni postopki dimenzioniranja na zanesljivost v primerjavi z dosedanjimi slonijo na eksperimentalnem ugotavljanju obremenitvenega stanja [3], [11]. Ker se lahko za določanje zanesljivosti izdelkov uporabljajo le preizkusni postopki dimenzioniranja, se zastavlja vprašanje, kako je mogoče optimirati faze preizkušanj z vidika časa in stroškov, porabljenih za izvedbo omenjenih faz razvojnega procesa.

Namen pričajočega prispevka je dati odgovor na vprašanje, ali je mogoče v primerih, kadar so obratovalne razmere odvisne od večjega števila vplivnih dejavnikov, z uporabo različnih metod načrtovanj preizkušanj racionalizirati število preizkusov, potrebnih za popis obremenitvenega stanja kot funkcije močno spremenljivih obratovalnih razmer.

**1 PREGLED METOD NAČRTOVANJ
PREIZKUŠANJ**

Prvotno je veljalo prepričanje, da je najbolje proučevati vsakega od dejavnikov posebej, pri čemer se ocenjuje vplivnost posameznega dejavnika s posebnim preizkusom [8]. Kasneje se je izkazalo, da je s kombiniranim proučevanjem večjega števila dejavnikov hkrati (faktorialni eksperiment) mogoče dosegči bistveno boljše rezultate z manjšim številom preizkusov. V tem primeru načrt preizkusov vključuje vse mogoče kombinacije ravni spremenljivih dejavnikov.

0 INTRODUCTION

A classical approach to design is used to predict dimensional suitability by safety factor control of all crucial points of a structure. To estimate the loading state, an analytical approach based on experience or previous design solutions is used.

Unlike classical design, contemporary procedures of reliability design determine the loading state through experiment [3], [11]. Since product reliability can be determined only by experiment, it is important to know how to optimize the experimental phases in terms of time and costs involved in order to realise the mentioned development process phases.

The aim of this paper is to answer whether or not, in cases when the operating conditions depend on a number of significant factors, it is possible to rationalize the number of experiments that are necessary to determine the loading state as a function of the considerably changeable operating conditions, by using different methods of experiment design.

**1 SURVEY OF EXPERIMENT
DESIGN METHODS**

It used to be believed that factors are best observed separately, whereby the influence of each factor is estimated by a separate experiment [8]. Later, it was demonstrated that results are much better when several factors are observed simultaneously (factorial design) by fewer experiments. In this case, the matrix of experiments includes all possible combinations of levels of significant factors.

Oceno vplivnosti posameznega dejavnika in interakcij med njimi je mogoče dobiti z uporabo enega od modelov analize variance. Pomajkljivost opisanega postopka je, da s povečevanjem števila vplivnih dejavnikov oziroma števila ravni potrebno število preizkusov naglo zvečuje.

Obstajata dva različna načina, s katerima je mogoče dodatno zmanjšati potrebno število preizkusov. Pri prvem se omeji število ravni vplivnih dejavnikov (faktorialni eksperiment 2^k [4], [7], [8]), pri drugem pa se iz kompletne matrike preizkusov po določenem ključu izbere vzorec izmerjenih vrednosti in izvede analiza vzorca (latinski, grško-latinski kvadrat [6], Taguchijske metode [9], [10]).

2 HIPOTEZA

Za oceno primernosti posameznih metod načrtovanj preizkušanj so bile krivulje glavnih učinkov vplivnih dejavnikov s pripadajočo preglednico analize variance, dobljene po standardni metodi s kompletno matriko preizkusov, primerjane z analognimi krivuljami vplivov in preglednicami analize variance, dobljenimi z različnimi metodami skrajšanega preizkušanja. Na podlagi primerjave rezultatov analize je bilo mogoče sklepiti o primernosti racionalizacije.

3 NAČRT PREIZKUSOV

Obremenitveno stanje, kateremu je izpostavljena konstrukcija v procesu uporabe, je v tesni povezavi z obratovalnimi razmerami. Običajno se najprej zastavlja vprašanje, kateri dejavniki vplivajo na spremembo obremenitvenega stanja, nato pa je z različnimi statističnimi testi sprejeta ali zavrnjena hipoteza o vplivnosti posameznega dejavnika. Ključnega pomena sta izbira vplivnih dejavnikov, števila nivojev za vsakega od dejavnikov posebej, števila ponovitev preizkusa in načrt preizkusov.

Zaradi nazornosti prikaza in splošnosti metod načrtovanj preizkušanj bodo v nadaljevanju štirje vplivni dejavniki, zajeti v raziskavo, prikazani le s simboli. Faktor A naj bo stopnjevan na šestih, faktor B na dveh, faktor C na treh in faktor D na štirih ravneh. Zaradi pričakovanega raztrosa rezultatov je treba upoštevati še določeno število ponovitev preizkusov ($r = 6$). Skupno število preizkusov je potem takem enako zmnožku ravni vplivnih dejavnikov, pomnoženemu s številom ponovitev preizkusov. Del kompletne matrike preizkusov prikazuje preglednica 1.

The influence of a particular factor and factor interactions can be estimated by using one of the analysis-of-variance methods. However, the disadvantage of the procedure is a rapid increase in the number of experiments due to the increase in the number of significant factors or the number of levels.

There are two different approaches by the use of which the necessary number of experiments can be even further reduced. The first suggests limiting the number of levels of the significant factors (factorial design 2^k [4], [7], [8]). According to the second, a sample of the measured values is selected out of the complete matrix of experiments and then analysed (Latin, Greco-Latin square [6], Taguchi methods [9], [10]).

2 HYPOTHESIS

To estimate the suitability of a particular experiment design method, the following curves were compared: the main effect curves of significant factors with the associated analysis-of-variance table acquired by the classical method with a complete matrix of experiments, and the analogous curves of influences, as well as analysis-of-variance tables obtained by different methods of experiment design. By comparing the results of the analysis it was possible to demonstrate whether rationalization was appropriate or not.

3 MATRIX-OF-EXPERIMENT DESIGN

The loading state to which the structure is exposed in the process of use is closely related to the loading conditions. Usually, the first question to be answered is which factors cause changes in the loading state. Using different statistical tests, the hypothesis on the influence of a particular factor is then accepted or rejected. The selection of the significant factors, the number of levels for each factor separately, the number of replications and the matrix-of-experiment design are of crucial importance.

Because of the general applicability of experiment design, as well as to make a clear presentation, the four significant factors included in the investigation will be presented only by symbols. Factor A should be observed at six, factor B at two, factor C at three and factor D at four levels. Because of the expected scatter of the results, it is necessary to foresee a certain number of replications ($r = 6$). The total number of experiments is calculated by multiplying the product of significant factor levels by the number of replications. A part of the complete matrix of experiments is presented in Table 1.

Preglednica 1. Del kompletne matrike preizkusov pri pogoju B_1, C_1, A_1, D_k
 Table 1. Part of the complete matrix of experiments under the condition B_1, C_1, A_1, D_k

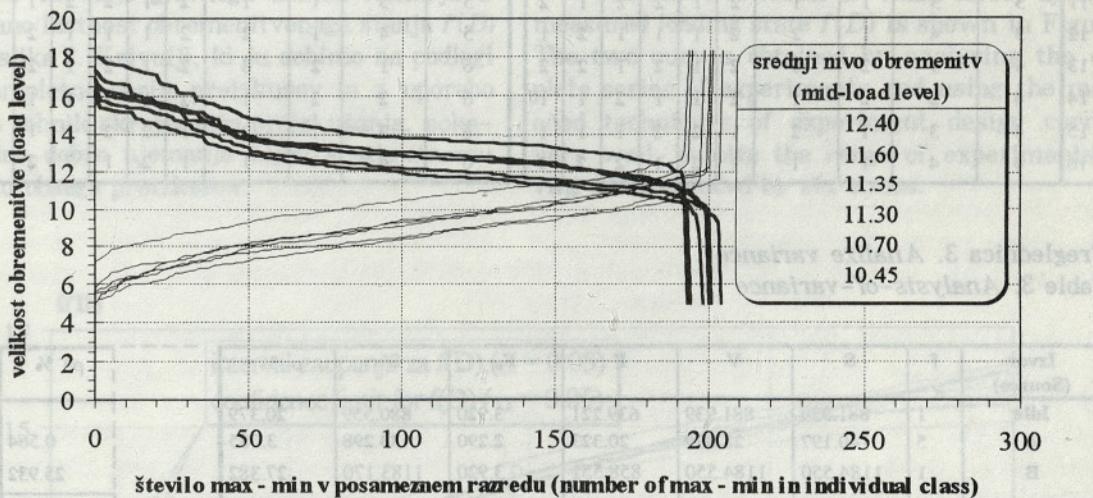
D	A											
	1		2		3		4		5		6	
1	1 1,61	3 3,62	1 2,79	3 4,80	1 3,97	3 5,98	1 4,111	3 6,112	1 5,125	3 7,126	1 6,135	3 8,136
	5 5,63	7 7,64	5 6,81	7 8,82	5 7,99	7 9,100	5 8,113	7 10,114	5 9,127	7 11,128	5 10,137	7 12,138
	9 9,65	11 11,66	9 10,83	11 12,84	9 11,101	11 1,41	9 12,115	11 2,43	9 1,25	11 3,45	9 2,27	11 4,47
2	1 7,73	3 9,74	1 8,91	3 10,92	1 9,107	3 11,108	1 10,121	3 12,122	1 11,133	3 1,1	1 12,143	3 2,3
	5 11,75	7 1,13	5 12,93	7 2,15	5 1,5	7 3,17	5 2,7	7 4,19	5 3,9	7 5,21	5 4,11	7 6,23
	9 3,29	11 5,49	9 4,31	11 6,51	9 5,33	11 7,53	9 6,35	11 8,55	9 7,37	11 9,57	9 8,39	11 10,59
3	2 1,67	4 3,68	2 2,85	4 4,86	2 3,102	4 5,103	2 4,116	4 6,117	2 5,129	4 7,130	2 6,139	4 8,140
	6 5,69	8 7,70	6 6,87	8 8,88	6 7,104	8 9,105	6 8,118	8 10,119	6 9,131	8 11,132	6 10,141	8 12,142
	10 9,1	12 11,72	10 10,89	12 12,90	10 11,106	12 1,42	10 12,120	12 2,44	10 1,26	12 3,46	10 2,28	12 4,48
4	2 7,76	4 9,77	2 8,94	4 10,95	2 9,109	4 11,110	2 10,123	4 12,124	2 11,134	4 1,2	2 12,144	4 2,4
	6 11,78	8 1,14	6 12,96	8 2,16	6 1,6	8 3,18	6 2,8	8 4,20	6 3,10	8 5,22	6 4,12	8 6,24
	10 3,30	12 5,50	10 4,32	12 6,52	10 5,34	12 7,54	10 6,36	12 8,56	10 7,38	12 9,58	10 8,40	12 10,60

4 SPREMENBA OBREMEMITVENEGA STANJA

Pri problemih, povezanih s trdnostnimi prečrunci, obratovalno trdnostjo in zanesljivostjo, je treba časovne poteke obremenitev spremeniti v obliko, iz katere je mogoče razbrati vrednosti parametrov obremenitev, ki so odločilni za utrujanje. Za popis parametrov obremenitev, npr.: velikost, število in gradient sunkov ter vrstni red in stopnja obremenitve, se uporablajo obremenitveni kolektivi (sl.1), sestavljeni iz naključnih obremenitev z uporabo standardnih števnih metod [1], [2], [5].

4 LOADING STATE TRANSFORMATION

For solving strength calculations, and operating strength and reliability problems, load histories have to be transformed into a form from which the values of load parameters that are crucial for fatigue can be calculated. To determine the load parameters, such as amplitude, number and gradient of pulses, succession and load level, loading spectra are used (Fig. 1.). They are constructed from load histories using standardized counting methods [1], [2], [5].



Sl. 1. Obremenitveni kolektiv po metodi štetja konic sunkov III
 Fig. 1. Loading spectra by the use of peak counting III method

5 TAGUCHI JEVE METODE NAČRTOVANJ PREIZKUŠANJ

Zaradi svoje prilagodljivosti se v zadnjem času vse bolj uveljavlja uporaba različnih Taguchijevih metod načrtovanj preizkušanj. Razlog, ki narekuje uporabo teh metod, je možnost kombiniranja velikega števila vplivnih dejavnikov, stopnjevanih na zelo različnem številu nivojev. Z uporabo latinskega in grško-latinskega kvadrata to sploh ni mogoče, faktorinalni eksperiment pa ponuja le zelo omejene možnosti kombiniranja števila ravni.

5 TAGUCHI METHODS OF EXPERIMENT DESIGN

Due to their flexibility, Taguchi methods of experiment design have recently been increasingly used. They make it possible to combine a large number of significant factors measured at a very different number of levels. However, this is not possible with Latin and Greco-Latin squares. Similarly, factorial design offers only limited possibilities of number-of-level combinations.

V nadaljevanju bo prikazana konstrukcija načrta preizkusov s kombinirano uporabo delno razširjenega načrta preizkusov, večnivojske tehnike in tehnike z namišljeno ravnjo. Z naštetimi metodami je mogoče močno zmanjšati potrebno število preizkusov in hkrati modifcirati standardno ortogonalno polje $L_{18}(2^{15})$ v obliko $L_{18}(6 \times 4 \times 3 \times 2^8)$, ki omogoča hkraten študij faktorja na šestih (A), faktorja na štirih (D), faktorja na treh (C) in faktorja na dveh ravneh (B) (pregl. 2).

We shall now present how to design a matrix of experiments by combining partial supplementing design, multi-level technique and dummy level technique. By these methods, it is possible to reduce the necessary number of measurements and at the same time modify the standardized orthogonal array $L_{18}(2^{15})$ into the form of $L_{18}(6 \times 4 \times 3 \times 2^8)$ which makes it possible to deal with a factor (A) at six, a factor at four (D), a factor at three (C) and a factor at two levels (B) (Table 2).

Preglednica 2. Taguchijeva matrika preizkusov $L_{18}(6 \times 4 \times 3 \times 2^8)$

Table 2. Taguchi matrix of experiments $L_{18}(6 \times 4 \times 3 \times 2^8)$

del I (part I)															del II (part II)														
n	A (1,2,3)	D (4,8,12)	Idle	C (10,15)	B	e	e	e	e	e	e	1	A (1,2,3)	D (4,8,12)	Idle	C (10,15)	B	e	e	e	e	e							
					6	7	9	11	13	14							6	7	9	11	13	14							
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
2	1	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2				
3	1	3	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	3	2	1	2	2	1	1	2	2				
4	1	4	2	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	4	2	3	2	2	2	1	1	1				
5	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	2				
6	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2				
7	2	3	2	3	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	3	2	1	1	1	2	2	1	1				
8	2	4	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	4	2	1	1	1	2	1	1				
9	3	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2				
10	3	2	2	3	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	2	1				
11	3	3	1	1	2	1	2	1	2	2	1	1	2	1	2	1	3	1	1	2	1	2	1	1	2				
12	3	4	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	4	1	2	1	1	1	2	1	1				
13	4	1	2	3	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2	3	2	1	2	1	2				
14	4	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1				
15	4	3	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	3	1	2	1	2	2	1	1	1				
16	4	4	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	1	1	4	1	1	1	2	1	2	2	2	2				

Preglednica 3. Analize variance

Table 3. Analysis-of-variance

Izvor (Source)	f	S	V	F	F ₀	S'	p %	p* %
Idle	1	881.939	881.939	639.221	3.920	880.559	20.379	
A	5	140.197	28.039	20.323	2.290	133.298	3.085	0.564
B	1	1184.550	1184.550	858.551	3.920	1183.170	27.382	25.932
C(1,2)	1	248.005	248.005	179.752	3.920	246.625	5.708	46.044
C(1,3)	1	795.802	795.802	576.790	3.920	794.422	18.385	
D	3	758.989	252.996	183.369	2.680	754.850	17.469	14.851
e ₁	11	145.923	13.266	9.615	1.869	130.746	3.026	7.292
e ₂	120	165.565	1.380			197.298	4.566	5.316
(e)	120	165.565	1.380					
T''	23	4155.404						
T'	143	4320.969				4320.969	100.000	100.000

p – razmernostni faktor, dobljen z analizo Taguchijeve matrike preizkusov
(contribution ratio achieved by Taguchi matrix of experiments)

p* – razmernostni faktor, dobljen z analizo kompletno matrike preizkusov
(contribution ratio achieved by the analysis of complete matrix of experiments)

Primerjava rezultatov analize variance, dobrijenih na podlagi kompletne in okleščene matrike preizkusov, pokaže dobro ujemanje. Iz preglednice 3 je razvidno, da imajo vsi štirje opazovani faktorji (A, B, C in D) bistven vpliv na obremenitveno stanje. Sumarni delež interakcij med faktorji (e_1) je sicer prav tako značilen, vendar je njegov vpliv v primerjavi z drugimi faktorji majhen. Tudi delež celotne variacije (e), ki označuje sisanje rezultatov zaradi ponovitev preizkusov, je podoben v obeh primerih.

Navadno nas poleg preglednice analize varianc zanima tudi grafična predstavitev rezultatov. Kot zelo primerna se je izkazala grafična predstavitev s krivuljami glavnih učinkov faktorjev, kjer vpliv posameznega faktorja na opazovano lastnost prikažemo z ločenim grafikom. Iz tako dobljenega niza funkcij glavnih učinkov faktorjev $f(A)$, $f(B)$, $f(C)$, $f(D)$ oziroma interakcij $f(AB)$, $f(BC)$, je mogoče s preprostim seštevanjem sestaviti enačbo, ki podaja opazovano lastnost pojava kot funkcijo vseh bistvenih dejavnikov oziroma interakcij hkrati:

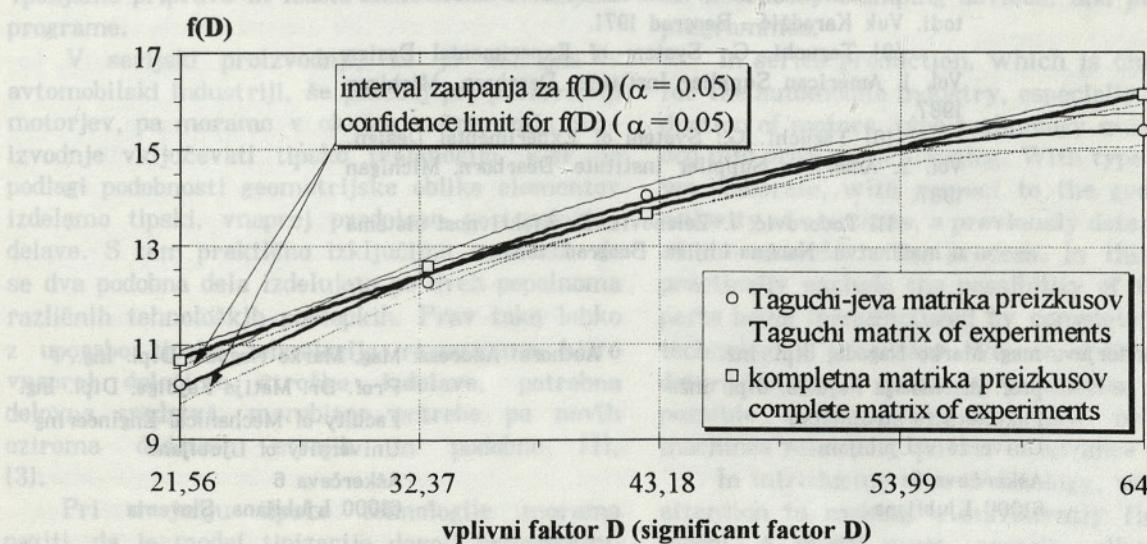
$$f(A, B, C, D, AB, BC, \dots) = f(A) + f(B) + f(C) + f(D) + f(AB) + f(BC) + \dots$$

Primer krivulje glavnega učinka faktorja D na opazovano lastnost obremenitvenega stanja $f(D)$ prikazuje slika 2. Krivulji, ki ju dobimo na podlagi analize kompletno serije preizkusov in z uporabo omenjenih tehnik skrajšanega preizkušanja, pokazeta izredno dobro ujemanje kljub šestkratnemu zmanjšanju obsega preizkusov.

The comparison of the analysis-of-variance results obtained by the complete and incomplete matrix of experiments shows good correlation. It can be seen from Table 3 that the four observed factors (A, B, C and D) significantly influence the loading state. Total interaction among the factors (e_1) is significant, but compared to other factors, its influence is small. Total variation (e) which determines the scatter of results because of replications is also similar in both cases.

Apart from the analysis-of-variance table, we are often interested in the graphic presentation of results. In such cases, main effect curves have proved to be very suitable. The influence of a particular factor upon the measured characteristic is presented by a separate diagram. From the set of the main effect functions $f(A)$, $f(B)$, $f(C)$, $f(D)$ and interactions $f(AB)$, $f(BC)$, it is possible to create a formula by simple addition presenting the measured characteristic of the phenomenon as a function of all significant factors and interactions:

The curve of factor D main effect upon the measured loading state $f(D)$ is shown in Figure 2. The two curves obtained by analysing the complete series of experiments and using the mentioned techniques of experiment design correlate very well, despite the range of experiments having been reduced by six times.



Sl. 2. Glavni učinek faktorja D na srednjo raven obremenitve $f(D)$

Fig. 2. The main effect of factor D on mid-load level $f(D)$

6 SKLEP

Analiza rezultatov meritev, dobljenih na podlagi kompletne in okleščene matrike preizkusov, je pokazala, da je mogoče z uporabo Taguchijevih metod načrtovanj preizkušanj izredno zmanjšati potrebitno število preizkusov za popis obremenitvenega stanja kot funkcije obratovalnih razmer. V obravnavanem primeru je bilo mogoče zmanjšati začetnih 864 na vsega 144 preizkusov. Uporaba omenjenih metod ni omejena zgolj na probleme obratovalne trdnosti. To dokazujejo številne uporabe teh metod na različnih področjih tehnike.

6 CONCLUSION

The results of the comparison between the analysis-of-variance tables and the main effect curves obtained on the basis of a complete and incomplete matrix of experiments are as follows: Taguchi methods can largely reduce the required number of measurements necessary to determine the loading state as a function of the operating conditions, thus contributing to the rationalization of the number of experiments. In our case, the number of experiments was reduced from 864 to 144. However, the use of Taguchi methods is not restricted only to the field of operating strength, but is also widely used in various engineering fields.

7 LITERATURA

7 REFERENCES

- [1] Buxbaum, O.: *Betriebsfestigkeit*. Verlag Stahl-eisen GmbH, Düsseldorf 1986.
- [2] DIN Veröffentlichungen, DIN 45667 Klassier-verfahren für das Erfassen regellosen Schwingungen, Beuth Verlag, Berlin 1969
- [3] Fajdiga, M.: Dimenzioniranje in efektivnost. Zbornik posvetovanja Metode dimenzioniranja na efektivnost proizvodov. Bled 1982.
- [4] Goupy, J. L.: *Methods for Experimental Design. Principles and Applications for Physicsts and Chemists*, Vol. 12. Elsevier Publ. Amsterdam 1993.
- [5] Haibach, E.: *Betriebsfestigkeit*. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [6] Hogg, R. V.-Ledolter J.: *Applied Statistics for Engineers and Physical Scientists*. Macmillan Publishing Company, New York 1992.
- [7] Johnson, N. L.-Leone, F. C.: *Statistics and Experimental Design Vol II*. John Wiley & Sons, New York, 1964.
- [8] Snidkor, D. V.-Kohren, V. C.: *Statistički metodi*. Vuk Karadžić . Beograd 1971.
- [9] Taguchi, G.: *System of Experimental Design* Vol. 1. American Supplier Institute. Dearborn, Michigan 1987.
- [10] Taguchi, G.: *System of Experimental Design*. Vol. 2. American Supplier Institute. Dearborn, Michigan 1987.
- [11] Todorović, J.-Zelenović, D.: *Efektivnost sistema u mašinstvu*. Naučna knjiga. Beograd, 1981.

Naslov avtorjev: mag. Marko Nagode, dipl. inž.
prof. dr. Matija Fajdiga, dipl. inž.
Fakulteta za strojništvo
Univerze v Ljubljani
Aškerčeva 6
61000 Ljubljana

Authors' Address: Mag. Marko Nagode, Dipl. Ing.,
Prof. Dr. Matija Fajdiga, Dipl. Ing.
Faculty of Mechanical Engineering
University of Ljubljana
Aškerčeva 6
61000 Ljubljana, Slovenia