

# STROJNIŠKI VESTNIK

LETNIK 20

LJUBLJANA, V MAJU 1974

ŠTEVNIKA 3

UDK 531.228:62-253.6

## Nosilnost prilagodnih vijakov v zvezah z debelimi stenami\*

IGOR JANEŽIČ

### 1.0. UVOD

Obravnavani problem se nanaša na izračun zvez, sestavljene iz dveh prirobnih vijakov, ki sta med seboj zvezzani, stisnjeni s prilagodnim vijakom in obremenjeni s statično strižno silo  $F$ .

Dosedanji izračuni strižno obremenjenih prilagodnih vijakov temeljijo na prenosu celotne obremenitve zvezze s torna silo med ploskvami z vijaki stisnjeni prirobami. Vrijaki so torej predvsem obremenjeni z natezno silo in ravnotežje z zunanjim silo vzdržuje samo torna sila med stisnjeni ploskvami. Vrijak pa poleg nateznih napetosti lahko prenaša tudi strižne. Poiskali bomo tak način računanja vijačne zvezze, pri kateri se zunanjim silam obremenitev zvezze prenaša s silo trenja med stisnjeni površini in strižnimi napetostmi v vrijaku.

Material vijaka bo tako mnogo bolj izkoriščen in lahko pričakujemo, da se bo zmanjšal njegov prezrez. Zmanjšanje prezresa vijaka pri enaki obremenitvi zvezze pa ima predvsem ekonomsko vrednost, še zlasti pri serijski proizvodnji prilagodnih vijakov. Ugotoviti je torej treba, kolikšen del celotne zunanjim silam obremenitve zvezze naj prenaša torna sila med stisnjeni ploskvami prirob oz. ustrezna sila vijaka in kolikšen del naj prenaša strižna sila na vijaku.

Pri teoretičnem reševanju problema so zanemarjeni določeni vplivi, ki se pri tem pojavljajo. Pri trdnostnem preračunu niso upoštevani kontrakcija vijaka, hrapavost površin ter deformacija prirobnih vijakov zaradi tlacičnih sil.

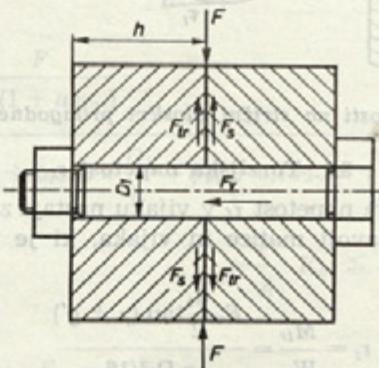
Navedene veličine, ki smo jih zanemarili pa bistveno ne vplivajo na praktično vrednost dobljenih rezultatov.

### 2.0. ZVEZA MED SILAMI $F$ , $F_v$ IN $F_s$

Zvezza med zunanjim statično obremenitvijo  $F$  z vijaki stisnjene zvezze, strižno silo na prilagodni vijak  $F_s$  in aksialno silo v prilagodnem vijaku  $F_v$  (sl. 1) je izračunana z enačbo

$$F = F_s + \mu F_v \quad (1)$$

\* Magistrska naloga (pod mentorstvom prof. dr. J. Hlebanje), ki jo je financiral Sklad Borisa Kidriča.



Sl. 1. Prirobi, stisnjeni s prilagodnim vijakom. pri čemer je  $\mu$  torni koeficient med stisnjenima ploskvama. Razmerje med  $F_v$  in  $F_s$  označimo z

$$\psi = \frac{F_v}{F_s} \quad (2)$$

Z upoštevanjem enačb (1) in (2) dobimo enačbi za sili  $F_v$  in  $F_s$ , ki povzročata posamezne napetosti v prilagodnem vijaku.

$$F_v = \frac{F \cdot \psi}{1 + \mu \psi} \text{ in } F_s = \frac{F}{1 + \mu \psi} \quad (3)$$

### 3.0. NAPETOSTI NA STRIŽNI PLOSKVI PRILAGODNEGA VIJAKA

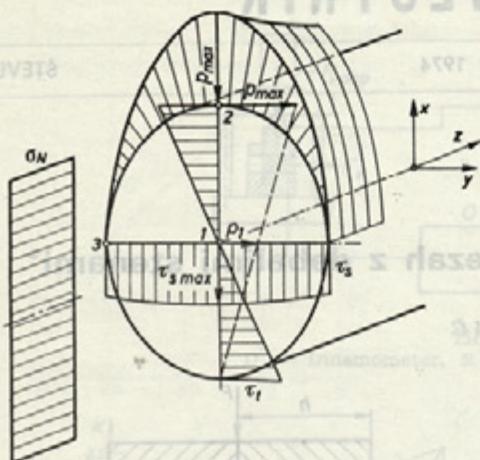
Na strižni ploskvi prilagodnega vijaka nastaja zaradi zunanjim silam obremenitve  $F$  hkrati več napetosti, slika 2. Primerjalno napetost izračunamo po hipotezi preobraznega dela, ki se glasi

$$2 \sigma_v^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (4)$$

Izrazi posameznih napetosti, ki se pojavljajo na strižni ploskvi prilagodnega vijaka, so pripojeni tako, da z njimi lahko izračunamo maksimalne napetosti v odvisnosti od zunanjim silam obremenitve  $F$ , tornega koeficiente  $\mu$  in razmerja  $h/D_1$ .

Z upoštevanjem enačb (3) in reduciranim srednjim premerom navoja  $d_2$  prilagodnega vijaka na premer stebla  $D_1$  dobimo naslednje oblike enačb za posamezne napetosti na prezreku prilagodnega vijaka.

Slika 2.



Sl. 2. Napetosti na strižni ploskvi prilagodnega vijaka

### 3.1. Torzijska napetost $\tau_t$

Torzijska napetost  $\tau_t$  v vijaku nastaja zaradi trenja med navoji matice in vijaka, ki je privit do sile  $F_v$ .

$$\tau_t = \frac{M_{tr}}{W_p} = \frac{\frac{F_v}{2} d_2 \tan(\gamma + \varphi')}{\pi D_1^3 / 16} \quad (5)$$

Z upoštevanjem srednje vrednosti razmerja  $d_2/D_1 = 0,84$  za vse normirane premere vijakov po JUS M.B1.061 in enačb (3), dobimo končno obliko enačbe za torzijsko napetost v steblu vijaka

$$\tau_t = 1,68 \mu_1 \frac{F \cdot \psi}{A(1 + \mu \psi)} \quad (6)$$

kjer je  $\mu_1 = \tan(\gamma + \varphi')$ , pri serijski izdelavi normiranih vijakov pa ima vrednost  $\mu_1 = 0,15 \dots 0,2$ .

### 3.2. Strižna napetost $\tau_{smax}$ in $\tau_s$

Strižna napetost, ki se pojavlja na robu jedra prereza  $\tau_{smax}$ , je izražena z enačbama

$$\tau_{smax} = 1,38 \frac{F_s}{A} = 1,38 \frac{F}{A(1 + \mu \psi)} \quad (7)$$

$$\tau_s = 1,23 \frac{F_s}{A} = 1,23 \frac{F}{A(1 + \mu \psi)} \quad (8)$$

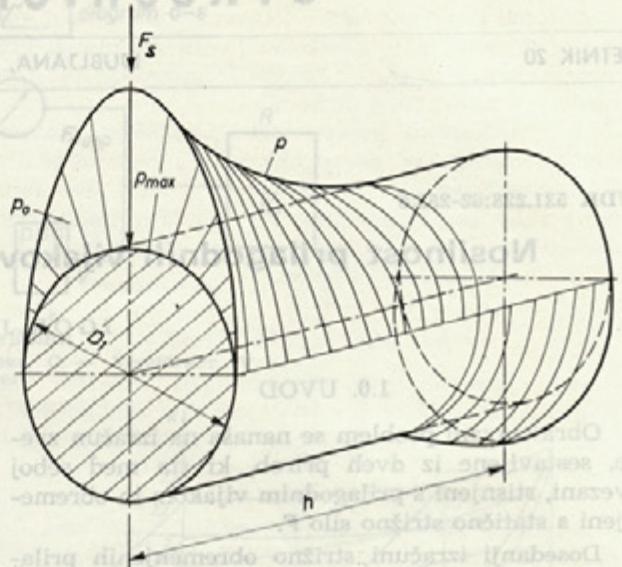
### 3.3. Natezna napetost $\sigma_N$

Natezna napetost v vijaku povzroča sila  $F_v$ , ki stiska zvijačene dele.

$$\sigma_N = \frac{F_v}{A} = \frac{F \cdot \psi}{A(1 + \mu \psi)} \quad (9)$$

### 3.4. Površinski pritisk $p_{max}$ in $p_1$

Porazdelitev površinskega pritiska vzdolž steba vijaka, če je le-ta obremenjen s strižno silo, je razvidna na sliki 3.



Sl. 3. Razporeditev površinskega pritiska vzdolž steba vijaka

Iz predpostavke, da se površinski pritisk na polovici oboda steba vijaka porazdeljuje po cosinusu (sl. 3), dobimo izraze za površinski pritisk

$$p = p_{max} \cdot \cos \varphi \quad \text{in} \quad p_{max} = \frac{4 \cdot p_0}{\pi D_1} \quad (10)$$

Z upoštevanjem deformacijske črte steba vijaka in elastične konstante podlage vijaka »C« dobimo maksimalni površinski pritisk na strižni ploskvi po enačbi

$$p_{max} = \frac{2 F_s \cdot C \cdot \sin \beta h \cdot \cos \beta h - \sin \beta h \cdot \sin \beta h}{\pi \beta^3 EI \sin^2 \beta h (\cosh^2 \beta h - 2 \sinh^2 \beta h) - \sinh^2 \beta h \cdot \cos^2 \beta h} \quad (11)$$

pri tem je  $\beta = \sqrt{\frac{C}{4EI}}$  elastična konstanta »C« pa je

določena eksperimentalno.

Zaradi zapletenosti izraza za  $p_{max}$  bomo pri nadaljnjem računanju uporabljali preprostnejši izraz, ki izhaja iz dejanske površinske tlačne napetosti na steblu vijaka zaradi strižne sile  $F_s$ .

Z enačbo  $p = C \cdot y$ , ki velja v območju elastičnih deformacij, izračunamo  $p_{max}$  na steblu vijaka ob strižni ploskvi

$$p_{max} = k \frac{F_s}{h \cdot D_1} \quad (12)$$

Koeficient  $k$  določajo eksperimentalno dobljene deformacije steba vijaka, poimenujemo ga »konstanta porazdelitve površinskega pritiska«, ima pa vrednost  $k = 7,8$  (za jeklo na jeklo).

$$p_{max} = 0,786 \cdot k \frac{D_1}{h} \frac{F}{A(1 + \mu \psi)} \quad (13)$$

$p_{max}$  se tudi porazdeli po prerezu steba vijaka; predpostavljamo, da povzroča v jedru prereza napetosti velikosti (sl. 2).

$$p_1 = \frac{p_{max}}{2} = 0,393 k \frac{D_1}{h} \frac{F}{A(1 + \mu\psi)} \quad (14)$$

#### 4.0. PRIMERJALNA NAPETOST

Napetosti so kontrolirane v treh točkah strižnega prereza vijakovega steba (sl. 2). V vsaki točki se pojavlja hkrati več napetosti. Glavne napetosti  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  in  $\sigma_3$  za prostorsko stanje napetosti izračunamo z determinanto:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

Iz znanih glavnih napetosti dobimo primerjalno napetost v označenih točkah.

$$\sigma_{v1} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi)} \quad (15)$$

$$\cdot \sqrt{\psi^2 + 0,393 k \frac{D_1}{h} \psi + 0,154 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2 + 5,7 a^2}$$

$$\sigma_{v2} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi)} \quad (16)$$

$$\cdot \sqrt{\psi^2 + 0,786 k \frac{D_1}{h} \psi + 0,62 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2 + 8,46 \mu_1^2 \psi^2 a^2}$$

$$\sigma_{v3} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi)} \quad (17)$$

$$\cdot \sqrt{\psi^2 + 8,46 \mu_1^2 \psi^2 + 12,4 \mu_1 a^2 \psi + 4,54 a^2}$$

Za določitev optimalne dimenzije prereza prilagodnega vijaka izračunamo ekstrem vrednosti za  $F_v$  in  $F_s$ , pri katerem bodo napetosti v vijaku pri določeni zunanji sili  $F$  maksimalne, vendar še v dozvoljnih mejah. Tako bomo dobili minimalni prerez na strig obremenjenega prilagodnega vijaka.

Ekstremne vrednosti razmerja  $F_v/F_s$  so podane za kontrolirane točke z enačbami:

$$\psi_{e1} = \frac{\mu \cdot 0,154 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2 + 5,7 a^2 - 0,196 k \cdot \frac{D_1}{h}}{1 - 0,197 k \frac{D_1}{h} \mu} \quad (18)$$

$$\psi_{e2} = \frac{0,62 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2 \mu - 0,393 k \frac{D_1}{h}}{1 + 8,46 \mu_1^2 a^2 - 0,393 k \cdot \frac{D_1}{h} \mu} \quad (19)$$

$$\psi_{e3} = \frac{4,54 a^2 \mu - 6,2 \mu_1 a^2}{1 + 8,46 \mu_1^2 a^2 - 6,2 \mu_1 \mu a^2} \quad (20)$$

Z vstavljanjem le-teh v enačbe (15), (16) in (17) dobimo maksimalne vrednosti za primerjalno napetost  $\sigma_v$  v računanih točkah:

$$\sigma_{v1} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi_{e1})} \cdot \sqrt{\psi_{e1}^2 + 0,393 k \frac{D_1}{h} + \psi_{e1} + 0,154 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2 + 5,7 a^2} = \frac{F}{A} K_{e1} \leq \sigma_{dop} \quad (21)$$

$$\sigma_{v2} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi_{e2})} \cdot \sqrt{\psi_{e2}^2 (1 + 8,46 \mu_1^2 a^2) + 0,786 k \frac{D_1}{h} \psi_{e2} + 0,62 k^2 \left(\frac{D_1}{h}\right)^2} = \frac{F}{A} K_{e2} \leq \sigma_{dop} \quad (22)$$

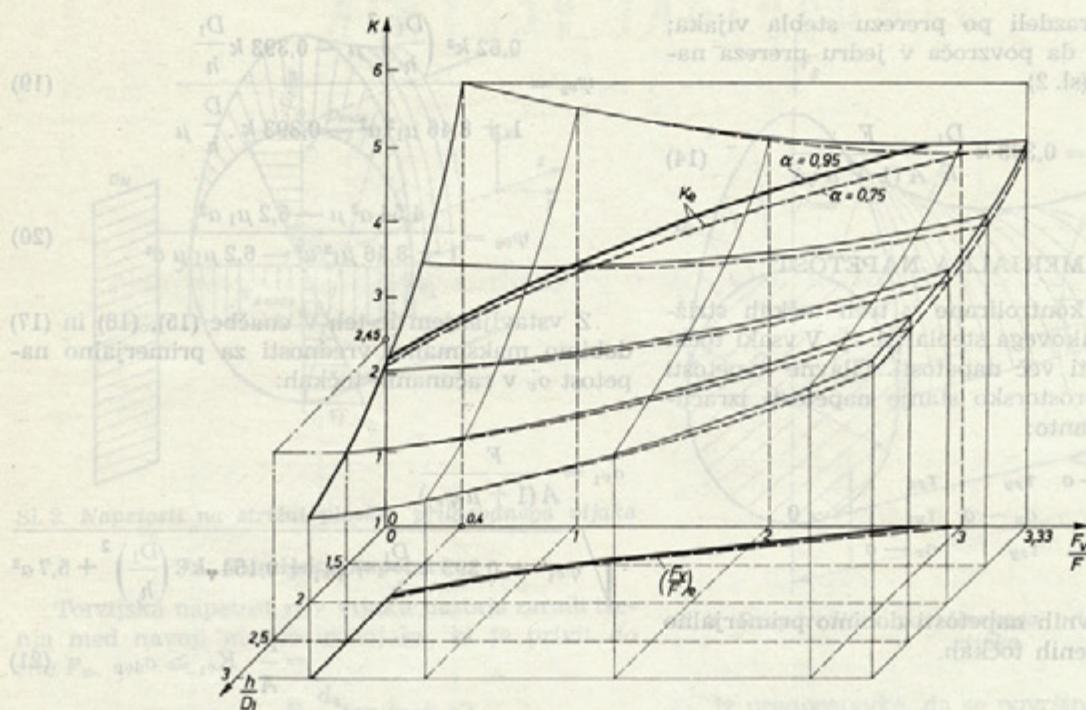
$$\sigma_{v3} = \frac{F}{A(1 + \mu\psi_{e3})} \cdot \sqrt{\psi_{e3}^2 (1 + 8,46 \mu_1^2 a^2) + 12,4 \mu_1 a^2 \psi_{e3} + 4,54 a^2} = \frac{F}{A} K_{e3} \leq \sigma_{dop} \quad (23)$$

Eqačbe (21), (22) in (23) izrazimo v oblikah

$$\frac{\sigma_{v1} \cdot A}{F} = K_{e1} \quad (24)$$

$$\frac{\sigma_{v2} \cdot A}{F} = K_{e2} \quad (25)$$

$$\frac{\sigma_{v3} \cdot A}{F} = K_{e3} \quad (26)$$



Sl. 4. Vrednosti za  $K_e$  in  $\left(\frac{F_y}{F}\right)_e$  v odvisnosti od  $\left(\frac{h}{D_1}\right)$  pri  $\mu = 0,2$

Z upoštevanjem navedenih razmerja je mogoče za vse normalizirane premere viškoj počasne napetosti  $\left(\frac{F_y}{F}\right)_e$  izraziti zvezdno obliko za konstantno napetost v steblu viškoj.

3.2. Strukturna napetost  
Vrednost strukturne napetosti je določena s pomočjo formule (81). Pri danoj konstrukciji se strukturna napetost ne more izračunati na enostavnejši način, saj je potrebno imeti podatki o konstrukcijskih parametrih in o dejavnih dejavnih silah. Vrednost strukturne napetosti je pa izračunljiva na enostavnejši način, če je znana vrednost napetosti v steblu viškoj.

3.3. Načina na katerih se določa strukturna napetost  
Načina na katerih se določa strukturna napetost so določeni v omrežju (82) in (83).

3.4. Površinski pritisk na steblo  
Površinski pritisk na steblo je določen s pomočjo formule (84).

3.5. Površinski pritisk na steblo  
Površinski pritisk na steblo je določen s pomočjo formule (85).

3.6. Površinski pritisk na steblo  
Površinski pritisk na steblo je določen s pomočjo formule (86).

3.7. Površinski pritisk na steblo  
Površinski pritisk na steblo je določen s pomočjo formule (87).

3.8. Površinski pritisk na steblo  
Površinski pritisk na steblo je določen s pomočjo formule (88).

Sl. 5. Vrednosti za  $K_e$  in  $\left(\frac{F_y}{F}\right)_e$  v odvisnosti od  $\left(\frac{h}{D_1}\right)$  pri  $\mu = 0,3$

Povezovanje površinskega pritiska na steblo in načina na katerem se določa strukturna napetost je določeno na sliki 3.

Optimalno dimenzijo prereza prilagodnega vijaka pa da tista enačba pripadajočega razmerja  $F_v/F_e = \psi_e$ , ki ima maksimalno vrednost desne strani navedenih enačb in jo označimo s  $K_e$ .

Slošna enačba za izračun prereza steba prilagodnega vijaka, obremenjenega z zunanjostatično strižno silo  $F$ , se glasi

$$A = \frac{F \cdot K_e}{\sigma_{dop}} \quad (27)$$

pri čemer pa mora biti vijak privit s silo

$$F_v = \frac{F \cdot \psi_e}{1 + \mu \psi_e}.$$

Navedeni postopek ni prikladen za praktično računanje minimalnega prereza prilagodnega vijaka, obremenjenega z zunanjostatično strižno silo  $F$ . Za preprostje iskanje maksimalnega  $K_e$  sta izdelana diagrama na slikah 4 in 5.

Za znane geometrijske razmere odberemo razmerja sile prednapetja  $F_v$  nasproti obremenitvi zvezze  $F$  in koeficient trenja v diagramu za  $K_e$  ter z njimi izračunamo po enačbi (27) potreben prerez vijaka.

## 5.0. REZULTATI

Teoretične enačbe nam dajo velikosti za  $K_e$  in  $(F_v/F_e)$ , s katerimi izračunamo optimalni prerez na strig obremenjenega prilagodnega vijaka v zvezah z debelimi stenami.

Pokaže se, da tak vijak lahko prenaša znatne strižne sile, kar zmanjšuje natezne napetosti v vijaku. Material vijaka je tako bolj izkoriscen in njegov prerez manjši. Dobljena optimalna sila v vijaku  $F_v$  povzroča torno silo med stisnjennimi ploskvami, ki je skupaj s strižno silo v ravnotežju z zunanjostatično strižnjo zvezjo pri minimalnem preazu steba vijaka.

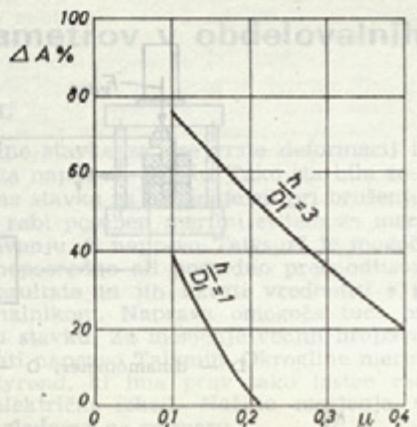
Torni koeficient  $\mu$  med stisnjennimi površinami in razmerje  $h/D_1$  bistveno vplivata na prerez prilagodnega vijaka.

Računanje velikosti prereza prilagodnega vijaka po enačbi (27) je primerno samo takrat, kadar je  $K_e < \frac{1}{\mu}$ .

Iz tega pogoja in diagramov na slikah 4 in 5 izhaja, da dobimo minimalni prerez prilagodnega vijaka glede na kakovost in hravost stisnjennih površin ter razmerja  $(h/D_1) \geq 1$ .

Kolikšen je prihranek pri prerezu vijaka  $\Delta A$ , izraženo v % po enačbi (27) glede na računanje preza vijaka po enačbi  $A = \frac{F}{\mu \sigma_{dop}}$ , prikazuje diagram na sliki 6.

Diagram na sliki 6 lahko rabi za orientacijsko izbiro  $(h/D_1)$  glede na konstrukcijske možnosti in



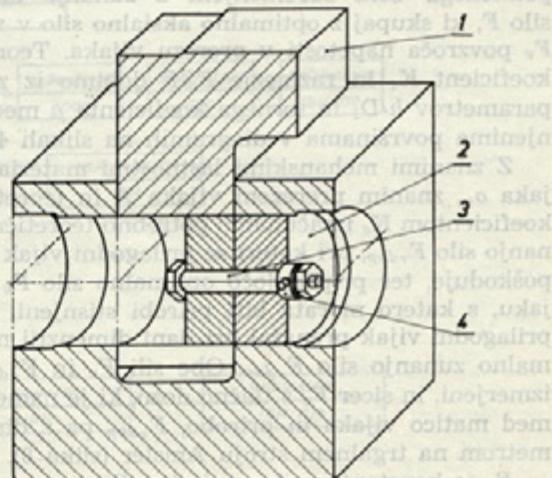
Slika 6

zahteve v določeni vijačni zvezi. Pokaže pa se, da je pri tornem koeficientu  $\mu = 0.1$  in razmerju  $(h/D_1) > 1.5$  ali pri  $\mu = 0.2$  in razmerju  $(h/D_1) > 2$  razmerje  $F_v/F \approx 0$ . To pomeni, da dosežemo optimalni prerez vijaka, ne da bi vijak sam stiskal prirobo. Ker pa navadno zahtevamo med stičnimi površinami prirob tesnilno silo, naj bo razmerje  $F_v/F = 0.4$  za področje, ki je v navedenem razmerju  $(h/D_1)$  in imenovanem tornem koeficientu  $\mu$ . S tem sicer ne dobimo optimalnega prereza vijaka, vendar je napaka le do 3 %.

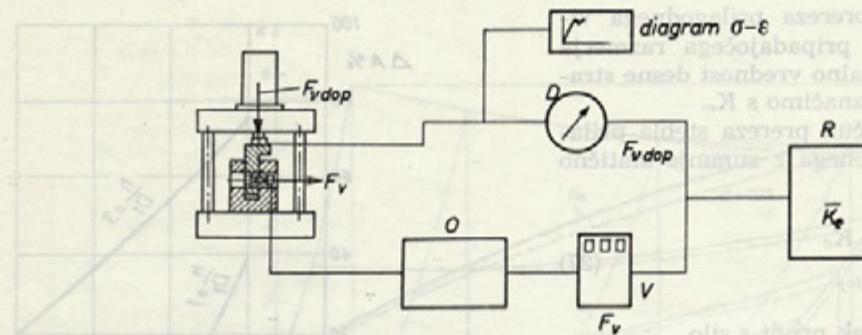
Enačbo (27) uporabljamo takrat, kadar je  $\mu \leq 0.2$  in razmerje  $(h/D_1) \geq 1$ , kadar pa je  $\mu \geq 0.2$ , pa naj bo razmerje  $(h/D_1) \geq 1.3$ .

## 6.0. POTRDITEV REZULTATOV, DOBLJENIH S TEORETIČNIMI ENAČBAMI

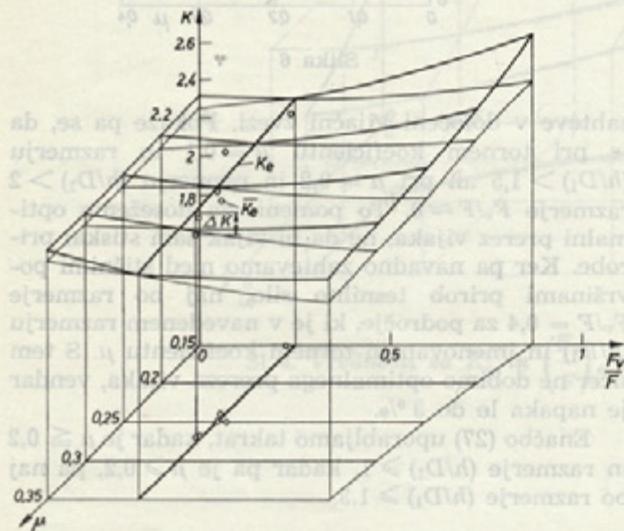
Za potrditev pravilnosti rezultatov, dobljenih s teoretičnimi izvajanjimi znanih napetostnih hipotez, smo izvedli poizkuse na vzorcih prilagodnih vijakov v zvezah z debelimi stenami.



Slika 7. Priprava za preizkušanje prilagodnih vijakov, obremenjenih na strig



Sl. 8. Načrt merjenja  
D — dinamometer, O — ojačevalnik, R — računalnik, V — voltmeter

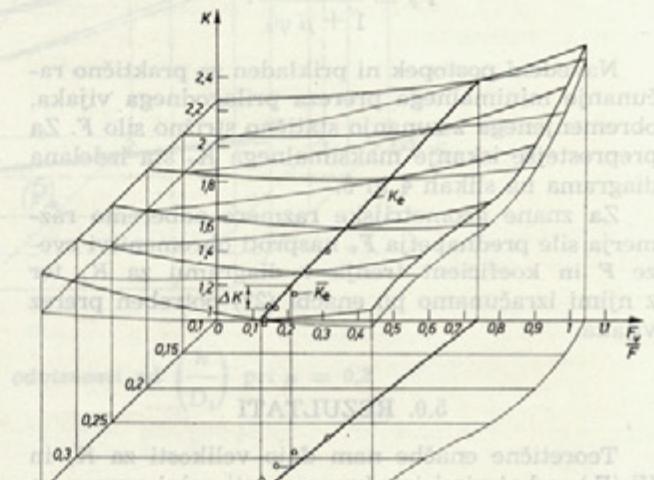


Sl. 9. Odstopki  $\Delta K$  izmerjenih koeficientov  $K_e$  glede na izračunane  $K_c$  za razmerje  $(h/D_1) = 2,73$  in  $a = 0,85$

Izdelana je bila posebna naprava, ki jo prikazuje slika 7, v katero sta vpeti prirobi, ki ju stiska prilagodni vijak s silo  $F_v$ . Prirobi sta prek srednjega pomicnega dela obremenjeni z zunanjim statično silo  $F$ , ki skupaj z optimalno aksialno silo v vijaku  $F_v$  povzroča napetosti v prerezu vijaka. Teoretični koeficient  $K_e$  in razmerje  $F_v/F$  dobimo iz znanih parametrov  $h/D_1$  in tornega koeficiente  $\mu$  med stisnjenima površinama v diagramih na slikah 4 in 5.

Z znanimi mehanskimi lastnostmi materiala vijaka  $\sigma_v$ , znanim prelezom vijaka A in teoretičnim koeficientom  $K_e$  izračunamo potrebno teoretično zunanjo silo  $F_{v,dop}$ , pri kateri se prilagodni vijak še ne poškoduje, ter pripadajoč optimalno silo  $F_v$  v vijaku, s katero morata biti prirobi stisnjeni, da bi prilagodni vijak prenašal pri dani dimenziji maksimalno zunanjo silo  $F_{v,dop}$ . Obe sili  $F_v$  in  $F_{v,dop}$  sta izmerjeni, in sicer  $F_v$  s tlačno dozo, ki je nameščena med matico vijaka in prirobo,  $F_{v,dop}$  pa z dinamometrom na trgalnem stroju Amsler (slika 8).

$F_v$  je konstantna sila v vijaku,  $F_{v,dop}$  pa narašča do meje, ko se površina vijaka prične plastično deformirati. Izmerjena sila  $F_{v,dop}$ , ki pomeni zunanjo



Sl. 10. Odstopki  $\Delta K$  izmerjenih koeficientov  $\bar{K}_e$  glede na izračunane  $K_e$  za razmerje  $(h/D_1) = 3,0$  in  $a = 0,85$

obremenitev zveze in znana sila  $F_v$  v vijaku nam dasta pri določenem razmerju  $(h/D_1)$  in določenem tornem koeficientu  $\mu$  ustrezno eksperimentalno vrednost koeficiente  $\bar{K}_e$ , ki jo primerjamo s teoretsko izračunanim koeficientom  $K_e$ .

Primerjava rezultatov, dobavljenih s poizkusi, s teoretskimi rezultati je razvidna v diagramih na slikah 9 in 10.

#### LITERATURA

Gerhard-Köthe-Horst: Schraubenverbindungen, VEB Verlag Technik, Berlin 1966.

Gerhard-Blum: Neue Wege einer Systematischen Schraubenberechnung, Drath-Welt, Düsseldorf, 1964.

Prelog, E.: Statika statično nedoločenih nosilcev, skripta, Ljubljana, 1964.

Schmitz, H.: Teoretische und experimentelle Untersuchungen an Stiftverbindungen, Konstruktion, Springer-Verlag, Berlin, 1960, H. 1.

Timošenko-Gudier: Teorija elastičnosti, Gradjevinska knjiga, Zagreb, 1962.