

UDK 621.833:539.4:519.61/.64

Numerično določevanje debeline utrjene površinske plasti pri zobiških dvojicah

Numerical Determination of Hardened Surface Layer Thickness on Gears

SREČKO GLODEŽ - JOŽE FLAŠKER

V prispevku je predstavljen postopek za določevanje optimalne debeline utrjene površinske plasti na zobihi bokih. Potrebna debelina trde plasti je določena glede na maksimalno primerjalno napetost, ki se pojavlja v kontaktu dveh zobihi bokov. Pri dobrem mazanju se pojavlja maksimalna primerjalna napetost na določeni razdalji pod površino kontakta. Velikost in položaj maksimalne primerjalne napetosti v kontaktnem področju sta določena numerično z metodo končnih elementov. Pri numeričnih izračunih je kontakt dveh zobihi bokov nadomeščen z ekvivalentnim modelom dveh valjev, katerih polmera ustrezata krvinskima polmeroma zobihi bokov v poljubni točki na ubirnici. Ekvivalentna valja sta obremenjena z normalno in tangencialno obremenitvijo, ki sta prej določeni z uporabo Hertzove teorije. Na podlagi teh izračunov sta določeni velikost in položaj maksimalne primerjalne napetosti v kontaktnem področju glede na bočni tlak, koeficient trenja in ekvivalentni polmer zobihi bokov. Minimalna potrebna debelina utrjene površinske plasti za preprečitev poškodb zobihi bokov je potem določena v odvisnosti od velikosti in položaja maksimalne primerjalne napetosti v kontaktnem področju.

A new technique for determining the optimum thickness of the hardened surface layer on gear flanks is presented in the paper. The required hardened layer thickness is determined in relation to the maximum equivalent stress that appears in the layer due to contact with the matching gears. Under favourable lubrication conditions the maximum equivalent stress always appears at a certain depth under the contacting surfaces. The amplitude and position of the maximum equivalent stress in the gear contact region is determined numerically by the finite element method. The computational analyses of the gear contact problem are performed by using the equivalent model of two cylinders that have the same radii as is the curvature radius of the gear flanks at any point on the engagement line. The equivalent cylinders are subjected to real normal and tangential tractions that are determined by the Hertz contact theory. The results from such numerical analyses provide the basis for determination of how the amplitude and position of the maximum equivalent stress depend on the contact pressure, friction and equivalent curvature radius of gear flanks. This relationship is then used for evaluation of the required thickness of the surface-hardened layer, which is needed for prevention of any surface damage, such as pitting, occurring on the gear teeth flanks.

0 UVOD

Za zahtevna zobiška gonila se v splošnem uporabljajo površinsko utrjeni zobiški, ki imajo trdo površino, odporno proti obrabi, in žilavo jedro, odporno proti zlomu v korenju zoba. Navedene zahteve dosežemo z ustrezno toplotno obdelavo. Za preprečitev nastanka poškodb na površini zobihi bokov mora biti debelina trde površinske plasti takšna, da se pojavlja maksimalna napetost v kontaktnem področju vedno v utrjeni plasti in je hkrati manjša od lokalne meje plastičnosti površinske plasti. Slednja se določi s preizkusi pri čistem nategu ali čistem strigu. Napetost, ki ustreza meji plastičnosti pri omenjenih preizkusih, se v praktičnih primerih v splošnem določi z uporabo ustreznega kriterija po eni izmed porušitvenih hipotez. Za večino kovinskih materialov se še največ uporablja

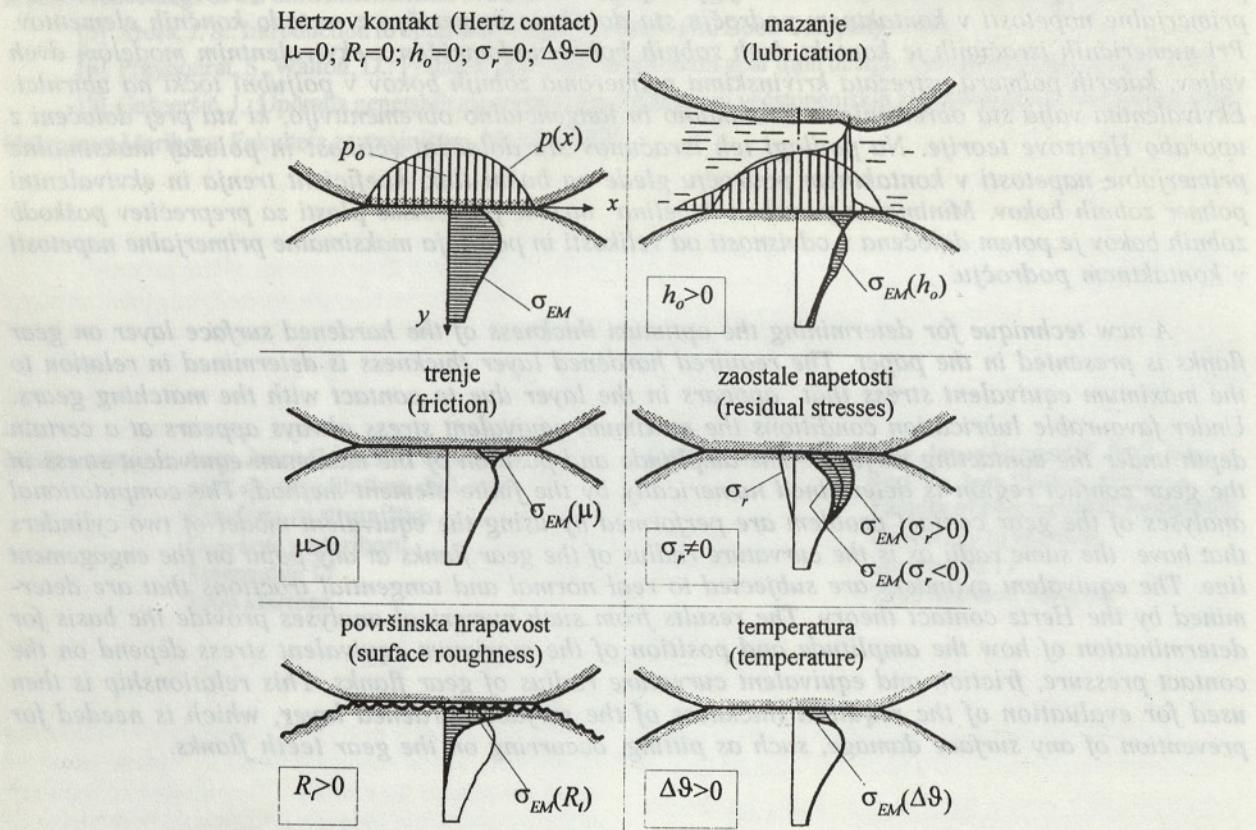
0 INTRODUCTION

In demanding gear assemblies the gears are usually made of hardened steel. Steel hardening is a process of surface thermal treatment that results in a very hard surface layer with increased wear resistance, and a tougher inner body that is more resistant against fracturing. To prevent any fatal surface damage occurring on gear teeth flanks due to extensive wear, the thickness of the hardened layer should be such that the maximum applied stresses are always positioned in the hardened layer and are at the same time lower than the local yield stress. The yield stress of the material is obtained from a pure one-dimensional tension or from shear experimental testing. The load at which plastic yielding begins in realistic structures is related to the uni-axial yield stress through the appropriate yield criterion. For most metallic

Misesov kriterij, po katerem je primerjalna napetost [4]:

$$\sigma_{EM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_v = \sqrt{3} \cdot \tau_y \quad (1)$$

kjer so σ_1 , σ_2 in σ_3 - glavne normalne napetosti, τ_y - meja plastičnosti materiala pri čistem strigu in σ_v - meja plastičnosti materiala pri čistem nategu. V splošnem so razmere pri kontaktni obremenitvi dveh zobnih bokov zelo zapletene, tako da vpliva na primerjalno napetost σ_{EM} v kontaktnem področju več dejavnikov (sl. 1) [7].



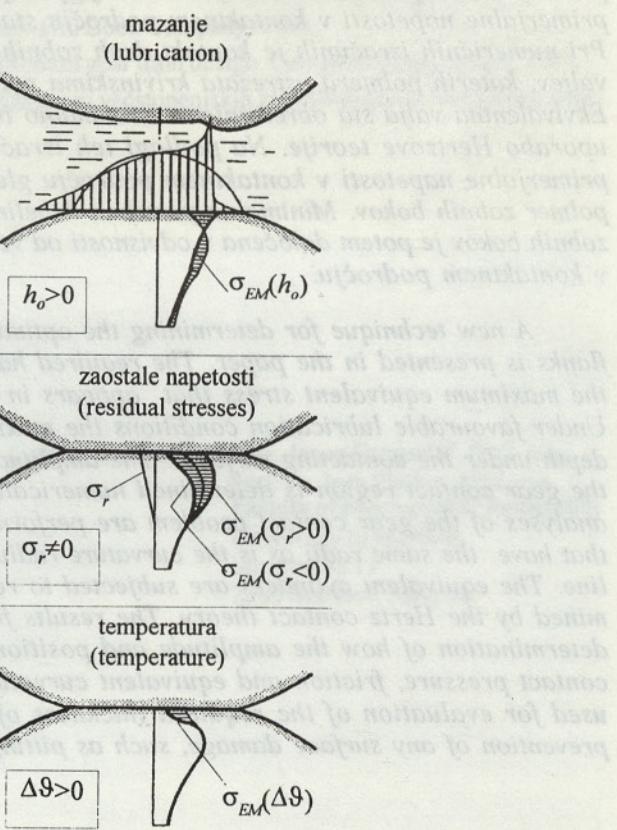
Sl. 1. Vpliv nekaterih veličin na porazdelitev primerjalne napetosti po Misesu σ_{EM} v kontaktnem področju dveh zobnih bokov

Fig. 1. The influence of various factors on the distribution of the equivalent Mises stress σ_{EM} in the contact area of two gear flanks.

Pomemben dejavnik na trdnost zobnih bokov je tudi potek trdote v površinskem sloju. Če upoštevamo, da je lokalna trdnost materiala (npr. meja plastičnosti) sorazmerna trdoti [7], lahko pri proučevanju bočne trdnosti primerjamo obremenitev v kontaktnem območju s potekom trdote v površinskem sloju, kakor je to prikazano na sliki 2. Ta prikazuje tri poteke primerjalne napetosti po Misesu σ_{EM} v kontaktnem področju dveh zobnih bokov, v odvisnosti od nadomestnega polmera R^* in maksimalnega bočnega tlaka p_o (pogl.1). Pri majhnih bočnih tlakih in velikih

materials the Mises' strain energy criterion is the best choice and is postulated as [4]:

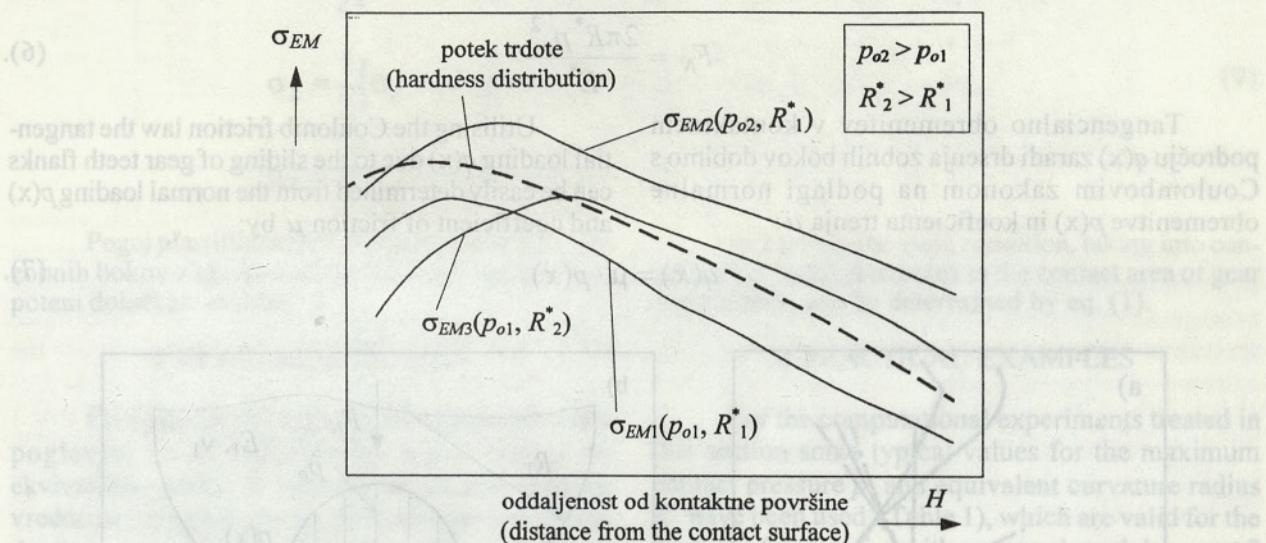
where σ_1 , σ_2 and σ_3 - are the principal stresses, and τ_y and σ_v - are the yield stress of the material in simple shear and simple tension respectively. The contact conditions between matching gear teeth are complex and many parameters influence the equivalent stress σ_{EM} appearing in the contact area of two gear flanks. They are summarised in Figure 1 [7].



The hardness distribution in the surface layer is another important parameter, especially its distribution in the surface layer, if it is assumed that the local strength of the material (yield stress) is proportional to the material hardness [7]. A typical distribution of local strength of the material in the surface layer is illustrated in Figure 2. Figure 2 also shows three distributions of the Mises' equivalent stress σ_{EM} through the hardened surface layer in the contact area of gear teeth flanks for different combinations of the equivalent curvature radius R^* and maximum contact pressure p_o (see Section 1). For small contact

krivinskih radijih je primerjalna napetost $\sigma_{EM} = f(p_o, R^*)$ v celotnem področju manjša od lokalne trdnosti materiala. S povečanjem bočnega tlaka oziroma zmanjšanjem krivinskega polmera pa postaneta primerjalni napetosti $\sigma_{EM2} = f(p_o, R_1^*)$ in $\sigma_{EM3} = f(p_o, R_2^*)$ v določenem področju pod površino kontakta večji od lokalne trdnosti materiala. V tem področju lahko pričakujemo tudi nastanek poškodb, kakršna je na primer jamičenje zobnih bokov. Po tem lahko sklepamo, da moramo pri definiranju poteka trdote v površinskem sloju zobnih bokov upoštevati tako maksimalni bočni tlak p_o kakor tudi ekvivalentni nadomestni polmer R^* .

pressures and large curvature radii the equivalent stress $\sigma_{EM} = f(p_o, R^*)$ is always lower than the local strength of the material. However, by increasing the contact pressure or reducing the curvature radius the equivalent stresses $\sigma_{EM2} = f(p_o, R_1^*)$ and $\sigma_{EM3} = f(p_o, R_2^*)$ become higher than the local yield limit at a certain depth under the surface. Initial damage such as cracking can be expected to occur in such regions. Thereafter it can be concluded that the hardness distribution in the surface layer should be dependent on the maximum contact pressure p_o and equivalent curvature radius R^* of gear teeth flanks.



Sl. 2. Porazdelitev primerjalne napetosti σ_{EM} pod kontaktno površino

Fig. 2. Distribution of the equivalent stress σ_{EM} under the contacting surface

1 SIMULIRANJE KONTAKTNIH PROBLEMOV PRI ZOBNIKIH

Zaradi poenostavitev numeričnih izračunov je upravičeno nadomestiti kontakt dveh zobnih bokov z ekvivalentnim modelom kontakta dveh valjev (sl. 3) [1]. Pri tem morata polmera nadomestnih valjev ustrezati krivinskim polmeroma zobnih bokov v poljubni opazovani točki na ubirnici. S tem je omogočena uporaba Hertzove teorije, po kateri je porazdelitev tlaka v kontaktinem področju podana s [4]:

$$p(x) = \frac{2F_N}{\pi b^2} \sqrt{b^2 - x^2} \quad (2)$$

kjer je F_N - normalna sila na enoto širine nadomestnih valjev (širine zob zobnikov) in b - polovična širina dotikalne ploskve, ki je podana z [4]:

$$b = \sqrt{\frac{8F_N R^*}{\pi E^*}} \quad (3)$$

1 SIMULATION OF CONTACT PROBLEMS IN GEARS

For the purpose of easier consideration of gear contact parameters in numerical computations it is very useful to replace the complicated gear pair geometry with an equivalent model of two cylinders (Fig. 3) [1]. The equivalent cylinders have radii the same as is the curvature radius of gear teeth flanks at any chosen point on the engagement line. This enables the use of the Hertz contact theory, where the distribution of contact pressure in the contact area can be analytically determined by [4]:

in which F_N - is the normal force per unit length of equivalent cylinders (gear width) and b - the half-width of the contact area, which is given as [4]:

kjer sta R^* in E^* ekvivalentni polmer in ekvivalentni modul elastičnosti po enačbah:

$$E^* = \frac{2E_1 E_2}{E_2(1-v_1^2) + E_1(1-v_2^2)} \quad (4),$$

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (5).$$

Normalna sila na enoto širine valjev F_N je odvisna od maksimalnega bočnega tlaka $p_o = p(x=0)$ in je podana z enačbo:

$$F_N = \frac{2\pi R^* p_o^2}{E^*} \quad (6).$$

Tangencialno obremenitev v kontaktnem področju $q(x)$ zaradi drsenja zobnih bokov dobimo s Coulombovim zakonom na podlagi normalne obremenitve $p(x)$ in koeficiente trenja μ :

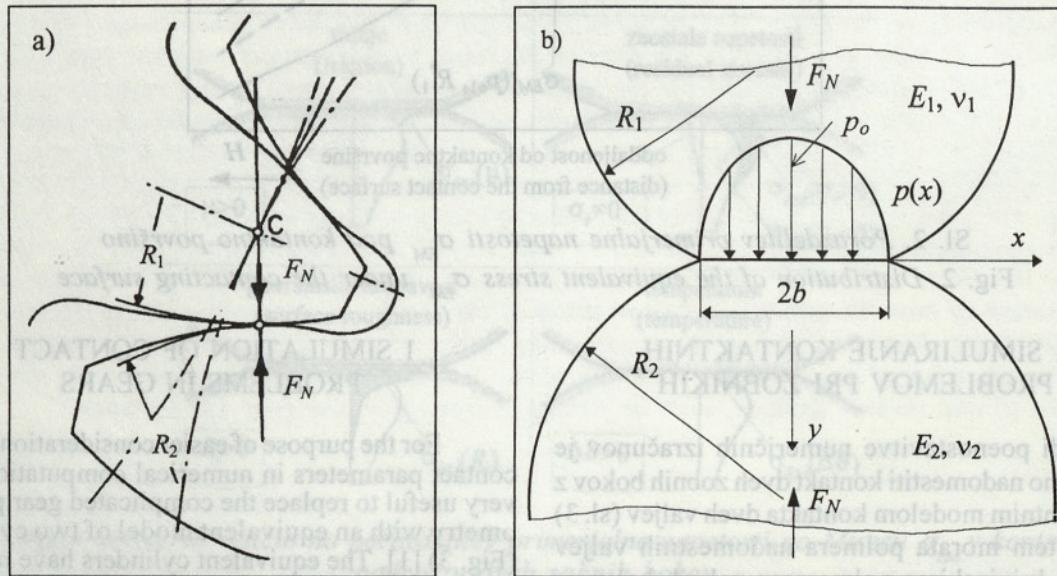
$$q(x) = \mu \cdot p(x) \quad (7).$$

where R^* is the equivalent radius and E^* is the equivalent Young's modulus defined as:

$$E^* = \frac{2E_1 E_2}{E_2(1-v_1^2) + E_1(1-v_2^2)} \quad (4),$$

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (5).$$

The normal force F_N is a function of the maximum contact pressure $p_o = p(x=0)$ and can be determined by:



Sl. 3. Model kontakta dveh zobnih bokov: (a) in nadomestni model dveh valjev (b)

Fig. 3. Contact model of two gear flanks: (a) and equivalent model of two cylinders (b)

Z uporabo enačb (2) in (7), ki definirata zunanjí obremenitvi pri kotalno-drsnem kontaktu zobnih bokov pri obratovanju zobiške dvojice, lahko simuliramo razmere v kontaktnem področju z metodo končnih elementov brez uporabe posebnega algoritma za reševanje kontaktnih problemov [2].

Ce napetosti v kontaktnem področju pri obratovanju zobiške dvojice presežejo mejo tečenja, nastanejo plastične deformacije in s tem zaostale napetosti. Za primer ravninskega deformacijskega stanja pri kontaktu dveh zobnih bokov lahko

By using eqs. (2) and (7) for the external loading one can then simulate rolling and sliding contact conditions between matching gear teeth by using the general purpose finite element codes without implementation of special algorithms for solving the contact problems [2].

If the yield limit is exceeded due to contact loading of the gear flanks, some plastic deformation will take place and thereby introduce residual stresses. When the plane strain condition of the gear contact problem is taken into account, the residual

zanemarimo komponenti zaostalih napetosti (τ_{xz})_r in (τ_{zy})_r, medtem ko postanejo preostale komponente neodvisne od osi x in z. Zaradi napetostnega stanja na prosti površini odpadeta tudi napetostni komponenti (σ_y)_r in (τ_{xy})_r, tako da se sistem zaostalih napetosti skrči na:

$$(\sigma_x)_r = f_1(y), \quad (\sigma_z)_r = f_2(y), \quad (\sigma_y)_r = (\tau_{xy})_r = (\tau_{yz})_r = (\tau_{zx})_r = 0 \quad (8).$$

Glavne napetosti kot kombinacija kontaktnih in zaostalih napetosti so potem [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2} [\sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y] + \frac{1}{2} \sqrt{[\sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_y]^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2} [\sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y] - \frac{1}{2} \sqrt{[\sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_y]^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \sigma_3 &= \nu [\sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y] + (\sigma_z)_r \end{aligned} \quad (9).$$

Pogoj plastificiranja materiala v kontaktu dveh zobnih bokov z upoštevanjem zaostalih napetosti se potem določi po enačbi (1).

2 PRAKTIČNI PRIMERI

Pri numeričnih izračunih, obravnavanih v tem poglavju, so za maksimalni bočni tlak p in ekvivalentni polmer R^* uporabljeni nekatere značilne vrednosti (preglednica 1), ki ustrezajo zobniškim dvojicam z normalnim modulom $m < 7$ mm, številom zob $z < 25$ in prestavnim razmerjem $u < 5$. Za vse izračune je uporabljen modul elastičnosti $E = 2,06 \cdot 10^5$ MPa in Poissonovo razmerje $\nu = 0,3$. Z upoštevanjem priporočene vrednosti koeficiente trenja $\mu = 0,04$ za zobniške dvojice z dobim mazanjem [5] in z uporabo enačb (2) in (7) za določitev kontaktnih obremenitev, določimo maksimalno primerjalno napetost (σ_{EM}^{max}) in njen položaj (oddaljenost od kontaktne površine H) z uporabo numeričnega modela na sliki 4. Rezultati teh izračunov so navedeni v preglednici 1.

stresses (τ_{xz})_r and (τ_{zy})_r can be neglected, and the remaining stress components become independent of x and z. It is not possible for the residual stresses to be in equilibrium with a traction free surface (σ_y)_r and (τ_{xy})_r, and the only possible equilibrium of residual stresses is therefore reduced to:

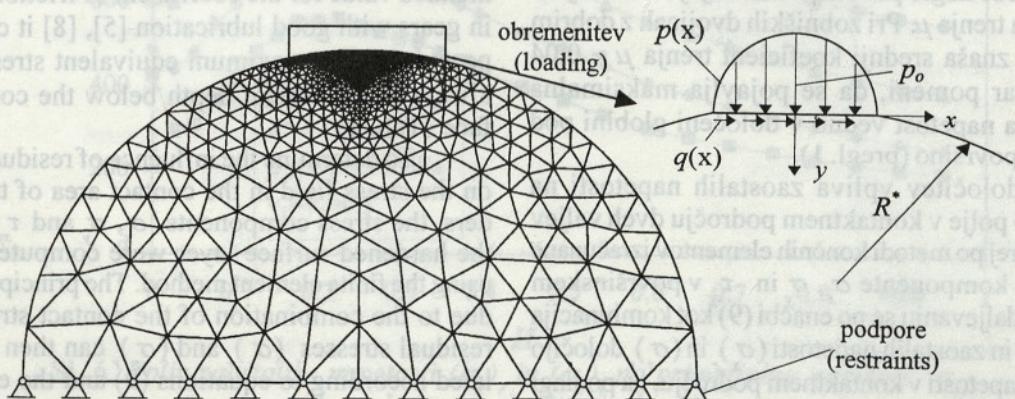
$$(\sigma_x)_r = f_1(y), \quad (\sigma_z)_r = f_2(y), \quad (\sigma_y)_r = (\tau_{xy})_r = (\tau_{yz})_r = (\tau_{zx})_r = 0 \quad (8).$$

The principal stresses due to the combination of contact and residual stresses are then [4]:

In this way the yield condition, taking into consideration residual stresses in the contact area of gear teeth flanks, can be determined by eq. (1).

2 PRACTICAL EXAMPLES

For the computational experiments treated in this section some typical values for the maximum contact pressure p and equivalent curvature radius R^* have been used (Table 1), which are valid for the contact of gear pairs with a normal modulus $m < 7$ mm, number of teeth $z < 25$ and gear ratio $u < 5$. For all examples Young's modulus $E = 2,06 \cdot 10^5$ MPa and Poisson's ratio $\nu = 0,3$ have been used. Taking into account the recommended value for the coefficient of friction in gears with good lubrication $\mu = 0,04$ [5], and using eqs. (2) and (7) for determination of contact loading parameters, the maximum equivalent stress (σ_{EM}^{max}) and its position (depth H under the contact surface) have been determined by using the finite element model shown in Figure 4. The results of this computation are summarised in Table 1.



Sl. 4. Numerični model za določitev (σ_{EM}^{max}) in H

Fig. 4. Numerical model for determination of (σ_{EM}^{max}) and H

Preglednica 1: Maksimalna primerjalna napetost (σ_{EM}^{max}) in njena lega
(oddaljenost od kontaktne površine H) za različne kombinacije p_o in R^*

Table 1: The maximum equivalent stress (σ_{EM}^{max}) and its position
(depth H under the contact surface) for different combinations of p_o in R^*

maksimalni bočni tlak (maximum contact pressure) p_o MPa	maksimalna primerjalna napetost (maximum equivalent stress) (σ_{EM}^{max}) MPa	oddaljenost od kontaktne površine H v [mm] (depth H under the contact surface in [mm])				
		nadomestni polmer (equivalent radius) R^* [mm]				
		6	8	10	14	20
1000	562	0.074	0.098	0.124	0.173	0.247
1200	680	0.089	0.119	0.148	0.208	0.297
1400	795	0.104	0.139	0.173	0.242	0.346
1550	882	0.115	0.153	0.192	0.268	0.384
1700	968	0.126	0.168	0.210	0.294	0.421

koefficient trenja (coefficient of friction): $\mu=0.04$
zaostale napetosti (residual stresses): $(\sigma_x)_r = (\sigma_z)_r = 0$

Rezultati iz preglednice 1 kažejo, da je maksimalna primerjalna napetost (σ_{EM}^{max}) neodvisna od ekvivalentnega polmera R^* , medtem ko se znatno zvečuje z bočnim tlakom p_o . Po drugi strani pa se spreminja lega maksimalne primerjalne napetosti, oziroma oddaljenost H od kontaktne površine, tako z večanjem p_o kakor tudi z večanjem R^* .

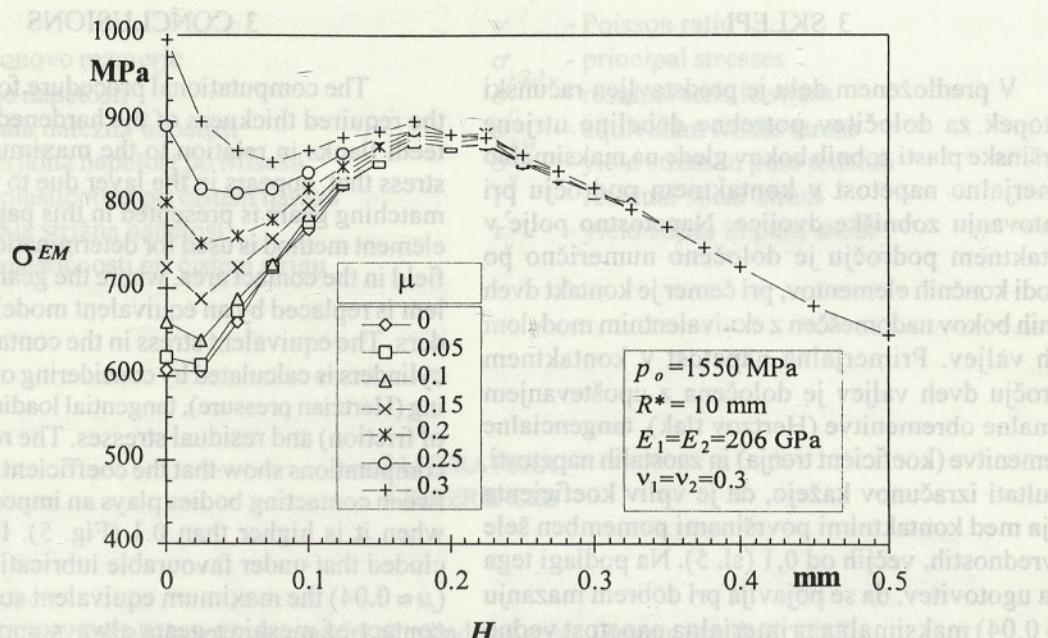
Rezultati za (σ_{EM}^{max}) in H v preglednici 1 veljajo samo za vrednosti koefficiente trenja $\mu=0.04$. Za preostale vrednosti koefficiente trenja μ lahko potem določimo vpliv trenja na napetostno polje v stičnem področju, pri čemer poprej izračunamo tangencialno obremenitev po enačbi (7). Rezultate teh izračunov prikazuje slika 5 [3]. Za majhne vrednosti koefficiente trenja $\mu (< 0.05)$ je vpliv tangencialne obremenitve na potek primerjalne napetosti σ_{EM} majhen in ga lahko zanemarimo. Z večanjem koefficiente trenja se povečuje tudi primerjalna napetost σ_{EM} njen maksimum (σ_{EM}^{max}) pa se hkrati pomika proti kontaktnej površini. Pri vrednosti $\mu \approx 0.25$ se pojavi (σ_{EM}^{max}) že na površini kontakta, njena vrednost pa se naglo povečuje z nadaljnji večanjem koefficiente trenja μ . Pri zobniških dvojicah z dobrim mazanjem znaša srednji koefficient trenja $\mu \approx 0.04$ [5], [8], kar pomeni, da se pojavlja maksimalna primerjalna napetost vedno v določeni globini pod kontaktnej površino (pregl. 1).

Za določitev vpliva zaostalih napetosti na napetostno polje v kontaktinem področju dveh valjev so bile najprej po metodi končnih elementov izračunane napetostne komponente σ_x , σ_y in τ_{xy} v površinskem sloju. V nadaljevanju se po enačbi (9) kot kombinacija kontaktnih in zaostalih napetosti (σ_x) in (σ_z) določijo še glavne napetosti v kontaktinem področju, na podlagi teh pa po enačbi (1) primerjalna napetost po Misesu σ_{EM} . Rezultate teh izračunov prikazuje slika 6, in sicer za različne vrednosti zaostalih napetosti (σ_x) in (σ_z).

The results in Table 1 show that the maximum equivalent stress (σ_{EM}^{max}) is independent from the equivalent radius R^* , but significantly increases with the maximum contact pressure p_o . On the other hand, the position of (σ_{EM}^{max}) i.e. the depth H under the contact surface, changes with p_o and also with R^* .

The results for (σ_{EM}^{max}) and H in the Table 1 hold only for the coefficient of friction $\mu=0.04$. When different values for μ are used for the determination of tangential loading $q(x)$ in eq. (7), the influence of the coefficient of friction on the stress field in the contact area can be determined. The results of such simulations are shown in Figure 5 [3]. For small values of $\mu (< 0.05)$ the influence of tangential loading on the equivalent stress σ_{EM} in the contact area is very small and can be neglected. With increase of the coefficient of friction the equivalent stress σ_{EM} also increases and its maximum (σ_{EM}^{max}) moves closer to the contact surface. At $\mu \approx 0.25$ the (σ_{EM}^{max}) reaches the contact surface and rapidly increases with further increase of μ . Considering the recommended value for the coefficient of friction $\mu \approx 0.04$ in gears with good lubrication [5], [8] it can be expected that the maximum equivalent stress will be always at the certain depth below the contact surface (Tab. 1).

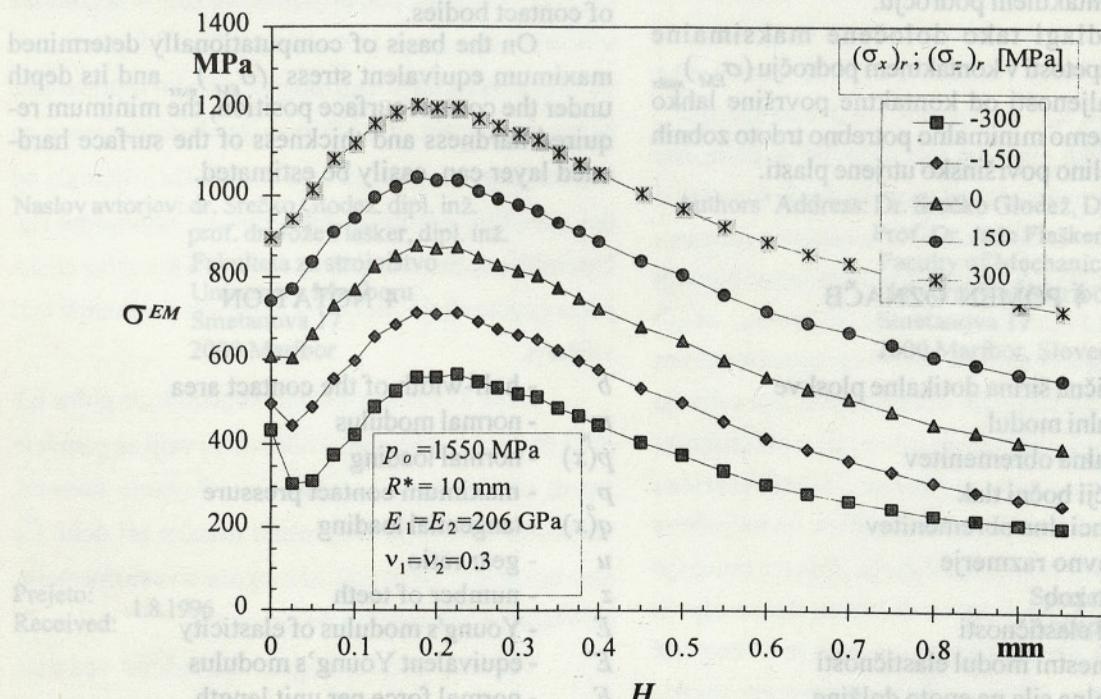
To determine the influence of residual stresses on the stress field in the contact area of two cylinders, the stress components σ_x , σ_y and τ_{xy} through the hardened surface layer were computed first by using the finite element method. The principal stresses due to the combination of the contact stresses and residual stresses (σ_x) and (σ_z) can then be calculated according to equations (9) and the equivalent von Mises' stress σ_{EM} according to eq. (1). The results of these computations are shown in Fig. 6 for different values of the residual stresses (σ_x) in (σ_z).



Sl. 5. Vpliv koeficienta trenja na primerjalno napetost σ_{EM} v kontaktnem področju dveh valjev

Fig. 5. The influence of the coefficient of friction on the equivalent stress σ_{EM} in the contact area of two cylinders

S slike 6 lahko ugotovimo negativen vpliv nateznih zaostalih napetosti, ki povečujejo primerjalno napetost σ_{EM} in pozitiven vpliv tlačnih zaostalih napetosti, zaradi katerih je primerjalna napetost σ_{EM} v kontaktnem področju manjša.



Sl. 6. Vpliv zaostalih napetosti $(\sigma_x)_r$ in $(\sigma_z)_r$ na primerjalno napetost σ_{EM} v kontaktnem področju dveh valjev

Fig. 6. Influence of the residual stresses $(\sigma_x)_r$ and $(\sigma_z)_r$ on the equivalent stress σ_{EM} in the contact area of two cylinders

From Figure 6 it can be concluded that tensile residual stresses are not desirable since they amount to higher equivalent stress σ_{EM} while compressive residual stresses help to reduce the total equivalent stress σ_{EM} .

Drewna 3 SKLEPI

V predloženem delu je predstavljen računski postopek za določitev potrebne debeline utrjene površinske plasti zobnih bokov glede na maksimalno primerjalno napetost v kontaktnem področju pri obratovanju zobniške dvojice. Napetostno polje v kontaktnem področju je določeno numerično po metodi končnih elementov, pri čemer je kontakt dveh zobnih bokov nadomeščen z ekvivalentnim modelom dveh valjev. Primerjalna napetost v kontaktnem področju dveh valjev je določena z upoštevanjem normalne obremenitve (Hertzov tlak), tangencialne obremenitve (koeficient trenja) in zaostalih napetosti. Rezultati izračunov kažejo, da je vpliv koeficiente trenja med kontaktnimi površinami pomemben še pri vrednostih, večjih od 0,1 (sl. 5). Na podlagi tega velja ugotovitev, da se pojavlja pri dobrem mazanju ($\mu \approx 0,04$) maksimalna primerjalna napetost vedno v določeni globini pod kontaktno površino. Za preprečitev poškodb oziroma nastanka razpok v kontaktnem področju mora biti maksimalna primerjalna napetost v celotnem področju manjša od lokalne trdnosti materiala (potek trdote v površinskem sloju). V predloženem delu je analiziran tudi vpliv zaostalih napetosti na napetostno polje v kontaktnem področju dveh valjev. Rezultati teh izračunov kažejo, da imajo natezne zaostale napetosti negativen in tlačne zaostale napetosti pozitiven vpliv na potek primerjalne napetosti v kontaktnem področju.

Na podlagi tako določene maksimalne primerjalne napetosti v kontaktnem področju ($(\sigma_{EM})_{max}$) in njene oddaljenosti od kontaktne površine lahko potem predpišemo minimalno potrebno trdoto zobnih bokov in debelino površinsko utrjene plasti.

4 POMEN OZNAČB

b	- polovična širina dotikalne ploskve
m	- normalni modul
$p(x)$	- normalna obremenitev
p_o	- največji bočni tlak
$q(x)$	- tangencialna obremenitev
u	- prestavno razmerje
z	- število zob
E	- modul elastičnosti
E^*	- nadomestni modul elastičnosti
F_N	- normalna sila na enoto dolžine
H	- globina pod kontaktno površino
R	- krivinski radij
R^*	- nadomestni krivinski radij
μ	- koeficient trenja

3 CONCLUSIONS

The computational procedure for determining the required thickness of the hardened layer of gear teeth flanks in relation to the maximum equivalent stress that appears in the layer due to the contact of matching gears is presented in this paper. The finite element method is used for determination of the stress field in the contact area, where the gear contact problem is replaced by an equivalent model of two cylinders. The equivalent stress in the contact area of two cylinders is calculated by considering of normal loading (Hertzian pressure), tangential loading (coefficient of friction) and residual stresses. The results of these computations show that the coefficient of friction between contacting bodies plays an important role only when it is higher than 0.1 (Fig. 5). It can be concluded that under favourable lubrication conditions ($\mu \approx 0.04$) the maximum equivalent stress due to the contact of meshing gears always appears at a certain depth under the contacting surfaces. To prevent any occurrence of internal crack initiation or material damage, the maximum equivalent stress must always be lower than the local strength of the material (hardness in the surface layer). The influence of residual stresses on the stress field in the contact area of two cylinders is also studied in this paper. The results of these computations show that tensile residual stresses have a negative influence and compressive residual stresses a positive influence on the equivalent stress distribution in the surface layer of contact bodies.

On the basis of computationally determined maximum equivalent stress ($(\sigma_{EM})_{max}$) and its depth under the contact surface position, the minimum required hardness and thickness of the surface hardened layer can easily be estimated.

4 NOTATION

b	- half-width of the contact area
m	- normal modulus
$p(x)$	- normal loading
p_o	- maximum contact pressure
$q(x)$	- tangential loading
u	- gear ratio
z	- number of teeth
E	- Young's modulus of elasticity
E^*	- equivalent Young's modulus
F_N	- normal force per unit length
H	- depth under the contact surface
R	- curvature radius
R^*	- equivalent curvature radius
μ	- coefficient of friction

ν	- Poisson's ratio
$\sigma_{1,2,3}$	- principal stresses
σ_r	- residual tensile stress
σ_{EM}	- equivalent Mises stress
σ_v	- yield stress in pure tension
τ_r	- residual shear stress
τ_v	- yield stress in pure shear

5 LITERATURA**5 REFERENCES**

- [1] DIN 3990, Calculation of load capacity of cylindrical gears. German Standard, 1987.
- [2] IDEAS-Master series. User's Guide, 1994.
- [3] Glodež, S.: Model utrjujanja zobnih bokov z upoštevanjem parametrov lomne mehanike. Doktorska disertacija. Fakulteta za strojništvo v Mariboru, 1996.
- [4] Johnson, K. L.: Contact mechanics. Cambridge University Press, 1985.
- [5] Knauer, G.: Ermüdungsmechanismen und ihre Auswirkungen auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. HTM 47/5, 1992, s. 302-310.
- [6] Niemann, G.- Winter, H.: Maschinenelemente-Band II, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [7] Weck, M.: Moderne Leistungsgtriebe, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [8] Winter, H., Knauer, G.: Einfluss von Schmierstoff und Betriebstemperatur auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. Antriebstechnik, Vol. 29, 1990, 65-84.

Authors' Address: Dr. Srečko Glodež, Dipl. Ing.
 Prof. Dr. Jože Flašker, Dipl. Ing.
 Faculty of Mechanical Engineering
 University of Maribor
 Smetanova 17
 2000 Maribor, Slovenia

Naslov avtorjev: dr. Srečko Glodež, dipl. inž.
 prof. dr. Jože Flašker, dipl. inž.
 Fakulteta za strojništvo
 Univerze v Mariboru
 Smetanova 17
 2000 Maribor

Prejeto: 1.8.1996
 Received: 1.8.1996

Sprejeto: 30.10.1996
 Accepted: 30.10.1996